



# Equation parabolique hybridée à l'optique physique pour le calcul de la propagation et de la diffusion dans un environnement maritime

Dusan Cvetkovic

► **To cite this version:**

Dusan Cvetkovic. Equation parabolique hybridée à l'optique physique pour le calcul de la propagation et de la diffusion dans un environnement maritime. Electromagnétisme. UNIVERSITE DE NANTES, 2016. Français. <tel-01298028>

**HAL Id: tel-01298028**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01298028>**

Submitted on 5 Apr 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Thèse de Doctorat

Dušan CVETKOVIĆ

Mémoire présenté en vue de l'obtention  
du grade de Docteur de l'Université de Nantes  
Sous le sceau de l'Université Bretagne Loire

École doctorale Sciences et Technologies de l'Information et Mathématiques (STIM)

Discipline : *Electronique*  
Unité de recherche : *IETR UMR 6164*

Soutenue le 23 mars 2016

# Equation parabolique hybridée à l'optique physique pour le calcul de la propagation et de la diffusion dans un environnement maritime

## JURY

Président	<b>M. Bernard UGUEN</b> , Professeur, Université Rennes 1
Rapporteur	<b>M. Richard DUSSÉAUX</b> , Professeur, LATMOS-IPSL, Université de Versailles
Rapporteur	<b>Mme Hélène ROUSSEL</b> , Professeur, Université Pierre & Marie Curie
Examineur	<b>M. Vincent FABBRO</b> , Docteur, Ingénieur de Recherche, ONERA/DEMR/RCP, Toulouse
Examineur	<b>M. Gildas KUBICKÉ</b> , Docteur, Responsable du laboratoire EMC, DGA/MI, Bruz
Directeur de Thèse	<b>M. Christophe BOURLIER</b> , Directeur de Recherche CNRS, IETR, Nantes
Co-encadrant	<b>M. Nicolas PINEL</b> , Docteur, Ingénieur, Alyotech France, Saint-Herblain



-Thèse de Doctorat de Dušan CVETKOVIĆ-

Ces travaux de thèse ont été réalisés avec le support financier de la DGA dans le cadre du projet RAPID « PRORASEM » convention DGE n°122906200.



## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier le directeur de l'IETR de m'avoir accueilli lors de ces trois années et de m'avoir permis de travailler dans de bonnes conditions. Je remercie la DGA pour leur soutien financier.

J'adresse mes remerciements à Bernard Uguen pour l'honneur qu'il m'a fait en présidant le jury de ma thèse, ainsi que Hélène Roussel et Richard Dusséaux, qui tous deux m'ont fait l'honneur d'accepter d'être rapporteurs. Un grand merci également à Vincent Fabbro et Gildas Kubické pour avoir bien voulu faire partie de ce jury, et pour l'intérêt porté à mon travail.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse Christophe Bourlier et mon encadrant Nicolas Pinel pour avoir encadré mes travaux de thèse, et pour la confiance et leurs encouragements qu'ils m'ont témoigné au cours de cette étude. Je souhaite également remercier l'ensemble de mes collègues du laboratoire IETR qui m'ont côtoyé et aidé au cours de ces trois années, principalement à Sami pour son aide et son soutien. Je n'oublie pas mes professeurs de Niš qui m'ont introduit dans le monde scientifique.

Enfin, une profonde et chaleureuse pensée à mes parents et mon frère et à mes proches amis qui ont réussi à m'épauler et me divertir, de la meilleure façon qu'il soit. A Goran et Jovana et à celui qui m'a perdu. La thèse, c'était un film de trois ans avec plein de couleurs à la fois vives et ternes.

La lumière appartient au peuple.



# Table des matières

<b>Liste des tableaux</b>	<b>9</b>
<b>Table des figures</b>	<b>11</b>
<b>Glossaire</b>	<b>15</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>17</b>
<b>2 Bases théoriques</b>	<b>19</b>
2.1 Propriétés fondamentales des ondes électromagnétiques . . . . .	19
2.1.1 Champ électromagnétique . . . . .	19
2.1.2 Polarisation des ondes . . . . .	22
2.1.3 Mécanismes de propagation . . . . .	23
2.1.3.1 Réflexion et transmission . . . . .	23
2.1.3.2 Réfraction . . . . .	25
2.1.3.3 Diffraction et diffusion . . . . .	26
2.2 Conduits au-dessus de la surface de mer . . . . .	26
2.2.1 Troposphère . . . . .	26
2.2.2 Conduits atmosphériques . . . . .	28
2.3 Tracé de rayons . . . . .	32
2.4 Modélisation stochastique de la surface de mer . . . . .	39
2.4.1 Surface de mer . . . . .	39
2.4.2 Caractéristique statistique d'une surface rugueuse . . . . .	40
2.4.3 Génération d'une surface de mer . . . . .	42
2.4.4 Rugosité électromagnétique . . . . .	45
2.5 Résumé . . . . .	46
<b>3 Etat de l'art</b>	<b>49</b>
3.1 Modèles de propagation . . . . .	49
3.1.1 Méthode de l'optique géométrique . . . . .	50
3.1.2 Méthode modale . . . . .	50
3.1.3 Méthode de l'équation parabolique (PWE) . . . . .	51
3.1.4 Fonction de Green . . . . .	52
3.2 Diffusion par la surface de mer . . . . .	54



3.2.1	Méthodes asymptotiques . . . . .	55
3.2.1.1	Méthode des petites perturbations . . . . .	56
3.2.1.2	Méthode basée sur l'approximation de Kirchhoff . . . . .	56
3.2.1.3	Méthodes « non classiques » . . . . .	57
3.2.1.4	Modèle d'Ament . . . . .	58
3.2.2	Méthodes rigoureuses : Méthode des moments . . . . .	59
3.2.2.1	Principe de Huygens . . . . .	61
3.2.2.2	Principe de la MoM . . . . .	61
3.2.2.3	Sub-domain Decomposition Iterative Method (SDIM) . . . . .	62
3.3	Résumé . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Equation parabolique hybridée à l'optique physique</b>	<b>65</b>
4.1	Généralités . . . . .	66
4.2	Hybridation de la PWE avec la PO . . . . .	67
4.2.1	Onde incidente . . . . .	69
4.2.2	Fonction de Green spatiale . . . . .	72
4.3	Composantes cohérentes . . . . .	73
4.3.1	Courants sur la surface . . . . .	73
4.3.1.1	Polarisation TM . . . . .	73
4.3.1.2	Polarisation TE . . . . .	82
4.3.2	Champ diffusé . . . . .	86
4.3.2.1	Polarisation TM . . . . .	86
4.3.2.2	Polarisation TE . . . . .	91
4.4	Composantes incohérentes . . . . .	93
4.4.1	Courants sur la surface . . . . .	94
4.4.1.1	Polarisation TM . . . . .	95
4.4.1.2	Polarisation TE . . . . .	96
4.4.2	Champ diffusé . . . . .	96
4.4.2.1	Polarisation TM . . . . .	96
4.4.2.2	Polarisation TE . . . . .	100
4.5	Résumé . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Validation de la méthode proposée par la SDIM</b>	<b>103</b>
5.1	Comparaison des résultats . . . . .	104
5.1.1	Polarisation TE . . . . .	104
5.1.2	Polarisation TM . . . . .	109
5.1.3	Conclusion . . . . .	111
5.2	Correction de la méthode PWE-PO . . . . .	112
5.2.1	Impédance effective . . . . .	114
5.2.2	Nouvelles comparaisons . . . . .	116
5.3	Résumé . . . . .	118
<b>6</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>123</b>

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	7
<b>A Equation de la trajectoire du rayon dans le conduit</b>	<b>127</b>
<b>B Evaluation du champ incident sur la surface</b>	<b>129</b>
<b>C Calcul de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2</b>	<b>131</b>
<b>D Calcul de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre <math>m</math></b>	<b>135</b>
<b>E Calcul de la composante cohérente du champ diffusé à l'ordre 1</b>	<b>139</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>141</b>



# Liste des tableaux

2.1	Types de conditions de réfraction en fonction des gradients du coindice de réfraction et du coindice de réfraction modifié . . . . .	28
4.1	Paramètres de l'antenne . . . . .	70
4.2	Paramètres de simulation . . . . .	76
5.1	Paramètres de simulation . . . . .	103



# Table des figures

2.1	Polarisations linéaires de l'onde incidente . . . . .	23
2.2	Lois de Snell-Descartes . . . . .	24
2.3	Comportement des trajectoires pour les différents types de réfraction . . . . .	28
2.4	Coindices de réfraction modifiés en fonction de la hauteur pour les différents conduits troposphériques . . . . .	29
2.5	Hauteur en fonction du coindice de réfraction modifié pour un conduit d'évaporation défini par le modèle Paulus-Jeske ( $h_d = 13,1$ m, $M_0 = 323$ unités M) . . . . .	31
2.6	Coindice de réfraction modifié en fonction de la hauteur pour un conduit d'évaporation défini par le modèle Paulus-Jeske ( $h_d = 13,1$ m, $M_0 = 323$ unités M) et par un modèle linéaire . . . . .	31
2.7	Milieu homogène au-dessus d'un conduit de profil d'indice de réfraction linéaire au carré . . . . .	32
2.8	Représentation des trajectoires des rayons se propageant au-dessus d'une surface lisse, lorsque l'émetteur est situé dans le conduit . . . . .	33
2.9	Trajectoires des rayons émis par une source située dans le conduit sur une distance de 12 km pour $z_a = 5$ m, $h_d = 13$ m et $\varepsilon = 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ . . . . .	36
2.10	Représentation des trajectoires des rayons se propageant au-dessus d'une surface lisse, lorsque l'émetteur est situé au-dessus du conduit . . . . .	37
2.11	Trajectoires des rayons émis par une source située au-dessus du conduit sur une distance de 12 km pour $z_a = 16$ m, $h_d = 13$ m, $\varepsilon = 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ . . . . .	37
2.12	Illustration du facteur de focalisation défini par Brekhovskikh [1] . . . . .	38
2.13	Trajectoires des rayons et caustiques pour $z_a = 5$ m, $h_d = 13$ m, $\varepsilon = 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ . . . . .	39
2.14	Fonction d'autocorrélation gaussienne des hauteurs de la surface . . . . .	42
2.15	Surface de mer - modèle à deux échelles . . . . .	43
2.16	Partie isotrope du spectre de mer d'Elfouhaily en fonction du nombre d'onde pour $u_{10} = \{3; 6; 10\} \text{ ms}^{-1}$ . . . . .	45
2.17	Déphasage entre deux rayons dans la direction spéculaire . . . . .	46
3.1	Surface 1D pour la SPM . . . . .	56
3.2	Surface 1D pour la PO . . . . .	57
3.3	Domaines $\Omega_1$ et $\Omega_2$ délimités respectivement par les contours $C_{1,\infty}$ et $C_{2,\infty}$ et l'interface $S$ . . . . .	60

3.4	Découpage de la surface en sous-domaines . . . . .	62
4.1	Sur la gauche, illustration de l'espace $\Omega$ . Sur la droite, profil du module de l'indice de réfraction au carré . . . . .	66
4.2	Champ incident et premier rebond . . . . .	67
4.3	Multiples rebonds d'un rayon sur une surface rugueuse . . . . .	68
4.4	Module (en haut) et phase (en bas) du champ incident $\psi_{\text{inc}}^a$ de l'antenne par rapport à la hauteur $z_a$ en mètres. Les paramètres de l'antenne sont donnés dans le tableau 4.1 avec $\theta_{\text{inc}} = 88^\circ$ . . . . .	71
4.5	Résultats pour les mêmes paramètres que sur la figure 4.4, mais avec $\theta_{\text{inc}} = 89^\circ$ . . . . .	71
4.6	Module au carré du champ incident sur la surface $S$ , normalisé par rapport à son maximum, en fonction de la distance horizontale de la source . . . . .	77
4.7	Module au carré de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 en fonction de la distance horizontale en polarisation TM pour différents états de mer . . . . .	77
4.8	Module au carré de la composante cohérente des courants totaux sur la surface en fonction de la distance horizontale en polarisation TM pour différents états de mer . . . . .	82
4.9	Module au carré de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 en fonction de la distance horizontale en polarisation TE, pour différents états de mer . . . . .	84
4.10	Module au carré de la composante cohérente des courants totaux sur la surface en fonction de la distance horizontale en polarisation TE, pour différents états de mer . . . . .	85
4.11	Module au carré du champ incident en fonction de la distance horizontale et de la hauteur . . . . .	90
4.12	Module au carré du champ réfléchi en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TM. Surface lisse . . . . .	91
4.13	Module au carré du champ total en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TM. Surface lisse . . . . .	91
4.14	Module au carré du champ diffusé cohérent en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TM. Surface rugueuse, $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ . . . . .	92
4.15	Module au carré du champ total cohérent en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TM. Surface rugueuse, $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ . . . . .	92
4.16	Module au carré du champ réfléchi en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TE. Surface lisse . . . . .	94

4.17	Module du champ total cohérent au carré en fonction de la distance et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TE. Surface rugueuse, $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ . . . . .	94
4.18	Illustration pour le calcul des courants incohérents . . . . .	95
4.19	Illustration pour le calcul du champ diffusé incohérent . . . . .	97
5.1	Module au carré des courants sur la surface lisse en fonction de la distance horizontale, en polarisation TE . . . . .	105
5.2	Cartographie du champ total au dessus de la surface lisse en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TE . . . . .	105
5.3	Module au carré du champ total au dessus de la surface lisse en fonction : (a) de la hauteur et pour une distance horizontale donnée ; (b) de la distance horizontale et pour une hauteur donnée, en polarisation TE . . . . .	106
5.4	Module au carré de la composante cohérente des courants sur la surface en fonction de la distance horizontale pour deux vitesses du vent $u_{10}$ en polarisation TE . . . . .	106
5.5	Cartographie du champ total cohérent au-dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TE . . . . .	107
5.6	Cartographie du champ total cohérent au-dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale et de la hauteur en polarisation TE . . . . .	107
5.7	Module au carré de la composante cohérente du champ total au-dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la hauteur, pour une distance horizontale donnée, en polarisation TE . . . . .	108
5.8	Module au carré de la composante cohérente du champ total au-dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale, pour une hauteur donnée, en polarisation TE . . . . .	108
5.9	Module au carré des courants sur la surface lisse en fonction de la distance horizontale, en polarisation TM . . . . .	109
5.10	Cartographies du champ total cohérent au dessus de la surface lisse en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TM . . . . .	109
5.11	Module au carré de la composante cohérente du champ total au dessus de la surface lisse en fonction : (a) de la hauteur et pour une distance horizontale donnée ; (b) de la distance horizontale et pour une hauteur donnée, en polarisation TM . . . . .	110
5.12	Module au carré de la composante des courants sur la surface rugueuse en fonction de la distance horizontale, en polarisation TM . . . . .	111
5.13	Cartographie du champ total cohérent au dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TM . . . . .	111
5.14	Cartographie du champ total cohérent au dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TM . . . . .	112



5.15	Module au carré de la composante cohérente du champ total au dessus de la surface rugueuse en fonction de la hauteur et pour une distance horizontale, en polarisation TM . . . . .	112
5.16	Module au carré de la composante cohérente du champ total au dessus de la surface rugueuse en fonction de la distance horizontale et pour une hauteur donnée, en polarisation TM . . . . .	113
5.17	Moyenne de la hauteur illuminée $\tilde{m}_\zeta$ de la surface rugueuse . . . . .	113
5.18	Coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence sur la surface PC en polarisation TE, pour $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ . . . . .	116
5.19	Coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence sur la surface PC en polarisation TE, pour $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ . . . . .	116
5.20	Coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence sur une surface PC en polarisation TM, pour $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ . . . . .	117
5.21	Coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence sur une surface PC en polarisation TM, pour $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ . . . . .	117
5.22	Modules au carrés des composantes cohérentes des courants sur la surface rugueuse et du champ total. Correction par la SPM, polarisation TE, surface rugueuse de vitesse du vent $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ . . . . .	118
5.23	Module au carré de la composante des courants sur la surface en fonction de la distance horizontale. Polarisation TM . . . . .	119
5.24	Module au carré de la composante cohérente du champ total en fonction de la hauteur et une distance horizontale. Polarisation TM, surfaces rugueuses . . . . .	119
5.25	Module au carré de la composante cohérente du champ total en fonction de la distance horizontale et une hauteur donnée. Polarisation TM, surfaces rugueuses . . . . .	120

# Glossaire

- ACA** Adaptive Cross Approximation
- BIE** Boundary Integral Equation (Equations intégrales de frontière)
- FB** Forward-Backward
- FDM** Finite Difference Method
- FEM** Finite Element Method
- FFT** Fast Fourier Transform
- FWM** Full Wave Method
- GO** Geometrical Optics (Optique géométrique)
- IEM** Integral Equation Method (Méthode de l'équation intégrale)
- KA** Kirchhoff Approximation
- LHI** Linéaire, homogène et isotrope
- MABL** Marine Atmospheric Boundary Layer (Couche limite atmosphérique marine)
- MoM** Method of Moments (Méthode des Moments)
- PC** Parfaitement Conducteur(-rice)
- PO** Physical Optics (Optique physique)
- PPT** Phase Perturbation Technique (Technique de la perturbation de la phase)
- PWE** Parabolic Wave Equation (Equation parabolique)
- SDIM** Sub-domain Decomposition Iterative Method
- SPM** Small Perturbation Method (Méthode des petites perturbations)
- SSA** Small-Slope Approximation (Approximation des faibles pentes)
- SSF** Split-Step Fourier
- TE** Transverse Electrique
- TM** Transverse Magnétique
- TPA** Tangent Plane Approximation (Approximation du plan tangent)
- TSM** Two-Scale Model (Modèle à deux échelles)



## Introduction

La modélisation de la propagation et de la diffraction des ondes électromagnétiques dans un milieu naturel est un sujet actif en recherche. Les applications de tels travaux sont nombreuses, aussi bien sur le plan civil que militaire, et en particulier dans le domaine radar microonde. Dans cette thèse, l'environnement marin est étudié. Au voisinage de la surface de mer, les paramètres météorologiques comme la pression atmosphérique, l'humidité relative, la vitesse du vent, peuvent varier fortement. De plus, une évaporation forte de l'eau au voisinage de la surface vient accentuer cette variation et causer ainsi une variation de l'indice de réfraction, ce qui implique le piégeage de l'onde appelé phénomène de guidage dans un conduit. Les performances radars sont alors fortement affectées par ce milieu non homogène, en plus de l'effet de la rugosité de la surface de mer. Ainsi, la propagation de l'onde dévie de la propagation dans un milieu homogène.

De nombreuses méthodes ont été développées afin de résoudre à la fois le problème de la propagation (effet du conduit) et de la diffraction (par une surface de mer rugueuse). Une première approche consiste à résoudre ces problèmes séparément. On peut citer l'approximation de la PWE pour résoudre le problème de la propagation et les méthodes asymptotiques classiques comme l'optique physique ou la méthode des petites perturbations pour résoudre le problème de diffraction. Les méthodes asymptotiques introduisent des hypothèses simplificatrices, permettant ainsi d'obtenir une solution rapide du problème, résolue analytiquement ou numériquement, au détriment de la précision. Plus récemment, avec la montée en performances des ordinateurs, des méthodes numériques rigoureuses ont pu également être appliquées comme la méthode des moments, basée sur la résolution numérique exacte des équations intégrales de frontière. Une méthode numérique efficace, qui résout à la fois la propagation et la diffraction, est la PWE couplée à la SSF (Split-Step Fourier). Ses avantages sont qu'elle est rapide (car basée sur des FFTs) et applicable pour un profil d'indice de ré-

fraction quelconque. Son inconvénient principal est l'introduction de conditions aux limites approximatives dans le schéma de résolution numérique de la SSF. Typiquement, le modèle haute fréquence d'Ament (lié à la composante cohérente du champ diffusé), valide pour une atmosphère homogène et pour un rebond, est couramment appliqué.

Cette thèse vise à développer une méthode asymptotique et rapide pour résoudre conjointement les problèmes de propagation et de diffraction. L'objectif est d'évaluer le champ diffracté par une surface de mer rugueuse en présence d'un conduit, lorsque la surface est illuminée par un radar côtier en visée rasante. La configuration bidimensionnelle et bistatique, pour laquelle l'émetteur et le récepteur sont délocalisés et dans le conduit, est particulièrement étudiée. La surface considérée est alors monodimensionnelle. La méthode mise en œuvre est basée sur l'approximation de l'optique physique (PO) (pour la diffraction) combinée à la PWE (pour la propagation), dans le but d'exprimer la fonction de Green. Puisque l'on cherche une solution analytique du propagateur, le conduit est considéré canonique (typiquement, le profil d'indice de réfraction est supposée linéaire en fonction de la hauteur). La méthode résultante est alors dénotée PWE-PO. Elle permettra ainsi d'obtenir des expressions analytiques des composantes cohérentes et incohérentes des courants sur la surface rugueuse et du champ diffusé dans le conduit. De plus, le modèle d'Ament sera généralisé à  $m$  rebonds sur la surface de mer en présence d'un conduit. Il permet de relier les courants d'une surface lisse à ceux d'une surface rugueuse. Une expression similaire est également obtenue pour le champ diffusé.

Le manuscrit est organisé en 6 chapitres. Les chapitres 1 et 6 sont respectivement dédiés à l'introduction de la thèse et aux conclusions et perspectives.

Le chapitre 2 donne des rappels sur la théorie électromagnétique et l'environnement marin. De plus, l'approche rayon de l'optique géométrique est présentée afin d'introduire la propagation des ondes dans un conduit, dont le profil d'indice de réfraction au carré est linéaire. Dans la dernière partie, la modélisation stochastique d'une surface de mer est présentée, caractérisée en particulier par son spectre. Puis, la notion de rugosité électromagnétique est introduite.

L'état de l'art est présenté sur le chapitre 3. Une partie du chapitre est consacrée aux méthodes de propagation des ondes électromagnétiques. L'autre partie est dédiée à la diffusion par une surface rugueuse. Tout d'abord, les méthodes asymptotiques sont discutées, en mettant l'accent sur le modèle d'Ament. Puis la méthode rigoureuse basée sur la méthode des moments est succinctement exposée. Une version accélérée de cette méthode, nommée SDIM et qui sera la méthode de référence, est expliquée.

Le chapitre 4 présente le cœur de la thèse et ma contribution principale, dans lequel l'expression du champ diffracté est donnée par la méthode PWE-PO. De plus, les composantes cohérentes et incohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé sont dérivées pour le conduit considéré. La surface de mer est supposée parfaitement conductrice. Les résultats issus de ces calculs sont comparés avec ceux issus de la méthode de référence afin de valider la méthode proposée dans le chapitre 5.

## Bases théoriques

Dans ce chapitre, la théorie de base nécessaire aux travaux de cette thèse est introduite [2, 3]. La première partie est consacrée aux rappels sur les propriétés fondamentales des ondes électromagnétiques, en mettant l'accent sur les mécanismes de propagation. Ensuite, l'atmosphère terrestre est considérée, avec une attention particulière portée sur les conduits existants dans la basse troposphère. La section suivante présente le concept d'onde sous forme de rayons, dans le cas du conduit considéré dans cette thèse. Ainsi, les équations des trajectoires des rayons sont dérivées. Dans la dernière partie, une caractérisation statistique des surfaces rugueuses est exposée, avec une attention toute particulière portée sur la description de la surface de mer. Enfin, le paramètre de rugosité de Rayleigh est introduit. Il est utilisé afin de caractériser la rugosité électromagnétique d'une surface rugueuse.

### 2.1 Propriétés fondamentales des ondes électromagnétiques

#### 2.1.1 Champ électromagnétique

Tout d'abord, les notions générales sur les ondes électromagnétiques sont abordées. Le champ électromagnétique représente « un état d'excitation qui est établi dans l'espace par la présence de charges électriques » [3]. Il est composé de l'ensemble des vecteurs du champ électrique et du champ magnétique,  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$ . Ils sont exprimés respectivement en V/m et A/m selon le système d'unités international. Afin de décrire complètement le comportement des ondes électromagnétiques, il est également nécessaire d'introduire le vecteur déplacement électrique  $\mathbf{D}$  (en C/m<sup>2</sup>) et le vecteur d'induction magnétique  $\mathbf{B}$  (en T), qui sont liés au champ électromagnétique à travers des équations

constitutives.

**Équations de Maxwell et relations constitutives** Au XIX<sup>e</sup> siècle, James Clerk Maxwell a introduit la théorie d'électromagnétisme en fusionnant les lois physiques associées aux phénomènes de l'électricité et du magnétisme. Il a établi les équations fondamentales de l'électromagnétisme, publiées sous forme intégrale dans son article « A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field » en 1865. Par la suite, Heaviside a synthétisé ces équations sous forme vectorielle en 1884 et Hertz les a vérifiées expérimentalement en 1884. Finalement, les équations de Maxwell sont données par [2]

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (2.1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.1b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.1c)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2.1d)$$

où  $\rho$  et  $\mathbf{J}$  sont respectivement la densité de charge électrique (en  $A/m^3$ ) et le vecteur densité de courant électrique (en  $A/m^2$ ). Ce sont des quantités connues. Toutes les grandeurs dans les équations dépendent du temps  $t$  et du vecteur de position  $\mathbf{r}$ . Pour un système de coordonnées cartésiennes, le vecteur de position est défini par  $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$ . Les grandeurs **en gras** dénotent des vecteurs et ceux surmontés d'un chapeau sont des vecteurs unitaires. Les Eqs. (2.1a) et (2.1b) représentent les lois de Maxwell-Gauss électrique et magnétique. L'Eq. (2.1c), appelée équation de Maxwell-Faraday, n'est que la loi d'induction de Faraday, et la dernière est nommée équation de Maxwell-Ampère, qui est démontrée à partir du théorème d'Ampère et du courant de déplacement de Maxwell.

Les équations de Maxwell décrivent la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu de propagation qui peut être le vide ou quelconque. Ainsi, les équations constitutives donnant une relation entre le champ et les vecteurs déplacement électrique et d'induction magnétique ont été introduites. Pour un milieu linéaire, homogène et isotrope (LHI), elles sont exprimées par

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (2.2)$$

et

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (2.3)$$

où  $\epsilon$  est la permittivité diélectrique et  $\mu$  la perméabilité magnétique. Par la suite, ces paramètres sont définis comme

$$\begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_0 \epsilon_r, \\ \mu &= \mu_0 \mu_r, \end{aligned} \quad (2.4)$$

où  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  désignent les constantes électrique et magnétique dans le vide

$$\begin{aligned}\epsilon_0 &= \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \text{ F/m} \approx 8.842 \times 10^{-12} \text{ F/m}, \\ \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}\end{aligned}\quad (2.5)$$

et donnent la vitesse de la lumière  $c$  dans le vide

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}.\quad (2.6)$$

La permittivité diélectrique relative  $\epsilon_r$  et la perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  caractérisent le matériau du milieu. Dans cette thèse, nous ne considérons que les milieux non magnétiques, donc la perméabilité relative est  $\mu_r = 1$ . Ici, une nouvelle grandeur, qui traduit les propriétés du matériau, peut être introduite. C'est l'indice de réfraction  $n$  ; pour un milieu donné, il est déterminé selon l'équation suivante

$$n = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} = \sqrt{\epsilon_r}.\quad (2.7)$$

De plus, nous mentionnons la dernière équation constitutive qui donne la relation entre le champ électrique et la densité de courant

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E},\quad (2.8)$$

où  $\sigma$  dénote la conductivité électrique d'un matériau, exprimée en S/m.

**Équation de propagation** A partir des équations de Maxwell, les équations de propagation des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  sont dérivées et, pour un espace sans courant ni charge ( $\mathbf{J} = 0$ ,  $\rho = 0$ ), elles s'écrivent comme

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0\quad (2.9)$$

et

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0,\quad (2.10)$$

où  $\nabla^2$  représente le laplacien vectoriel. En coordonnées cartésiennes, si le laplacien scalaire est défini par  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ , le laplacien vectoriel est défini par  $\nabla^2 \mathbf{A} = \Delta A_x \hat{\mathbf{x}} + \Delta A_y \hat{\mathbf{y}} + \Delta A_z \hat{\mathbf{z}}$  pour un vecteur  $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$ . Ces équations sont aussi appelées les équations d'onde électrique et magnétique.

Une solution particulière de l'équation d'onde s'écrit comme

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \Psi_0 \exp[-j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})],\quad (2.11)$$

où  $\mathbf{k} = \omega/v\hat{\mathbf{u}}$  représente le vecteur d'onde,  $\omega$  la pulsation,  $v$  la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique et  $\hat{\mathbf{u}}$  un vecteur unitaire relié au vecteur d'onde par la relation  $\hat{\mathbf{u}} = \mathbf{k}/\|\mathbf{k}\|$ . Le vecteur  $\Psi_0$  donne la polarisation de l'onde. Physiquement,



l'Eq. (2.11) représente une onde plane progressive monochromatique qui se propage dans la direction  $\hat{u}$ . Les ondes sphériques sont considérées planes dans la région du champ lointain où la courbure locale de l'onde électromagnétique est réduite à un plan. Par convention, la forme harmonique peut être désignée par le facteur  $e^{-j\omega t}$ , d'où l'opérateur dérivée temporelle  $\partial/\partial t$  correspond à une multiplication par  $-j\omega$ . L'équation d'onde s'écrit alors

$$(\nabla^2 + k_0^2)\Psi = 0 \quad (2.12)$$

et, sous cette forme, elle est nommée équation de Helmholtz.

**Conditions aux limites** Les équations de Maxwell sous forme différentielle sont valides pour des milieux dont les propriétés électriques et magnétiques varient de façon continue. Alors, la question est de connaître le comportement du champ électromagnétique à l'interface séparant deux milieux de propriétés différentes. Pour y répondre, les conditions aux limites ont été dérivées à partir des équations de Maxwell. Considérons deux milieux linéaires, homogènes et isotropes, semi-infinis,  $\Omega_1$ , décrit par  $\epsilon_1$ ,  $\mu_1$  et  $\sigma_1$ , au-dessus d'une interface  $S$  et  $\Omega_2$ , décrit par  $\epsilon_2$ ,  $\mu_2$  et  $\sigma_2$ . En imposant que le vecteur de la normale  $\hat{n}$  est dirigé du milieu  $\Omega_2$  vers le milieu  $\Omega_1$  ( $\hat{n} = \mathbf{n}_{21}$ ), donc vers le haut nous avons les relations suivantes

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s, \quad (2.13a)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0, \quad (2.13b)$$

$$\hat{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0, \quad (2.13c)$$

$$\hat{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s, \quad (2.13d)$$

où  $\rho_s$  dénote la densité surfacique de charge et  $\mathbf{J}_s$  est le vecteur densité surfacique de courant. Les Eqs. (2.13b) et (2.13c) montrent que la composante normale de l'induction magnétique  $\mathbf{B}$  et la composante tangentielle du champ électrique  $\mathbf{E}$  sont continues à la surface. Par conséquent, elles sont nommées relations de continuité. Les Eqs. (2.13a) et (2.13d) indiquent la discontinuité de la composante normale du déplacement électrique  $\mathbf{D}$  en présence de charge surfacique de densité  $\rho_s$  et de la composante tangentielle de l'induction magnétique  $\mathbf{H}$  en présence du courant surfacique de densité  $\mathbf{J}_s$ .

## 2.1.2 Polarisation des ondes

Dans le domaine des microondes notamment, la polarisation des ondes est un paramètre très important. Une onde plane électromagnétique, se propageant dans le vide ou dans un milieu isotrope, représente une onde transverse, i.e. les vecteurs du champ électrique  $\mathbf{E}$  et du champ magnétique  $\mathbf{H}$  sont orthogonales et constituent un plan perpendiculaire au vecteur de propagation  $\mathbf{k}$ . Par convention, la polarisation d'une onde électromagnétique se réfère à la polarisation du champ électrique par rapport au plan d'incidence. Le plan d'incidence est défini par la normale à la surface et le vecteur

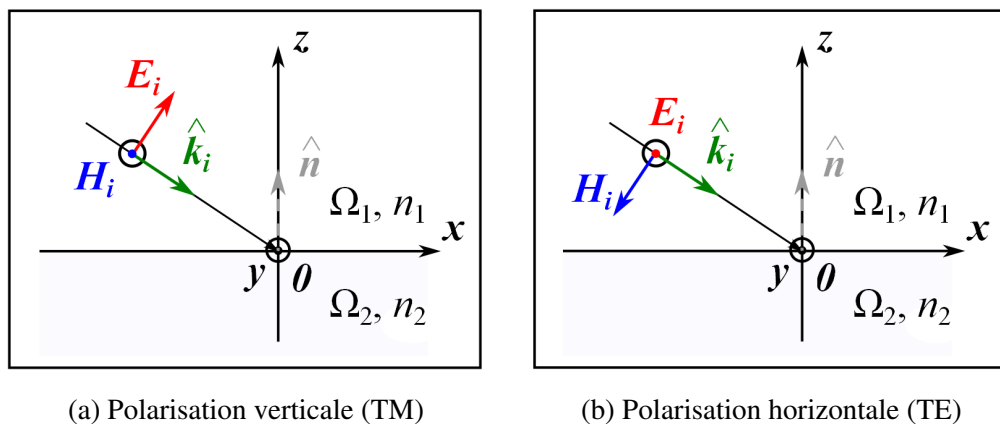


FIGURE 2.1 – Polarisations linéaires de l'onde incidente

de propagation de l'onde incidente :  $(\hat{n}, \mathbf{k}_i)$ . Si le champ électrique est situé dans le plan d'incidence, la polarisation est appelée verticale (V) ou parallèle ( $p$ ) ou transverse magnétique (TM), du fait que le champ magnétique est transverse au plan d'incidence. Par contre, la polarisation est dite horizontale (H) si le champ électrique est perpendiculaire ( $s$ ) au plan d'incidence ; elle est aussi appelée transverse électrique (TE) car le champ électrique est transverse au plan d'incidence. Ces polarisations linéaires sont illustrées sur la figure 2.1.

### 2.1.3 Mécanismes de propagation

En espace libre, les ondes électromagnétiques se propagent en « ligne droite » entre le point d'émission et le point de réception. En revanche, pour un milieu quelconque, la propagation devient plus complexe. En effet, la propagation est possible entre des points qui ne sont pas directement visibles grâce à différents phénomènes, comme :

- la réflexion
- la transmission
- la réfraction
- la diffraction
- etc.

Dans les sous-sections suivantes, ces types de propagation sont introduits.

#### 2.1.3.1 Réflexion et transmission

Le phénomène de réflexion se produit lorsqu'une onde électromagnétique se rapproche d'une surface de grandes dimensions qui sépare deux milieux différents. Généralement, nous pouvons distinguer deux types de réflexion : la réflexion spéculaire, qui est

discutée dans cette sous-section, et la réflexion diffuse, qui est liée aux phénomènes de diffraction et diffusion.

Afin de considérer la réflexion spéculaire, nous utilisons la représentation de l'onde électromagnétique par des rayons dont la trajectoire est perpendiculaire au front d'onde. Cette approche est empruntée de l'optique géométrique et elle est détaillée dans la section 3.1. De plus, la réflexion spéculaire est liée à la réflexion par une surface parfaitement lisse.

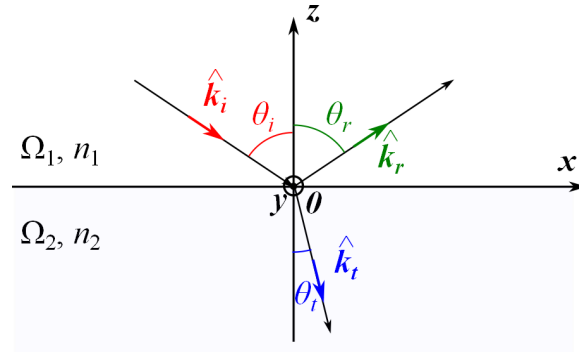


FIGURE 2.2 – Lois de Snell-Descartes

**Lois de Snell-Descartes** Considérons la propagation d'une onde plane incidente illuminant une frontière lisse de surface infinie séparant deux milieux LHI semi-infinis,  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ , définis par les indices de réfraction  $n_1$  et  $n_2$  (voir la figure 2.2). Supposons que le plan  $(\hat{x}, \hat{z})$  représente le plan d'incidence et que le vecteur d'onde incidente  $\hat{k}_i$  lui appartient. Après l'interaction avec la frontière, nous avons une onde réfractée dans le milieu inférieur et une onde réfléchiée dans le milieu supérieur. En appliquant les conditions aux limites, une relation entre les trois ondes existe si, pour  $z = 0$  et  $\forall(x, t)$ , leurs phases sont égales. Cette relation conduit à un ensemble de lois connues comme les lois de Snell-Descartes. Ces lois stipulent que les pulsations des ondes sont égales et que leurs plans  $(\hat{x}, \hat{k}_i)$ ,  $(\hat{x}, \hat{k}_r)$  et  $(\hat{x}, \hat{k}_t)$  sont confondus. De plus, les lois de Snell-Descartes conduisent aux deux relations appelées les lois de réflexion et de transmission suivantes

$$\theta_i = \pm\theta_r \quad (2.14)$$

et

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t, \quad (2.15)$$

où  $\theta_i$ ,  $\theta_r$  et  $\theta_t$  représentent respectivement les angles d'incidence, de réflexion et de transmission. Le signe dans l'Eq. (2.14) dépend de l'orientation de l'angle  $\theta_r$  relativement à celle de  $\theta_i$ .

**Coefficients de Fresnel** Par la suite, il reste à introduire les relations entre les amplitudes du champ incident et des champs réfléchi et transmis. A partir des conditions

aux limites à la surface  $S_{1,2}$  entre  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ , nous pouvons dériver les équations des coefficients de réflexion  $\mathcal{R}$  et de transmission  $\mathcal{T}$ , appelés les coefficients de Fresnel. En polarisation TM (verticale), ils sont donnés par

$$\mathcal{R}_V = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} = \frac{n_2^2 \cos \theta_i - n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_2^2 \cos \theta_i + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (2.16)$$

et

$$\mathcal{T}_V = \frac{n_1}{n_2}(1 + \mathcal{R}_V) = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}. \quad (2.17)$$

Les expressions correspondantes en polarisation TE (horizontale) sont

$$\mathcal{R}_H = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} = \frac{n_1 \cos \theta_i - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_1 \cos \theta_i + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (2.18)$$

et

$$\mathcal{T}_H = 1 + \mathcal{R}_H = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}. \quad (2.19)$$

Dans cette thèse, le coefficient de réflexion de Fresnel pour un milieu inférieur parfaitement conducteur ( $\sigma_2 \rightarrow j\infty$  implique  $n_2 \rightarrow j\infty$ ) est d'une importance particulière. Dans ce cas, nous avons

$$\mathcal{R}_V = +1 \quad (2.20)$$

et

$$\mathcal{R}_H = -1. \quad (2.21)$$

Le coefficient de Fresnel en transmission est, dans ce cas, égal à 0.

En pratique, les angles de réflexion peuvent être très rasants ( $\theta_i \rightarrow \pi/2$ ). En polarisation TM (verticale), le coefficient de Fresnel en réflexion est  $\mathcal{R} = 0$  si le rayon transmis et la direction attendue pour le rayon réfléchi forment un angle droit. Alors, l'angle correspondant est appelé l'angle de Brewster  $\theta_{iB}$  et défini par

$$\tan \theta_{iB} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.22)$$

Pour des milieux diélectriques réels, l'indice de réfraction est souvent complexe. Dans ce cas, l'angle de Brewster représente l'angle pour lequel le coefficient de réflexion est minimal en module. Par exemple, pour une interface air-mer ( $\epsilon_r = n_2^2 = 70,4 + j40,6$  pour  $f = 3$  GHz), il vaut  $\theta_{iB} \approx 83,7^\circ$ .

### 2.1.3.2 Réfraction

Généralement, la réfraction représente le même phénomène que la transmission, mais tandis que la transmission a lieu lorsqu'une onde se propage dans deux milieux d'indices de réfraction différents, la réfraction nécessite un milieu dont l'indice de réfraction varie en continu. L'atmosphère terrestre, qui est considérée dans cette thèse, est un milieu de ce type. Selon les lois de la réfraction, les ondes électromagnétiques ne se propagent plus en « ligne droite » et des phénomènes tels que le guidage devient possibles. Ces phénomènes sont examinés plus en détails dans la section suivante.

### 2.1.3.3 Diffraction et diffusion

Lorsqu'une onde incidente rencontre un obstacle, des charges se créent sur l'obstacle qui font rayonner un champ électromagnétique de même pulsation que l'onde incidente. Ainsi, chaque point de la surface de l'obstacle peut être regardé comme une source secondaire. Ceci est connu comme le principe de Huygens (présenté dans le chapitre suivant). De plus, si la ligne de visée entre l'émetteur et le récepteur est obstruée par un obstacle opaque dont les dimensions sont plus grandes que la longueur d'onde du signal émis, ce phénomène est appelé diffraction par les bords [4]. Ici, nous considérons l'influence de la rugosité de la surface afin d'examiner la diffraction.

Comme évoqué précédemment, la réflexion d'ondes par une surface peut être spéculaire et diffuse. La réflexion par la surface lisse et de grandes dimensions devant la longueur d'onde est décrite par les coefficients de Fresnel. Mais ces coefficients ne sont plus valides pour une surface naturelle rugueuse, comme la surface de mer, qui représente un grand nombre d'irrégularités de hauteurs aux différents points. Au lieu d'avoir une réflexion dans une seule direction, l'onde incidente est réfléchiée dans des directions différentes. Ainsi, nous parlons de diffraction des ondes électromagnétiques par une surface rugueuse. De plus, la diffusion explique ce phénomène d'une manière statistique. Ce problème est alors étudié dans cette thèse conjointement à la propagation.

## 2.2 Conduits au-dessus de la surface de mer

Dans cette section, nous discutons du milieu de propagation. Ce sont les conduits qui existent au-dessus de la surface de mer, dans la couche la plus basse de l'atmosphère appelée troposphère. Tout d'abord, les notions générales sur l'atmosphère terrestre sont données, en soulignant les caractéristiques de la troposphère. La troposphère est décrite par les paramètres météorologiques qui donnent le profil d'indice de réfraction qui influence la propagation. Les variations du profil d'indice de réfraction sont à l'origine du guidage des ondes. Parmi ces conduits, nous avons vu l'intérêt d'étudier le conduit d'évaporation et, enfin, nous avons choisi une représentation simplifiée de ce conduit dans la suite de la thèse.

### 2.2.1 Troposphère

L'atmosphère est une enveloppe gazeuse entourant la Terre, qui est conservée par la gravité et qui est indépendante des mouvements sur la Terre. L'atmosphère est composée de plusieurs couches concentriques dont la température moyenne varie en fonction de l'altitude. La propagation des ondes radar au-dessus d'une surface de mer a lieu principalement dans la partie la plus basse de l'atmosphère : la troposphère.

La troposphère est caractérisée par une diminution régulière de la température avec l'altitude. En général, c'est une couche d'une épaisseur qui varie entre 8 et 18 km, en fonction de la latitude géographique et des conditions météorologiques [5]. Au-dessus

de la surface de mer, elle est divisée en deux sous-couches : la couche turbulente et la couche non turbulente (l'atmosphère libre). La couche turbulente de la troposphère, aussi appelée couche limite atmosphérique marine (MABL - Marine Atmospheric Boundary Layer), est caractérisée par des variations importantes des paramètres météorologiques. Les plus importants d'entre eux sont : la pression, la température, l'humidité, la direction et la vitesse du vent, l'évaporation, etc. Ces paramètres déterminent la propriété fondamentale d'un milieu de propagation : l'indice de réfraction  $n$ , donné par l'Eq. (2.7).

L'indice de réfraction de l'air est très proche de l'unité. C'est pourquoi une autre quantité, appelée le coindice de réfraction, est introduite. Le coindice de réfraction  $N$  est défini par

$$N = (n - 1) \times 10^6. \quad (2.23)$$

La relation entre le coindice de réfraction et les paramètres météorologiques de la troposphère est donnée par la formule de Smith et Weintraub [6]

$$N = \frac{77.6}{T} \left( p + 4810 \frac{e}{T} \right), \quad (2.24)$$

où  $p$  est la pression totale (en mbar),  $e$  la pression partielle de la vapeur d'eau (en mbar) et  $T$  la température absolue (en K). Cette équation permet de prédire l'évolution du coindice de réfraction en fonction de l'altitude. Logiquement, le coindice de réfraction devrait diminuer avec l'altitude, à cause de la diminution de la pression et de la température. Enfin, la décroissance du coindice avec l'altitude est donnée par la relation suivante [7]

$$N = 315e^{-0,136z}, \quad (2.25)$$

où  $z$  (en km) est la hauteur au-dessus du niveau de la mer. Nous parlons alors de modèle standard de l'atmosphère. De plus, la loi de variations de l'indice de réfraction avec l'altitude représente le profil d'indice de réfraction [4].

Pour simplifier les calculs de propagation, la surface sphérique de la Terre est considérée plate en introduisant le coindice de réfraction modifié  $M$ . Il est défini par

$$M = N + z/R_T \approx N + 0.157z, \quad (2.26)$$

où  $z$  est la hauteur susdite en mètres et  $R_T$  est le rayon de la Terre. Les coindices  $M$  et  $N$  sont sans dimensions et s'expriment en unité-M ou en unité-N.

Les différents types de conditions de réfraction sont directement liés aux gradients d'indice, et, logiquement, au coindice. Ainsi, une atmosphère standard est caractérisée par un gradient d'indice  $dN/dz$  constant de  $-39,2$  unités N/km, ou un gradient d'indice modifié de  $118$  unités M/km [4, 8, 9]. Dans ce cas, les trajectoires sont courbées et s'éloignent de la surface de la Terre. De plus, il existe deux mécanismes non standards de réfraction. Pour des gradients de coindice plus grands, nous parlons d'infraréfraction. Les trajectoires sont moins courbées et, dans un cas particulier, si le gradient de coindice de réfraction est égal à 0, l'atmosphère est homogène et les trajectoires sont des lignes droites. Si la valeur du gradient de coindice de réfraction décroît de plus de

Type de réfraction	$dN/dz$ (unités N/km)	$dM/dz$ (unités M/km)
infraréfraction	$> -39,2$	$> 118$
standard	$-39,2$	$118$
superréfraction	$< -39,2$	$< 118$
guidage	$< -157$	$< 0$

TABLE 2.1 – Types de conditions de réfraction en fonction des gradients du coindice de réfraction et du coindice de réfraction modifié

39 unités N par km, il s'agit de la superréfraction et les trajectoires sont plus courbées. Si le gradient du coindice est égal à  $-157$  unités N/km, les trajectoires sont parallèles à la surface terrestre. Pour des valeurs inférieures, les trajectoires se rapprochent de la surface, car elles sont plus courbées que la Terre. Ce phénomène est appelé guidage et il est d'un grand intérêt pour nous. Les types de conditions de réfraction sont reportés et classés en fonction des valeurs des gradients des coindices dans le tableau 2.1.

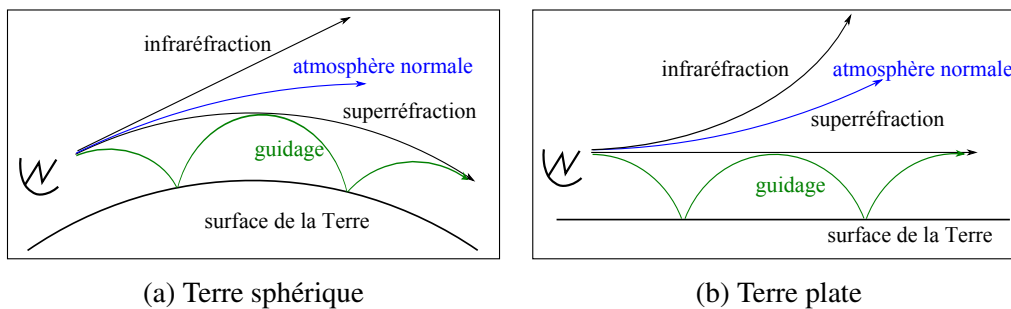


FIGURE 2.3 – Comportement des trajectoires pour les différents types de réfraction

De plus, dans la littérature, le type normal est aussi mentionné : il représente le cas du gradient du coindice de réfraction supérieur à  $-79$  et inférieur à  $0$  unités N/km [7,9]. Les trajectoires correspondantes sont illustrées sur les figures 2.3a et 2.3b.

Dans cette thèse, nous nous intéressons au phénomène de guidage. C'est une forme extrême de la superréfraction où les rayons se propagent vers la surface de la Terre, se réfléchissent et, par conséquent, repartent pour un autre rebond. La couche de troposphère où ce phénomène se produit représente un conduit. Ainsi, les conduits permettent une propagation guidée à longues distances, parfois avec plusieurs réflexions par la surface. Dans la section suivante, de tels conduits sont présentés plus en détail.

## 2.2.2 Conduits atmosphériques

Généralement, les conduits sont les plus fréquents au-dessus d'une surface de mer. Ils peuvent être causés par une augmentation de la température avec l'altitude ou par une décroissance extrêmement rapide de l'humidité. Il existe quatre types de base de conduits troposphériques : le conduit de surface, le conduit surélevé, le conduit d'évaporation et la couche d'infraréfraction [10–12], sauf que ce dernier ne cause pas de

guidage et il se produit très rarement [13]. Alors, les trois premiers conduits sont présentés sur la figure 2.4 où les lignes vertes pointillées montrent leurs épaisseurs.

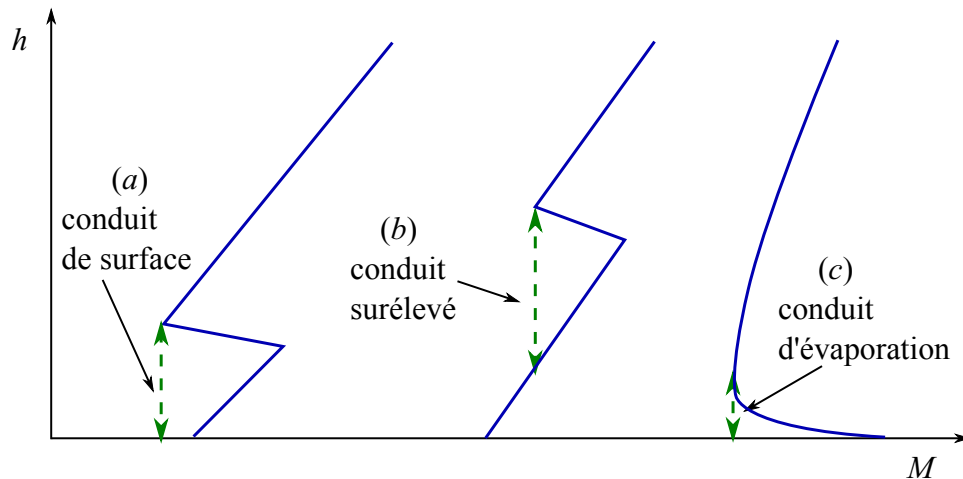


FIGURE 2.4 – Coindices de réfraction modifiés en fonction de la hauteur pour les différents conduits troposphériques

**Conduit de surface** Les conduits de surface apparaissent dans les régions de la troposphère proches de la mer, dans des conditions météorologiques stables. Ils sont causés par des mouvements horizontaux de masses d'air chaud et sec qui provoquent une inversion du gradient de la température et de l'humidité. La base du conduit se trouve sur la surface de la mer. La condition nécessaire pour l'existence d'un tel conduit est que la valeur algébrique du coindice de réfraction modifié au sommet soit supérieure à celle à la surface (voir la figure 2.4, cas (a)). L'épaisseur du conduit de surface peut aller jusqu'à quelques centaines de mètres. Souvent, ce conduit est modélisé par un modèle classique tri-linéaire à trois paramètres.

**Conduit surélevé** L'apparition d'un conduit surélevé (auss appelé conduit d'élévation) est de même nature que le conduit de surface, mais pour des altitudes plus grandes. Le conduit est situé entre le sommet de la couche d'inversion du coindice et la hauteur où la valeur du coindice est égale à celle du sommet (voir la figure 2.4, cas (b)). Ce conduit peut, comme le conduit de surface, être modélisé par un modèle trilinéaire.

**Conduit d'évaporation** Le conduit d'évaporation est un des phénomènes les plus importants pour la propagation électromagnétique au-dessus des surfaces maritimes. C'est une couche troposphérique, située juste au-dessus de la surface de mer, d'une faible épaisseur par rapport au conduit de surface. Il se produit du fait d'une décroissance rapide du coindice de réfraction modifié. En effet, l'air au voisinage de la surface



de mer est saturé en vapeur d'eau, mais après quelques mètres d'altitude, l'humidité relative décroît fortement sans changement important de la température, provoquant l'apparence d'un tel conduit dit d'évaporation. Ce conduit permet une propagation à longue distance, avec plusieurs rebonds sur la surface. De plus, il représente un état météorologique quasi-permanent.

Un conduit d'évaporation est complètement décrit par sa hauteur  $h_d$  et son profil de coindice de réfraction modifié ( $M$ -profil). La hauteur d'un conduit représente la hauteur au-dessus de la surface de mer où le coindice de réfraction modifié atteint son minimum, c'est-à-dire, où son gradient est égal à 0. Typiquement, ce conduit s'étend entre 0 et 40 m, en fonction de la latitude géographique, avec une valeur moyenne de 13,1 m. Elle est calculée à l'aide de différents modèles mathématiques utilisant les paramètres météorologiques mesurés (pression, température, humidité). Différents modèles ont été proposés, basés sur la théorie introduite par Monin et Obukhov [14]. Les modèles les plus connus ont été développés par Jeske [15], Paulus [9], Babin [16], etc.

Afin de modéliser la propagation dans un conduit d'évaporation, il est nécessaire de connaître le profil de coindice (et d'indice) de réfraction modifié. Couramment, ce profil est décrit par une équation log-linéaire avec un seul paramètre ( $h_d$ ) donné par Paulus [17]

$$M(z) = M_0 + \alpha \left( z - h_d \ln \left( \frac{z + z_0}{z_0} \right) \right), \quad (2.27)$$

où  $z$  est la hauteur au-dessus de la surface de mer,  $M_0 = M(0)$  est la valeur du coindice de réfraction modifié à la surface,  $\alpha = 0.13$  unité M/m en conditions neutres et  $z_0 = 1,5 \times 10^{-4}$  m est la longueur de rugosité aérodynamique standard. Ce modèle est aussi connu comme le modèle Paulus-Jeske. La figure 2.5 présente l'altitude  $z$  en fonction du coindice de réfraction modifié  $M(z)$ . Récemment, un modèle plus précis et plus complexe a été proposé par Zhang *et al.* [18]. Ce modèle estime le profil de coindice modifié du conduit en exploitant quatre paramètres.

A partir de l'expression de Paulus-Jeske, nous pouvons obtenir les expressions pour le coindice de réfraction  $N$  et l'indice réfraction  $n$  en fonction de la hauteur au-dessus de la surface de mer  $z$ . Nous avons respectivement

$$N(z) = M_0 - 0,027z - 0,13h_d \ln \left( \frac{z + z_0}{z_0} \right) \quad (2.28)$$

et

$$n(z) = n_0 - \left( 0,027z - 0,13h_d \ln \left( \frac{z + z_0}{z_0} \right) \right) \times 10^{-6}, \quad (2.29)$$

où  $n_0 = 1 + M_0 \times 10^{-6}$  est l'indice de réfraction sur la surface de mer (pour  $z = 0$ ). Typiquement,  $n_0 = 1,000323$ .

Afin de simplifier les équations de propagation, le profil log-linéaire peut être approximé par différents modèles, e.g. bilinéaire, parabolique [19, 20], etc. Ainsi, une linéarisation du profil de coindice (et d'indice) de réfraction est possible à l'aide de la commande polyfit de MatLab. Ainsi, pour le cas précédent, nous avons obtenu un

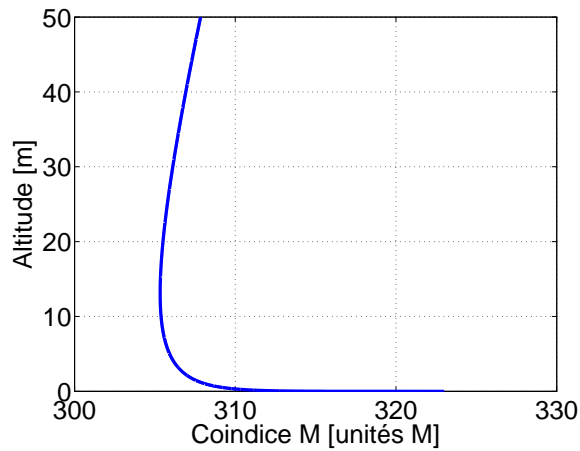


FIGURE 2.5 – Hauteur en fonction du coindice de réfraction modifié pour un conduit d'évaporation défini par le modèle Paulus-Jeske ( $h_d = 13,1$  m,  $M_0 = 323$  unités M)

profil linéaire de coindice de réfraction comparé avec le cas log-linéaire dans la figure 2.6. Le gradient du coindice de réfraction du profil linéaire obtenu est, dans ce cas,  $dN/dz = -0,420$  unités N/m.

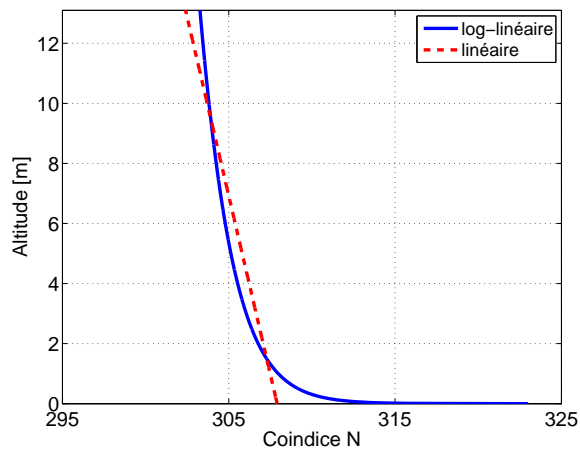


FIGURE 2.6 – Coindice de réfraction modifié en fonction de la hauteur pour un conduit d'évaporation défini par le modèle Paulus-Jeske ( $h_d = 13,1$  m,  $M_0 = 323$  unités M) et par un modèle linéaire

Dans le cadre de cette thèse, un profil de l'indice de réfraction au carré linéaire est considéré. Il est défini par

$$\begin{cases} n^2(z) = n_1^2 + \varepsilon(h_d - z), & 0 \leq z < h_d, \\ n(z) = n_1, & h_d \leq z, \end{cases} \quad (2.30)$$

où  $n_1 = n(h_d)$  et  $\varepsilon$  est le paramètre du conduit, donc le gradient du profil d'indice de

réfraction. Ainsi, nous traitons un profil bilinéaire d'indice de réfraction au-dessus de la surface de mer composé d'un profil linéaire au carré d'indice de réfraction dans le conduit et un profil constant au-dessus du conduit. Il est illustré sur la figure 2.7.

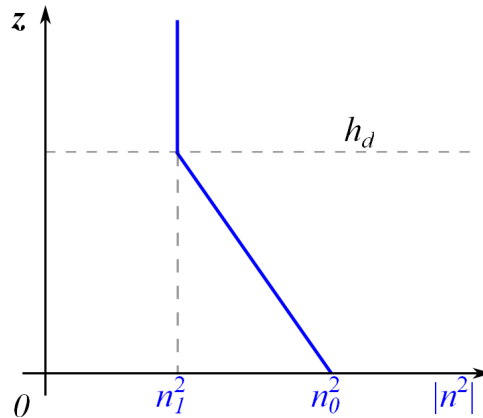


FIGURE 2.7 – Milieu homogène au-dessus d'un conduit de profil d'indice de réfraction linéaire au carré

Ensuite, ce profil d'indice de réfraction dans le conduit peut être écrit comme

$$n^2(z) = n_0^2 - \varepsilon z, \quad 0 \leq z < h_d, \quad (2.31)$$

car  $n_0^2 = n^2(0) = n_1^2 + \varepsilon h_d$ . Finalement, après quelques simplifications mathématiques, il devient

$$n(z) \approx n_0 \left(1 - \frac{\varepsilon}{2} z\right) \propto 1 - \frac{\varepsilon}{2} z, \quad 0 \leq z < h_d. \quad (2.32)$$

Cette dernière formule est utilisée dans tous les calculs qui suivent. En pratique,  $\varepsilon \approx 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ .

Tout d'abord, une approche rayon est présentée afin d'introduire l'influence du conduit sur la propagation des ondes.

## 2.3 Tracé de rayons

Le tracé ou lancer des rayons est appliqué pour la modélisation de la propagation des ondes électromagnétiques. Comme précédemment, il utilise une représentation de l'onde électromagnétique par des rayons, dont la trajectoire est perpendiculaire au front d'onde. La base de la méthode de l'optique géométrique est exposée dans le chapitre suivant.

Considérons alors un espace composé d'un conduit avec un milieu homogène, approximé par le vide, au-dessus et une surface parfaitement plane réfléchissante, qui représente la surface de mer. Le profil d'indice de réfraction de cet espace est affiché sur la figure 2.7. Ensuite, nous examinons deux cas différents : soit l'antenne d'émission est positionnée dans le conduit ; soit l'antenne est placée au-dessus du conduit.

Alors, afin de modéliser la propagation, notre premier but est de dériver les équations générales des trajectoires des rayons dans le conduit et dans le milieu supérieur. Ces deux scénarios sont étudiés dans les paragraphes suivants.

**Tracé de rayons pour un émetteur situé dans le conduit** Dans un premier temps, considérons une antenne d'émission située dans le conduit (voir la figure 2.8), dont les coordonnées sont données par  $(x_a, z_a < h_d)$ . Le rayon est émis dans le conduit avec un angle d'incidence  $\theta_0$ . En pratique, l'angle d'incidence est proche de  $\pi/2$ , donc les incidences sont très rasantes. Le profil d'indice de réfraction dans le conduit suit une loi affine, donnée par l'Eq. (2.32). Nous supposons que le conduit est composé de multiples couches parallèles d'épaisseurs suffisamment faibles pour avoir un indice de réfraction constant par couche. Ainsi, le conduit peut être vu comme un milieu stratifié.

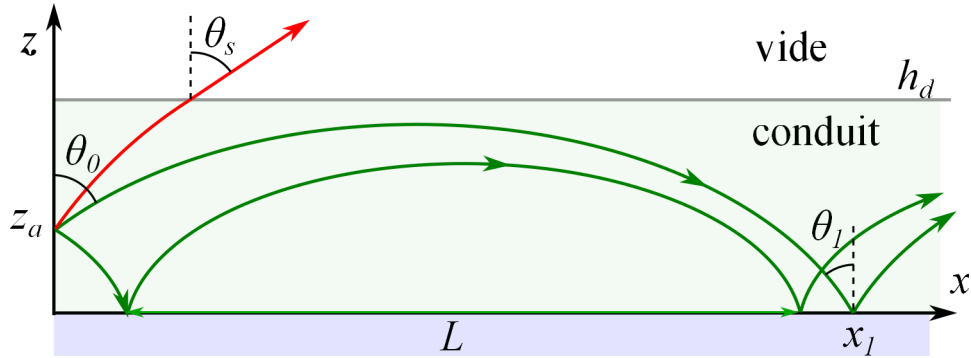


FIGURE 2.8 – Représentation des trajectoires des rayons se propageant au-dessus d'une surface lisse, lorsque l'émetteur est situé dans le conduit

L'équation de la trajectoire des rayons peut être déterminée à partir de la loi Snell-Descartes (2.15), d'où

$$n(z) \sin \theta(z) = \text{cste.} \quad (2.33)$$

Après quelques étapes de calcul, nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$-\frac{\varepsilon}{2} \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right] + \frac{d^2 z}{dx^2} = 0. \quad (2.34)$$

Finalement, l'équation de la trajectoire du rayon est obtenue par la résolution de cette équation différentielle en appliquant les conditions initiales (pour  $x = x_a$ )

$$\begin{cases} z(x_a) = z_a \\ \left. \frac{dz}{dx} \right|_{x=x_a} = \cot \theta_0 \end{cases} \quad (2.35)$$

Alors, la trajectoire s'exprime selon l'équation suivante

$$z(x) \approx -\frac{\varepsilon}{4}(x - x_a)^2 + \cot \theta_0(x - x_a) + z_a \quad (2.36)$$

ou, si l'on pose  $x_a = 0$ ,

$$z(x) \approx -\frac{\varepsilon}{4}x^2 + \cot \theta_0 x + z_a. \quad (2.37)$$

L'Eq. (2.36) nous donne une information complète sur la trajectoire du rayon en fonction du paramètre du conduit  $\varepsilon$ , de l'angle d'incidence  $\theta_0$  et de la position de l'antenne source  $(x_a, z_a)$ . Une dérivation plus détaillée à partir de la loi Snell-Descartes est reportée dans l'annexe A.

L'angle d'incidence  $\theta_0$  (en valeur absolue) peut être inférieur ou supérieur à  $\pi/2$ . Il existe une valeur de  $\cot \theta_0$  dite critique qui représente la limite de la superréfraction. Logiquement, pour cette valeur, la hauteur maximale atteinte par la trajectoire est égale à la hauteur du conduit  $z_{m,\max} = h_d$ . Alors, à partir de l'expression pour la hauteur maximale de la trajectoire

$$z_m = z_a + \frac{\cot^2 \theta_0}{\varepsilon}, \quad (2.38)$$

nous avons

$$z_{m,\max} = h_d = z_a + \frac{\cot^2 \theta_{0,c}}{\varepsilon} \quad (2.39)$$

et, finalement, la valeur critique de  $\cot \theta_0$  est obtenue par

$$\cot \theta_{0,c} = \sqrt{\varepsilon(h_d - z_a)}. \quad (2.40)$$

Ainsi, pour  $|\cot \theta_0| \leq \cot \theta_{0,c}$ , le rayon reste dans le conduit et le phénomène de guidage est observé. Par conséquent, la distance de la première réflexion par la surface parfaitement réfléchissante est donnée par

$$x_1 = \frac{2}{\varepsilon} \left( \cot \theta_0 + \sqrt{\cot^2 \theta_0 + \varepsilon z_a} \right). \quad (2.41)$$

Elle varie dans l'intervalle entre

$$x_{1,\min} = 2\sqrt{z_a/\varepsilon} \quad (2.42)$$

et

$$x_{1,\max} = 2\sqrt{(h_d - z_a)/\varepsilon} + 2\sqrt{h_d/\varepsilon}. \quad (2.43)$$

Par la suite, le rayon se réfléchit par la surface en constituant une succession d'arches identiques avec une longueur donnée par l'équation suivante

$$L = \frac{4}{\varepsilon} \sqrt{\cot^2 \theta_0 + \varepsilon z_a}. \quad (2.44)$$

Cette distance nous permet de dériver l'expression de la trajectoire pour de multiples rebonds sous la forme suivante

$$z(x) = -\frac{\varepsilon}{4}(x - kL)^2 + \cot \theta_0(x - kL) + z_a, k \in \mathbb{N}, \quad (2.45)$$

où  $k$  est le nombre de réflexions par la surface. De plus, l'angle de réflexion est donné par

$$\cot \theta_1 = \sqrt{\cot^2 \theta_0 + \varepsilon z_a}. \quad (2.46)$$

Néanmoins, si la condition de l'angle critique donnée par l'Eq. (2.40) n'est pas satisfaite, le rayon sort du conduit au point  $(x_s, h_d)$  et continue de se propager vers le haut, dans le milieu supérieur ( $z > h_d$ ). A partir de l'équation eikonale, nous voyons que la trajectoire du rayon y devient une ligne droite donnée par l'équation

$$z(x) = -\cot \theta_s (x - x_s) + h_d, \quad (2.47)$$

avec

$$x_s = \frac{2}{\varepsilon} \left( \cot \theta_0 - \sqrt{\cot^2 \theta_0 - \varepsilon (h_d - z_a)} \right) \quad (2.48)$$

et

$$\cot \theta_s = \sqrt{\cot^2 \theta_0 - \varepsilon (h_d - z_a)}. \quad (2.49)$$

En conclusion, la trajectoire des rayons dans le cas d'un conduit avec un profil d'indice de réfraction linéaire au carré est complètement décrite par les Eqs. (2.45) et (2.47) lorsque l'émetteur est situé dans le conduit. En guise d'illustration, les trajectoires sont calculées pour une source de coordonnées  $(x_a = 0 \text{ m}, z_a = 5 \text{ m})$  dans un conduit de hauteur  $h_d = 13 \text{ m}$ , de paramètre du conduit  $\varepsilon = 10^{-6} \text{ m}^{-1}$ . Les résultats sont affichés sur la figure 2.9. Les angles sont très rasants (proches de  $\pi/2$ ) afin d'obtenir le phénomène de guidage. C'est pourquoi la pente critique  $\cot \theta_{0,c}$  est très faible, environ 0.0028, et les rayons restent dans le conduit pour les angles d'incidence vérifiant approximativement  $89,84^\circ \leq \theta_0 \leq 90,16^\circ$ . Nous observons alors que pour les angles hors de cet intervalle, les rayons sortent du conduit et continuent de se propager dans le milieu supérieur en ligne droite. Dans le cas contraire, les rayons suivent une trajectoire parabolique et se réfléchissent sur la surface plane. Ensuite, le rayon fait un nouveau rebond et, ainsi, peut atteindre de longues distances après plusieurs réflexions. Le nombre de rebonds augmente si les angles d'incidence sont plus rasants. Dans le même temps, la hauteur maximale diminue. En outre, la figure montre également une intersection d'un rayon direct (ligne verte tiretée) et un rayon réfléchi par la surface (ligne noir pointillée) qui peut provoquer des interférences entre les champs correspondants.

**Tracé de rayons pour un émetteur situé en dehors du conduit** Dans ce cas, la même logique est utilisée pour dériver les équations de la trajectoire des rayons, sauf que les conditions initiales sont changées. L'émetteur est positionné au point  $(x_a = 0, z_a > h)$ . Ainsi, si l'angle d'incidence est  $\theta \leq \pi/2$ , les rayons se propagent toujours en ligne droite selon l'équation suivante

$$z(x) = \cot \theta_0 x + z_a, \quad z \geq h_d. \quad (2.50)$$

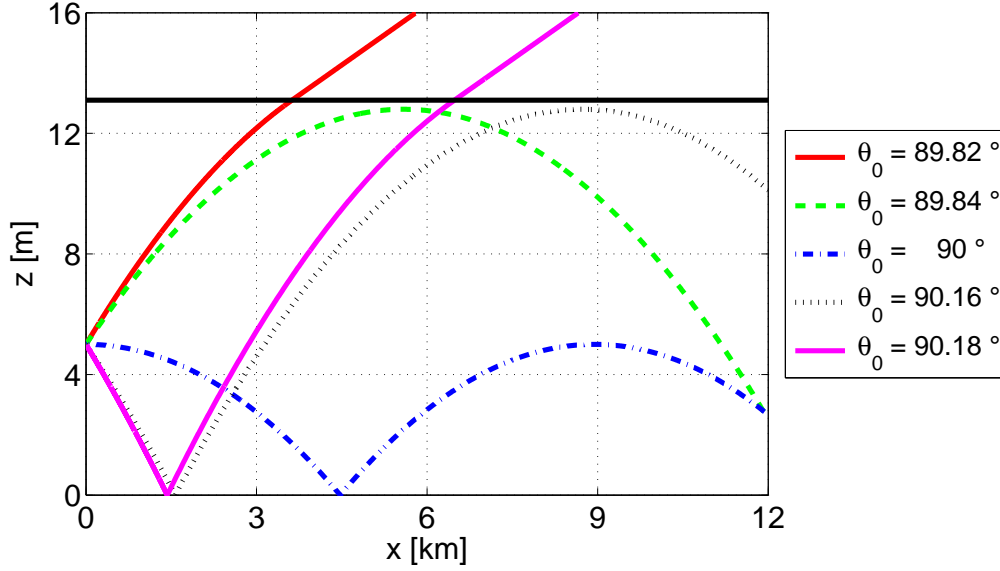


FIGURE 2.9 – Trajectoires des rayons émis par une source située dans le conduit sur une distance de 12 km pour  $z_a = 5$  m,  $h_d = 13$  m et  $\varepsilon = 10^{-6} \text{ m}^{-1}$

Si  $\theta_0 \geq \pi/2$ , la hauteur  $z = h_d$ , l'abscisse de la trajectoire est donnée par

$$x_e = \frac{h_d - z_a}{\cot \theta_0} = \frac{z_a - h_d}{|\cot \theta_0|}. \quad (2.51)$$

Ainsi, pour  $z < h_d$ , le rayon a pour trajectoire l'équation parabolique définie par

$$z(x) = -\frac{\varepsilon}{4}(x - x_e)^2 + \cot \theta_0(x - x_e) + h_d, \quad 0 \leq z \leq h_d, \quad x_e \leq x \leq x_r \quad (2.52)$$

et il se réfléchit sur la surface au point  $(x_r, z_r = 0)$  avec un angle de réflexion  $\theta_r$ , où

$$x_r = x_e + \frac{2}{\varepsilon} \left( \cot \theta_0 + \sqrt{\cot^2 \theta_0 + \varepsilon h_d} \right) \quad (2.53)$$

et

$$\cot \theta_r = \sqrt{\cot^2 \theta_0 + \varepsilon h_d}. \quad (2.54)$$

Puis la trajectoire est déterminée par l'équation

$$z(x) = -\frac{\varepsilon}{4}(x - x_r)^2 - \cot \theta_r(x - x_r), \quad 0 \leq z \leq h, \quad x_r \leq x \leq x_s \quad (2.55)$$

afin de sortir du conduit au point  $(x_s, z_s = h_d)$ , où

$$x_s = 2x_r - x_e. \quad (2.56)$$

Finalement, au-dessus du conduit, le rayon se propage de nouveau en ligne droite selon l'équation

$$z(x) = -\cot \theta_0(x - x_s) + h_d, \quad x \geq x_s, \quad z \geq h_d. \quad (2.57)$$

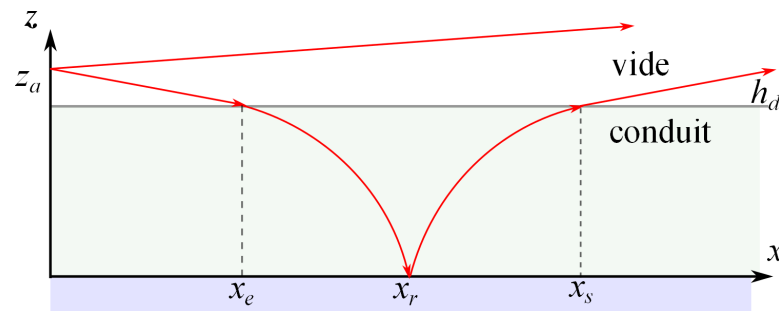


FIGURE 2.10 – Représentation des trajectoires des rayons se propageant au-dessus d'une surface lisse, lorsque l'émetteur est situé au-dessus du conduit

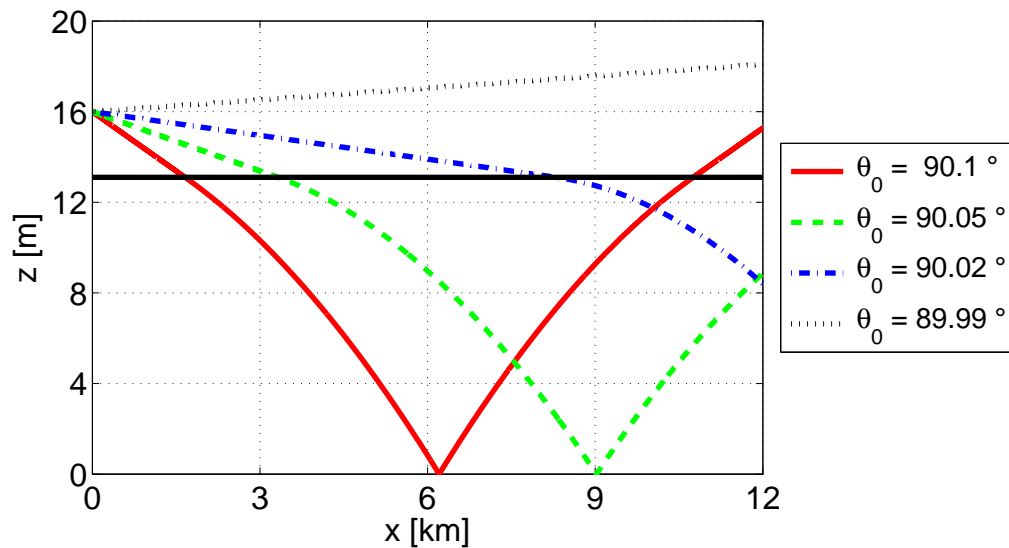


FIGURE 2.11 – Trajectoires des rayons émis par une source située au-dessus du conduit sur une distance de 12 km pour  $z_a = 16$  m,  $h_d = 13$  m,  $\varepsilon = 10^{-6} \text{ m}^{-1}$

La figure 2.11 affiche les trajectoires des rayons obtenues pour le cas d'une source au-dessus du conduit ( $x_a = 0$  m,  $z_a = 16$  m). La hauteur et le paramètre du conduit sont les mêmes que sur la figure 2.9.

**Caustiques** Dans un cas simple, pour obtenir le champ, il faut connaître les phases des rayons  $\varphi$  et les facteurs de focalisation  $f$ . La phase des rayons est égale au produit du nombre d'onde  $k_0$  par le chemin optique du rayon :

$$\varphi = k_0 \int_0^r n(s) ds. \quad (2.58)$$



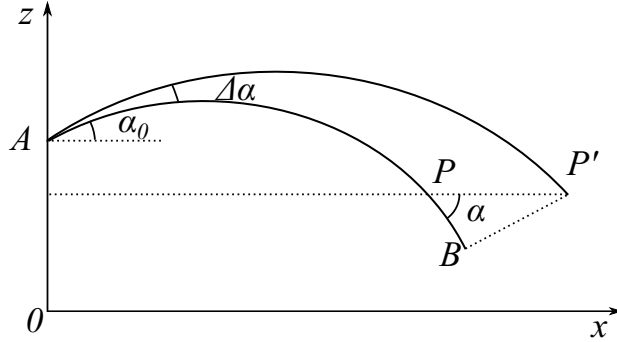


FIGURE 2.12 – Illustration du facteur de focalisation défini par Brekhovskikh [1]

Le facteur de focalisation a été défini par Brekhovskikh [1] comme le rapport entre l'intensité d'une onde électromagnétique en un point quelconque d'un milieu quelconque et d'un milieu homogène (le paramètre inverse du facteur de focalisation est appelé facteur de divergence). L'intensité d'une onde représente le flux d'énergie par unité de temps et par unité de surface de section transversale en un point quelconque  $P$  (voir figure 2.12). Alors, Brekhovskikh a dérivé une expression qui correspond à

$$f = \frac{[x^2 + (z - z_a)^2] \cos \alpha_0}{x \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} \sin \alpha}, \quad (2.59)$$

où  $z_a$  est la hauteur d'une source ponctuelle,  $\alpha_0 = \pi/2 - \theta_0$  l'angle d'élévation de l'émission et  $\alpha$  l'angle d'élévation au point  $P$ . De plus, à partir de [21] et en se basant sur [22] et [23], nous avons modifié cette expression en introduisant certaines simplifications et proposé le facteur de focalisation au carré suivant

$$f^2 = \frac{r^2}{x \left| \frac{dz}{d\alpha_0} \right|}. \quad (2.60)$$

où  $r$  représente la longueur de la trajectoire définie par

$$r \approx \sqrt{x^2 + (z - z_a)^2}, \quad (2.61)$$

Ainsi, dans le cas d'un conduit avec un profil d'indice de réfraction donné par l'Eq. (2.30) de la trajectoire des rayons obtenue par l'Eq. (2.45), le facteur de focalisation au carré s'exprime selon

$$f^2 = \left| \frac{r^2 \cot \theta_1}{x \left( (x - kL)(2k \cot \theta_0 + \cot \theta_1) - \frac{4k}{a} \cot^2 \theta_0 \right)} \right|. \quad (2.62)$$

Par conséquent, il existe un lieu géométrique où le facteur de focalisation devient infini. Les caustiques représentent les enveloppes des familles des rayons formées par ces

points [24]. Cependant, physiquement, le champ ne peut pas être infini et, par conséquent, le calcul du champ autour des caustiques est plus complexe. D'abord, il faut évaluer la largeur de la zone des caustiques et la valeur finie du facteur de focalisation dans cette zone [24].

La figure 2.13 affiche les différentes trajectoires des rayons (en bleu) et des caustiques (en rouge), obtenues à partir de l'Eq. (2.62), pour le même cas que les précédentes simulations présentées dans cette section.

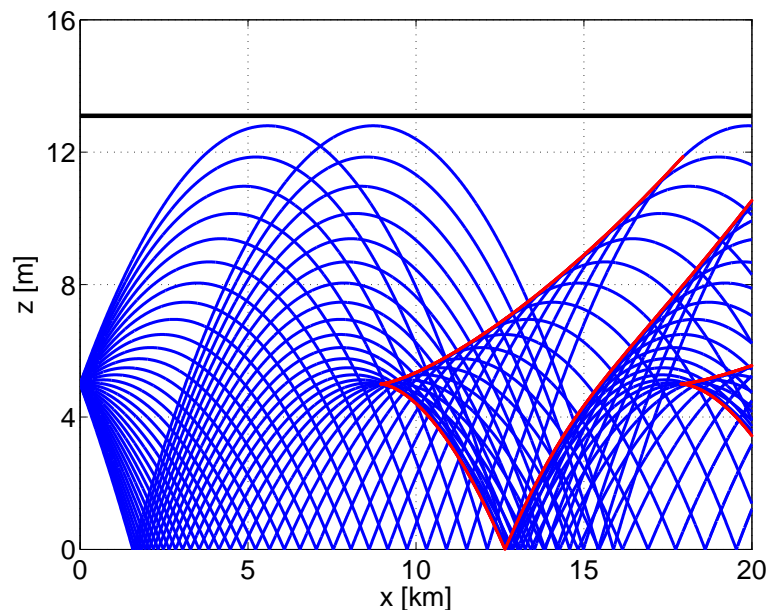


FIGURE 2.13 – Trajectoires des rayons et caustiques pour  $z_a = 5$  m,  $h_d = 13$  m,  $\varepsilon = 10^{-6} \text{ m}^{-1}$

## 2.4 Modélisation stochastique de la surface de mer

La dernière section de ce chapitre est dédiée à la surface de mer, étape nécessaire pour calculer ensuite le champ diffusé par une telle surface. Tout d'abord, la surface de mer est modélisée comme une surface aléatoirement rugueuse, dont les propriétés statistiques sont données. Puis nous expliquons comment une surface de mer est générée pour des simulations numériques, avec un spectre de mer réaliste.

### 2.4.1 Surface de mer

L'environnement au-dessus de la mer est rarement calme. Généralement, les vents, qui soufflent dans des directions différentes, provoquent des mouvements des masses d'eau de la mer. Ces mouvements représentent les vagues. Les premières vagues de

petite longueur d'onde, qui se produisent si un vent commence à souffler sur une mer parfaitement calme, sont les vagues de capillarité. Pour les vagues, la longueur d'onde représente la distance horizontale entre deux sommets consécutifs. Ensuite, si la vitesse du vent augmente, l'amplitude et la longueur d'onde augmentent également. Par conséquent, les vagues de gravité sont formées. Si le vent souffle pendant un temps suffisant et sur une distance suffisamment longue (dite fetch) dans la même direction, les vagues de gravité atteignent leur taille, leur vitesse et leur longueur d'onde maximales. Il s'agit alors d'une mer complètement développée. De plus, la mer dont les vagues sont celles de capillarité et de gravité s'appelle la mer du vent. Il existe encore un type de mer appelée la houle qui correspond à une ancienne mer du vent, mais ce type n'est pas considéré ici.

En conclusion, la surface de mer représente un ensemble de vagues provenant de différentes causes et interactions. Les vagues sont caractérisées par le déplacement vertical  $\zeta(\mathbf{r}, t)$  de la surface par rapport au plan moyen [25], c'est-à-dire, par les variations de hauteurs de la surface par rapport du plan moyen ( $z = 0$ ), qui est une fonction aléatoire. Vue qu'une description déterministe des hauteurs de la surface de mer n'est pas possible, une approche probabiliste est utilisée. La sous-section suivante donne un rappel sur les processus aléatoires.

## 2.4.2 Caractéristique statistique d'une surface rugueuse

Il n'est pas possible de connaître avec exactitude une surface rugueuse aléatoire (comme la surface de mer). Son comportement statistique peut en revanche être décrit par ses caractéristiques statistiques appelées moyennes ou moments statistiques. La surface rugueuse de mer représente un processus aléatoire dans l'espace et dans le temps. Pour simplifier l'étude, nous considérons une surface mono-dimensionnelle (1D), pour laquelle les hauteurs  $\zeta$  de la surface de mer ne dépendent que de la distance horizontale  $x$ ,  $\zeta(x)$ . La variable temporelle peut être négligée [26] en montrant que les surfaces rugueuses aléatoires sont stationnaires et ergodiques au second ordre. La stationnarité d'ordre  $n$  d'un processus aléatoire implique que ses propriétés (moments) statistiques sont indépendantes du temps. Ensuite, un processus est ergodique d'ordre  $n$  si ses moments temporels existent et peuvent être approchés par la considération d'une seule réalisation suffisamment longue, et sont égaux à ceux obtenus dans le domaine spatial. Pour notre étude, la surface de mer est considérée ergodique d'ordre 2 et est donc décrite par les moments statistiques (spatiaux) jusqu'à l'ordre 2.

**Densité de probabilité des hauteurs de la surface** La surface rugueuse vue comme un processus aléatoire ergodique d'ordre 2 peut être représentée exclusivement en connaissant la densité de probabilité de ses hauteurs et la fonction d'auto-corrélation spatiale de ses hauteurs. La densité de probabilité  $p_\zeta(\zeta)$  des hauteurs de la surface rugueuse représente la distribution statistique des hauteurs de la surface. Pour les travaux de cette thèse, nous aurons besoin de la distribution gaussienne qui est, dans le cas

général, définie par

$$p_\zeta(\zeta) = \frac{1}{\sigma_\zeta \sqrt{2\pi}} \exp \left[ - \left( \frac{\zeta - \zeta_0}{\sigma_\zeta} \right)^2 \right], \quad (2.63)$$

où  $\sigma_\zeta$  est l'écart type des hauteurs de la surface et  $\zeta_0$  leur valeur moyenne. Le moment statistique d'ordre un ou valeur moyenne des hauteurs de la surface  $\langle \zeta \rangle$  est obtenu par

$$\langle \zeta \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta p_\zeta(\zeta) d\zeta = \zeta_0. \quad (2.64)$$

Pour une surface rugueuse de mer, la hauteur moyenne  $\zeta_0$  sera considérée égale à 0. Le moment statistique centré d'ordre deux (ou variance) des hauteurs de la surface est donné par

$$\langle (\zeta - \zeta_0)^2 \rangle = \langle \zeta^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta^2 p_\zeta(\zeta) d\zeta = \sigma_\zeta^2. \quad (2.65)$$

Il est donc égal à la moyenne statistique du carré des hauteurs.

**Fonction d'autocorrélation spatiale** La fonction d'autocorrélation spatiale entre deux points ( $r_1$  et  $r_2$ ) de la surface représente la corrélation statistique entre ces points en fonction de leur distance horizontale  $x_1 - x_2$ . Elle est définie par

$$W_\zeta(x_1, x_2) = \langle \zeta(x_1) \zeta(x_2) \rangle. \quad (2.66)$$

En supposant un processus stationnaire et ergodique, la fonction d'autocorrélation des hauteurs ne dépend que de la distance horizontale séparant deux points de la surface : on a alors  $W_\zeta(x_1 - x_2)$ . De plus, elle atteint son maximum pour  $x_1 = x_2$

$$W_\zeta(0) = \langle \zeta^2(x_1) \rangle = \sigma_\zeta^2. \quad (2.67)$$

Cela est logique parce que la corrélation statistique caractérise la ressemblance entre deux points de la surface. De plus, nous introduisons le coefficient d'autocorrélation  $\rho(x_1 - x_2)$  qui est égal à la fonction d'autocorrélation normalisée

$$\rho(x_1 - x_2) = \frac{W_\zeta(x_1 - x_2)}{\sigma_\zeta^2} \quad (2.68)$$

et qui décroît également avec la distance. Il est alors nécessaire d'introduire la longueur de corrélation  $L_c$ . Elle représente la distance entre deux points de la surface ( $x_1 - x_2$ ) pour laquelle le coefficient d'autocorrélation vaut  $1/e$ . Pour une surface rugueuse aléatoire de distribution gaussienne, la fonction d'autocorrélation est obtenue par l'expression

$$W_\zeta(x_1 - x_2) = \sigma_\zeta^2 \exp \left[ - \left( \frac{x_1 - x_2}{L_c} \right)^2 \right]. \quad (2.69)$$

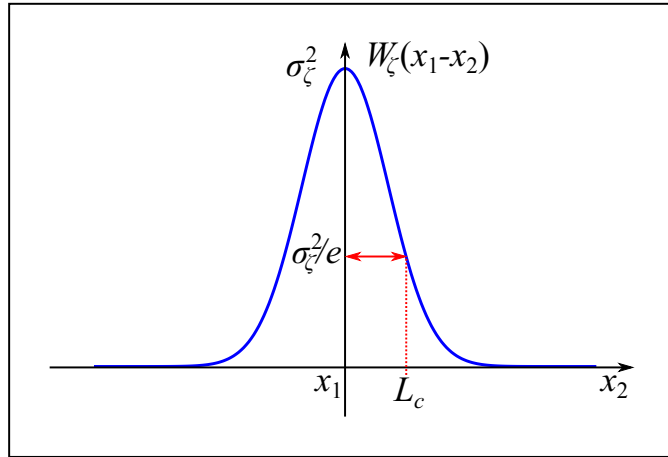


FIGURE 2.14 – Fonction d'autocorrélation gaussienne des hauteurs de la surface

Un exemple est montré sur la figure 2.14, en indiquant la longueur d'autocorrélation.

De plus, pour caractériser une surface rugueuse, il est nécessaire de connaître l'écart type des pentes de la surface  $\sigma_\gamma$  défini par

$$\sigma_\gamma = \sqrt{\langle \zeta'(x)^2 \rangle} = \sqrt{-W_\zeta''(0)}, \quad (2.70)$$

qui est, pour une surface gaussienne (distribution et corrélation), lié à l'écart type des hauteurs et la longueur de corrélation par la relation

$$\sigma_\gamma = \sqrt{2} \frac{\sigma_\zeta}{L_c}. \quad (2.71)$$

Finalement, le spectre d'un processus aléatoire stationnaire est la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation.

### 2.4.3 Génération d'une surface de mer

Comme évoqué précédemment, la surface de mer est composée de deux types de vagues : des vagues de capillarité (petites vagues) et des vagues de gravité (grandes vagues). Ainsi, nous parlons d'un modèle à deux échelles [27] obtenu en superposant ces deux types (voir la figure 2.15). Ensuite, ce modèle nécessite la connaissance du spectre de mer. Depuis les années 70, de nombreuses études ont été publiées pour traiter ce problème. Nous pouvons distinguer le spectre de Pierson [28], obtenu à partir de l'expression de Pierson-Moskowitz, ensuite, le spectre d'Apel [29] et, finalement, les spectres d'Elfouhaily [30] et Kudryavtsev [31, 32]. Il est généralement admis que la description de grandes vagues a atteint un état pleinement développé. Ainsi, plus récemment, plusieurs études se sont focalisées sur l'amélioration du spectre des petites vagues [33–35]. Dans cette thèse, le spectre le plus couramment utilisé, proposé par Elfouhaily, Chapron, Katsaros et Vandemark, sera exposé en détail et appliqué pour la génération de la surface de mer.

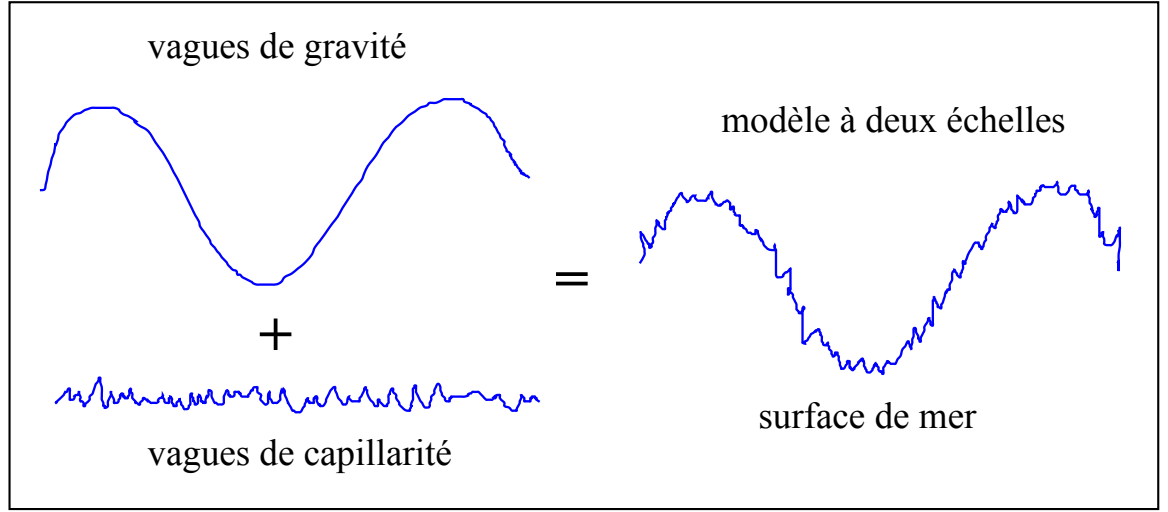


FIGURE 2.15 – Surface de mer - modèle à deux échelles

**Spectre de mer d'Elfouhaily *et al.*** Dans la zone de gravité, le spectre d'Elfouhaily *et al.* est similaire aux spectres développés précédemment. Néanmoins, il s'appuie sur des faits à la fois expérimentaux et théoriques pour corriger leurs imprécisions dans le régime de capillarité. Le spectre d'Elfouhaily est donné par [30]

$$S_E(k, \phi) = \frac{M(k)}{2\pi} [1 + \Delta(k \cos 2\phi)] \quad (2.72)$$

avec  $M(k)$  la partie isotrope du spectre et  $\Delta(k)$  la partie anisotrope, et  $\phi$  la direction du vent. Dans le cas 2D, nous ne considérons que la partie isotrope, exprimée selon

$$M(k) = k^{-3}(B_l + B_h), \quad (2.73)$$

où  $B_l$  et  $B_h$  représentent respectivement les contributions des vagues de gravité et de capillarité.

La partie basses fréquences (vagues de gravité) est donnée par

$$B_l(k) = \frac{1}{2} \alpha_p \frac{c(k_p)}{c(k)} F_p, \quad (2.74)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha_p = 6 \times 10^{-3} \sqrt{\Omega}, & k_p = g \frac{\Omega^2}{u_{10}^2}, \\ c(k) = \sqrt{g \left( 1 + \frac{k^2}{k_m^2} \right)}, \end{cases} \quad (2.75)$$

où  $g$  est la constante gravitationnelle et  $k_m = 370$  rad/m. De plus,  $u_{10}$  est la vitesse du vent à 10 mètres au-dessus de la surface de mer (exprimée en  $\text{ms}^{-1}$ ) et  $\Omega$  est l'inverse de l'âge de la vague. Pour une mer complètement développée,  $\Omega = 0,84$ .  $c(k)$  est la

vitesse de phase et  $k_p$  est le nombre d'onde du pic central du spectre. La fonction  $F_p$  s'écrit comme

$$F_p = L_{PM} J_p \exp \left[ -\frac{\Omega}{\sqrt{10}} \left( \frac{k}{k_p} - 1 \right) \right], \quad (2.76)$$

où  $L_{PM}$  représente le comportement du spectre de Pierson-Moskowitz

$$L_{PM} = \exp \left[ -\frac{5k^2}{4k_p^2} \right] \quad (2.77)$$

et  $J_p$  le facteur d'amélioration du pic défini par

$$J_p = \gamma^\Gamma, \quad (2.78)$$

avec

$$\gamma = \begin{cases} 1,7, & 0,84 < \Omega \leq 1, \\ 1,7 + 6 \log \Omega, & 1 < \Omega \leq 5, \end{cases} \quad (2.79)$$

$$\Gamma = \exp \left[ -\frac{1}{2\delta^2} \left( \sqrt{\frac{k}{k_p}} - 1 \right)^2 \right], \quad \delta = 0,08 \left( 1 + \frac{4}{\Omega^3} \right).$$

La partie hautes fréquences (vagues de capillarité) s'exprime comme

$$B_h(k) = \frac{1}{2} \alpha_m \frac{c(k_m)}{c(k)} F_m, \quad (2.80)$$

où

$$\alpha_m = 10^{-2} \begin{cases} 1 + \ln \left[ \frac{u_f}{c(k_m)} \right], & u_f \leq c(k_m), \\ 1 + 3 \ln \left[ \frac{u_f}{c(k_m)} \right], & u_f > c(k_m), \end{cases} \quad (2.81)$$

$$F_m = \exp \left[ -\frac{1}{4} \left( \frac{k}{k_m} - 1 \right)^2 \right],$$

avec  $c(k_m) = 23 \text{ cms}^{-1}$  et la vitesse de friction  $u_f$  (en  $\text{ms}^{-1}$ ) obtenue d'après

$$C_{10} = (0,8 + 0,064u_{10}) \times 10^{-3} \quad u_f = u_{10} \sqrt{C_{10}}. \quad (2.82)$$

La figure 2.16 affiche le spectre de mer d'Elfouhaily pour des vitesses du vent  $u_{10}$  de 3, 6 et 10  $\text{ms}^{-1}$ . Ainsi, on peut vérifier les valeurs théoriques des nombres d'onde, données par l'Eq. (2.75), correspondant aux maximums, pour ces vitesses du vent (e.g. pour  $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ ,  $k_p \approx 0,192 \text{ rad/m}$ ). De plus, nous observons que le spectre de mer pour des vitesses plus grandes est plus énergétique aux basses fréquences. Ce spectre est alors utilisé pour générer la surface de mer pour les simulations électromagnétiques

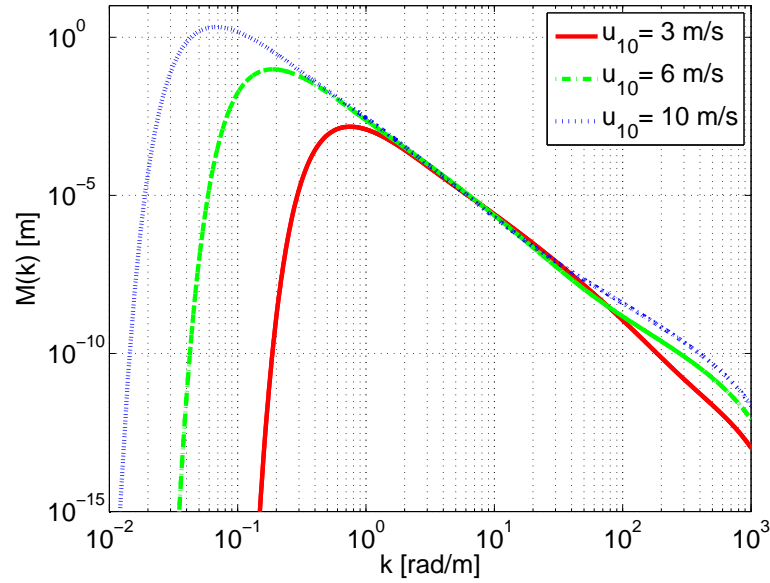


FIGURE 2.16 – Partie isotrope du spectre de mer d’Elfouhaily en fonction du nombre d’onde pour  $u_{10} = \{3; 6; 10\} \text{ ms}^{-1}$

numériques. A partir de la surface, les écarts-types des hauteurs  $\sigma_\zeta$  et des pentes  $\sigma_\gamma$  sont donnés théoriquement par

$$\sigma_\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\int_0^{+\infty} M(k) dk} \quad (2.83)$$

et

$$\sigma_\gamma = \sqrt{\int_0^{+\infty} k^2 M(k) dk}. \quad (2.84)$$

Finalement, il est possible d’obtenir empiriquement des équations analytiques pour ces écarts-types ne dépendant que de la vitesse de vent  $u_{10}$ . Ces relations sont données par [36,37]

$$\sigma_\zeta \approx 6,28 \times 10^{-3} u_{10}^{2,02} \quad (2.85)$$

et

$$\sigma_\gamma \approx 5,62 \times 10^{-2} u_{10}^{0,5}. \quad (2.86)$$

#### 2.4.4 Rugosité électromagnétique

Dans le domaine électromagnétique, ce n’est pas la rugosité géométrique de la surface qui nous intéresse, mais la rugosité dite électromagnétique. Contrairement à la rugosité



géométrique, qui ne dépend que de hauteurs de la surface, la rugosité électromagnétique d'une surface rugueuse est également déterminée par des propriétés du champ électromagnétique, principalement par la longueur d'onde du champ incident. Elle est caractérisée par une différence de phase  $\Delta\phi$  entre deux rayons de mêmes angles incidents  $\theta_i$  sur une surface rugueuse et une surface lisse avec la différence des hauteurs  $\zeta$ . Dans la direction spéculaire, ce déphasage, illustré sur la figure 2.17 par les lignes bleues pointillées, est donné par [38]

$$\Delta\phi = 2k_1\zeta \cos \theta_i, \quad (2.87)$$

où  $k_1$  est le nombre d'onde dans le milieu supérieur  $\Omega_1$ .

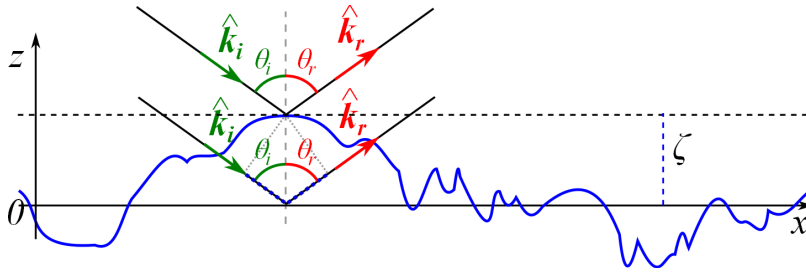


FIGURE 2.17 – Déphasage entre deux rayons dans la direction spéculaire

Par conséquent, la rugosité de la surface est quantifiée par ce déphasage de telle sorte que si  $\Delta\phi \ll \pi/2$ , la surface peut être considérée très peu rugueuse voire lisse et si  $\Delta\phi > \pi/2$ , la surface peut être considérée rugueuse. Afin de considérer la surface complète, il est nécessaire de calculer la moyenne statistique de  $\Delta\phi$ . En supposant que la densité de probabilité des hauteurs de la surface est gaussienne et que les hauteurs sont décorréliées avec la valeur moyenne  $\langle \zeta \rangle = 0$ , le paramètre de rugosité est déterminé par

$$R_a = k_1\sigma_\zeta \cos \theta_i. \quad (2.88)$$

Ce paramètre est connu comme le paramètre de Rayleigh. Ensuite, le critère de Rayleigh pour la rugosité de la surface est établi à partir de la valeur de ce paramètre. La surface est dite lisse si  $R_a < \pi/4$  et la surface est dite rugueuse si  $R_a > \pi/4$ . Si le paramètre de Rayleigh est plus grand, la surface est plus rugueuse, et le champ est moins réfléchi dans la direction spéculaire.

## 2.5 Résumé

Tout d'abord, ce chapitre a rappelé les concepts électromagnétiques de base pour introduire le sujet de cette thèse. Ensuite, l'accent a été mis sur la description de l'environnement marin, en soulignant les phénomènes de conduits dans la basse troposphère et de rugosité de surface qui affectent fortement la propagation et la diffraction. Le conduit étudié est un milieu inhomogène dont le profil d'indice de réfraction suit une

loi affine. Ensuite, l'approche rayon de l'optique géométrique a été exposée afin de montrer l'influence de ce conduit sur la propagation. Finalement, le critère de Rayleigh a été introduit pour la rugosité électromagnétique de la surface. Le chapitre suivant est consacré à l'état de l'art sur la propagation dans un tel conduit et sur la diffraction par une surface de mer rugueuse avant de proposer une nouvelle méthode dans le quatrième chapitre.



## Etat de l'art

Les problèmes de la propagation et de la diffusion électromagnétique sont étudiés depuis plus d'un siècle. Dans ce chapitre, les méthodes couramment utilisées sont exposées. La première partie du chapitre est consacrée aux modèles de propagation des ondes électromagnétiques et la seconde est dédiée aux méthodes de résolution de la diffusion par une surface rugueuse. Dans les deux parties, nous distinguons les approches asymptotiques et les approches numériques rigoureuses. Les premières sont basées sur des approximations et simplifications, et les secondes tentent de donner des résultats exacts. Alors, ces méthodes peuvent être combinées afin de résoudre conjointement les deux problèmes. De plus, la méthode de référence sera présentée en détail.

### 3.1 Modèles de propagation

Tout d'abord, considérons les modèles de propagation des ondes électromagnétiques. En pratique, des approches asymptotiques sont couramment utilisées, mais il existe également des méthodes qui dérivent une solution exacte de la fonction de propagation. Les méthodes asymptotiques sont basées sous certaines hypothèses simplificatrices afin d'obtenir un modèle plus rapide. En revanche, ces modèles sont moins précis parce qu'ils ne prennent pas en compte tous les phénomènes. Parmi les méthodes sur la propagation, nous pouvons citer la méthode des rayons, la méthode modale, la méthode de l'équation parabolique (PWE - Parabolic Wave Equation), etc. En général, les méthodes rigoureuses ont pour but de calculer la fonction de Green sans application d'hypothèses simplificatrices. C'est pourquoi une sous-section est dédiée à la dérivation de la fonction de Green.

### 3.1.1 Méthode de l'optique géométrique

La méthode basée sur l'approximation de l'optique géométrique (Geometrical Optics - GO) est une approche haute fréquence utilisée classiquement pour résoudre le problème de la propagation électromagnétique. Cette approximation représente le cas limite où la fréquence tend vers l'infini (ainsi, la longueur d'onde peut être négligée,  $\lambda_0 \rightarrow 0$ ). Cette méthode offre une représentation des ondes électromagnétiques sous la forme de rayons dont, comme évoqué précédemment, la trajectoire est perpendiculaire au front d'onde. Ainsi, le tracé de rayons, qui a été décrit dans le chapitre introductif, provient de l'optique géométrique. Dans le cas d'un conduit stratifié, cette théorie est développée à partir des équations de Maxwell, conduisant à l'équation eikonale [3, 39]

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{d\tau^2} = -\nabla \left( -\frac{1}{2}n^2 \right), \quad (3.1)$$

où  $\tau$  est le paramètre qui indique la position le long du rayon. De plus, nous avons

$$d\tau = \frac{1}{n} ds, \quad (3.2)$$

où  $s$  est la longueur de l'arche du rayon. Ainsi, nous obtenons

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{d\mathbf{r}}{ds} \right) = \nabla n. \quad (3.3)$$

La dernière équation montre que la trajectoire du rayon dépend des variations spatiales de l'indice de réfraction  $n$ . Ensuite, puisque les rayons se propagent dans des directions proches de l'axe  $x$  (incidences rasantes), cette équation peut être simplifiée en supposant  $ds \sim dx$ . Finalement, l'équation eikonale dans le conduit s'écrit sous la forme suivante

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{1}{n_0} \frac{dn}{dz}, \quad (3.4)$$

à partir de quoi il est possible de dériver l'équation de la trajectoire des rayons dans le conduit. En plus d'être un outil du calcul des trajectoires des ondes, l'optique géométrique (GO) est une méthode pour calculer les champs [24]. Cependant, la GO ne peut pas prendre en compte les caustiques.

### 3.1.2 Méthode modale

La méthode modale est une méthode rigoureuse classiquement utilisée pour la modélisation de la propagation électromagnétique. Cette méthode a été proposée par Watson au début du XX<sup>e</sup> siècle et a tout d'abord considéré un milieu homogène. Plus tard, Wait a révisé toutes les théories publiées et développé une théorie unifiée pour une troposphère réaliste (pour un profil d'indice de réfraction parabolique) [40]. C'est une méthode principalement basse fréquence qui est basée sur la décomposition des fonctions propres des solutions de l'équation de propagation sous la forme de modes normaux

avec une atténuation faible. La somme des différentes composantes modales représente le champ propagé. En général, le désavantage de cette méthode réside dans la complexité du calcul lorsque le nombre de modes augmente (particulièrement pour les fréquences les plus hautes) et la difficulté de traiter les variations horizontales de l'indice de réfraction.

### 3.1.3 Méthode de l'équation parabolique (PWE)

Les méthodes précédentes sont souvent applicables pour des milieux canoniques (pour lesquelles l'indice de réfraction suit une loi simple en fonction de la hauteur). En raison d'une précision insuffisante ou d'une complexité augmentée, les méthodes classiques ne sont pas appropriées pour traiter la modélisation de la propagation électromagnétique dans les conduits troposphériques. C'est pourquoi une alternative est proposée dans les années 40 par Léontovitch et Fock [41], appelée méthode de l'équation parabolique (Parabolic Wave Equation - PWE). Étant une méthode numérique, il a fallu attendre des décennies pour que cette méthode soit utilisée par la communauté scientifique du domaine. Ainsi, trois décennies plus tard, une solution rapide de l'équation parabolique, basée sur la transformation de Fourier, a été proposée par Hardin et Tappert [42]. Ensuite, la méthode a été étendue et résumée par Kuttler et Dockery [43]. Enfin, une bonne introduction sur la méthode a été donnée par Sirkova [44] et une dérivation complète fournie par Levy [45].

L'équation parabolique est une technique efficace pour la modélisation de la propagation microonde, en particulier, dans un milieu maritime. Typiquement, la propagation bi-dimensionnelle est considérée. Cette méthode prend des données météorologiques et le diagramme d'antenne comme données d'entrée et permet l'application des conditions aux limites. Elle représente une approximation paraxiale de l'équation de Helmholtz (Eq. 2.12) pour un conduit qui indique que le champ électromagnétique se propage principalement dans une direction (nous prenons la direction de l'axe  $x$ ). En pratique, cela est possible dans les conduits marins grâce aux grandes distances de propagation et aux angles très rasants. De tels conduits sont caractérisés par un profil d'indice de réfraction avec des faibles variations avec la hauteur et la distance. De plus, le champ est indépendant de l'axe  $y$ . Pour cela, l'approximation paraxiale permet une résolution numérique facile, en rendant la méthode de l'équation parabolique très rapide.

Alors, la forme la plus utilisée de l'équation parabolique est donnée par

$$\frac{\partial^2 u(x, z)}{\partial z^2} + 2jk_0 \frac{\partial u(x, z)}{\partial x} + k_0^2 u(x, z) (m^2(x, z) - 1) = 0, \quad (3.5)$$

où  $m = 1 + M \times 10^{-6}$  est l'indice de réfraction modifié.  $u(x, z)$  représente la fonction réduite de la propagation dans la direction paraxiale, définie à partir de

$$\psi(x, z) = u(x, z)e^{jk_0 x}, \quad (3.6)$$

où  $\psi$  est la composante du champ électrique  $\mathbf{E}$  en polarisation TE ou magnétique  $\mathbf{H}$  en polarisation TM avec la dépendance temporelle  $e^{-j\omega t}$ . De plus, l'approximation en

champ lointain est introduite ( $k_0 x \gg 1$ ), car nous nous intéressons à la propagation à grandes distances.

Typiquement, les trois techniques numériques suivantes sont utilisées pour résoudre l'équation parabolique : la méthode Split-Step Fourier (SSF), la méthode des éléments finis (FEM) et la méthode des différences finies (FDM). Parmi celles-ci, la méthode PWE-SSF s'est avérée la plus stable et la plus efficace en terme de temps de calcul. Sa résolution est basée sur la transformation de Fourier récursive selon la formule [46]

$$u(x + \Delta x) = e^{\frac{jk_0 \Delta x (n^2 - 1)}{4}} \mathcal{F}^{-1} \left\{ e^{jk_x \Delta x} \mathcal{F} \left[ e^{\frac{jk_0 \Delta x (n^2 - 1)}{4}} u(x, z) \right] \right\}, \quad (3.7)$$

où  $u(x + \Delta x, z)$  est le champ réduit calculé à l'abscisse  $x + \Delta x$ , connaissant le champ réduit  $u(x, z)$  à l'abscisse  $x$ .  $\Delta x$  représente le pas horizontal entre deux points sur l'abscisse. Cette technique applique donc une transformée et une transformée inverse de Fourier selon la hauteur  $z$ , dont le dual dans l'espace de Fourier est noté  $k_z$ . La transformée s'exprime alors selon

$$\tilde{u}(x, k_z) = \mathcal{F}[u(x, z)] = \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, z) e^{-jzk_z} dz \quad (3.8)$$

et l'inverse

$$u(x, z) = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{u}(x, k_z)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}(x, k_z) e^{+jzk_z} dk_z, \quad (3.9)$$

avec  $k_x^2 = k_0^2 - k_z^2$ .

La solution décrite est valide pour un milieu infini. Afin de l'appliquer dans le cas d'une surface de mer, il faut introduire les conditions aux limites sur la surface, aussi bien que la condition de radiation à l'infini. Cela correspond au problème de la diffusion par la surface, présenté plus tard.

### 3.1.4 Fonction de Green

La propagation des ondes électromagnétique entre deux points dans un milieu est rigoureusement décrite par la fonction de propagation, autrement appelée fonction de Green. La fonction de Green scalaire  $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  représente la solution de l'équation de Helmholtz pour une source ponctuelle caractérisée par la fonction de Dirac  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$

$$(\nabla^2 + k_0^2 n^2)g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (3.10)$$

Dans un milieu homogène et en 2D, la fonction de Green spatiale est donnée par

$$g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{j}{4} \mathbf{H}_0^{(1)}(k_0 \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|), \quad (3.11)$$

où  $\mathbf{H}_0^{(1)}$  est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre zéro. Pour un profil d'indice de réfraction quelconque, l'Eq. (3.10) n'a pas de solution analytique. C'est

pour cela que la PWE est utilisée pour résoudre ce type de problèmes numériquement mais en introduisant des hypothèses simplificatrices. Ainsi, pour un demi-espace avec un profil d'indice de réfraction au carré linéaire, Awadallah et Brown ont dérivé rigoureusement la fonction de Green dans le domaine spectral en termes de fonctions d'Airy. Malheureusement, il n'est pas possible de l'exprimer de manière exacte dans le domaine spatial. C'est pourquoi une solution approchée a été dérivée à l'aide de méthode du point selle combinée à l'approximation de Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB), supposant des profils d'indice de réfraction à variations lentes [47, 48].

Encouragés par les travaux d'Awadallah, Bourlier et Pinel [49] ont développé la fonction de Green dans le domaine spatial pour un conduit de profil d'indice de réfraction au carré linéaire, en appliquant des méthodes du point selle. Ainsi, la fonction de Green spatiale dans le conduit s'exprime selon

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx \frac{e^{j\pi/4 + jk_0 R}}{2\sqrt{2\pi k_0 R}} \left[ e^{j\phi_1} \frac{1-s}{2} + A e^{j\phi_2} f(s\delta) s \right], \quad (3.12)$$

où

$$\begin{cases} R = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|, \\ X = |x - x'|, \\ \tau' = \sqrt{\varepsilon(h_d - z')}, \\ \tau = \sqrt{\varepsilon(h_d - z)}, \\ \phi_1 = -\frac{\varepsilon^2 X^3 k_0}{96} + \frac{\varepsilon X(2h_d - z' - z)k_0}{2}, \\ \phi_2 = \frac{2k_0}{3\varepsilon} (\tau^3 + \tau'^3) - \frac{k_0(z' - z)^2}{2X}, \\ \delta = \sqrt{\frac{k_0}{\varepsilon}} \sqrt{\frac{\tau\tau'}{\tau + \tau'}} \left( \frac{\varepsilon X}{2} - \tau - \tau' \right), \\ s = \text{sgn}(\delta), \\ A = \sqrt{\frac{\varepsilon X}{2(\tau + \tau')}}. \end{cases} \quad (3.13)$$

De plus, la fonction  $f$  est définie par [50]

$$\begin{aligned} f(\delta) &= \frac{e^{-j\delta^2 - j\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \int_{\delta}^{\infty} e^{ju^2} du \\ &= \frac{e^{-j\delta^2 - j\pi/4}}{2} \left\{ \left[ \frac{1}{2} - \mathbf{C}_1(\delta) \right] + j \left[ \frac{1}{2} - \mathbf{S}_1(\delta) \right] \right\} \\ &= \frac{e^{-j\delta^2}}{2} \text{erfc}(e^{-j\pi/4} \delta), \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$f(\delta) = \frac{j}{2\sqrt{\pi}\delta} + \frac{1}{4\sqrt{\pi}\delta^3} + o\left(\frac{1}{\delta^3}\right), \quad \delta \gg 1. \quad (3.15)$$

où  $\mathbf{C}_1$  et  $\mathbf{S}_1$  sont les intégrales de Fresnel et  $\text{erfc}$  est la fonction d'erreur complémentaire.

A partir de l'Eq. (3.12), nous distinguons deux zones : la zone illuminée (si  $s = -1$ ), pour laquelle le champ est propagatif, et la zone ombrée (si  $s = +1$ ), pour laquelle



le champ est évanescent. Pour  $\delta = 0$ ,  $A = 1$ , nous avons  $\phi_1 = \phi_2$  et  $f(\delta) = f(0) = 1/2$ . Ce cas représente la transition de la zone illuminée à la zone ombrée, où

$$X_0 = 2 \left( \sqrt{\frac{h-z}{\varepsilon}} + \sqrt{\frac{h-z'}{\varepsilon}} \right). \quad (3.16)$$

Dans la zone illuminée, si  $\varepsilon X \ll 2(\tau + \tau')$  et  $|\delta| \gg 1$ , nous avons  $A \ll 1$  et  $|f(\delta)|$  et  $|f'(\delta)| \ll 1$  et le second terme de l'Eq. (3.12) est négligeable. Ainsi, la fonction de Green correspond à celle obtenue à partir de l'équation de Helmholtz sous l'approximation de l'équation parabolique (paraxiale et champ lointain), donnée par

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx \frac{e^{j\pi/4}}{2\sqrt{2\pi k_0 X}} e^{jk_0 \left[ X + \frac{(z'-z)^2}{2X} - \frac{\varepsilon^2 X^3}{96} + \frac{\varepsilon X(2h-z-z')}{4} \right]}, \quad (3.17)$$

où la distance  $R \approx \sqrt{X^2 + (z' - z)^2}$  est approximée par  $R \approx X + (z' - z)^2/(2X)$  dans le terme de phase et par  $R = X$  dans le terme d'amplitude.

De plus, pour  $X$  proche de zéro, la fonction de Green diverge car l'Eq. (3.12) a été obtenue à l'aide d'hypothèses non applicables dans ce cas. Ainsi dans ce paragraphe, le problème peut être résolu facilement en considérant que le phénomène de réfraction est négligeable ( $\varepsilon \approx 0$ ) pour  $X$  proche de zéro (plus précisément  $R = \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\| = \sqrt{X^2 + (z' - z)^2}$  proche de zéro). Pour  $R \rightarrow 0$  et  $\varepsilon \approx 0$ ,  $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow \frac{j}{4} H_0^{(1)}(k_0 \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|)$ , correspondant à la fonction de Green d'un milieu homogène de nombre d'onde  $k_0$ . De plus, pour  $k_0 R \gg 1$ ,  $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx e^{j\pi/4 + jk_0 R} / (2\sqrt{2\pi k_0 R})$ , ce qui est consistant avec le premier terme de l'Eq. (3.12) car  $\phi_1 \approx 0$ ,  $s = -1$  (zone illuminée),  $R_{PWE} \approx R$  et  $X \approx R$  pour le terme d'amplitude. Donc, l'Eq. (3.12) peut se transformer en

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx \frac{j}{4} H_0^{(1)}(k \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|) \underbrace{\left[ e^{j\phi_1} \frac{1-s}{2} + A e^{j\phi_2} f(s\delta) s \right]}_{\kappa(k_2, \mathbf{r}, \mathbf{r}')}, \quad (3.18)$$

où le terme correctif  $\kappa$  relié à la réfraction a la propriété  $\kappa \rightarrow 1$  quand  $R \rightarrow 0$ .

Finalement, dans la zone illuminée, en négligeant le second terme de  $\kappa$ , nous obtenons la fonction Green spatiale dans le conduit égale au produit de la fonction de Green spatiale dans un milieu homogène et la partie qui désigne l'influence de la réfraction causée par le conduit :

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx \frac{j}{4} H_0^{(1)}(k \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|) e^{j\phi_1}. \quad (3.19)$$

## 3.2 Diffusion par la surface de mer

Généralement, la propagation électromagnétique dans un environnement marin est suivie par le phénomène de la diffusion (et diffraction) par la surface de mer. Comme évoqué précédemment, la diffusion caractérise la déviation de la propagation du champ

électromagnétique de la direction spéculaire après réflexion par une surface rugueuse. La direction spéculaire représente la direction du champ après la réflexion par une surface parfaitement réfléchissante plane et infinie. Elle est localisée dans le plan d'incidence et reste prédominante pour les surfaces faiblement rugueuses. La diffusion peut être quantifiée par les composantes cohérente et incohérente du champ diffusé et par le coefficient de diffusion. Dans cette thèse, nous manipulons les composantes du champ diffusé ainsi que les courants sur la surface qui représentent le champ excité sur la surface après réflexion.

De nombreuses méthodes ont été développées pour résoudre la diffusion par une surface rugueuse. Comme dans le cas de la propagation, nous distinguons les modèles asymptotiques, basés sur des approximations et les méthodes rigoureuses, donnant un calcul exact. Les modèles asymptotiques tendent à simplifier les conditions aux limites et ainsi accélérer le calcul, mais perdent en précision. Les méthodes asymptotiques classiques sont classées en deux grandes catégories : basses et hautes fréquences. Ces catégories sont déterminées à partir d'une relation entre la longueur d'onde incidente et la rugosité de la surface. Si l'écart type des hauteurs est très inférieur à la longueur d'onde incidente ( $\sigma_\zeta \ll \lambda$ ), le modèle appartient à la catégorie des basses fréquences. En revanche, si l'écart type des hauteurs est très supérieur à la longueur d'onde incidente ( $\sigma_\zeta \gg \lambda$ ), le modèle est de type haute fréquence. C'est équivalent à représenter la surface de mer par deux échelles de rugosité, permettant ainsi d'appliquer le modèle à deux échelles [51, 52] pour le calcul du coefficient de diffusion. A noter que les méthodes asymptotiques peuvent être analytiques ou numériques.

Les méthodes rigoureuses tendent à donner une solution exacte du problème sans introduction d'hypothèses simplificatrices dans la résolution. Afin d'obtenir un résultat moyenné, elles nécessitent plusieurs réalisations à cause du caractère statistique de la surface de mer. Ces méthodes sont peu utilisées pour des applications temps réels, mais servent de solution de référence pour valider des approches asymptotiques.

Dans cette section, les principaux modèles asymptotiques classiques sont présentés, suivis par des notions générales sur quelques méthodes « non classiques ». Dans la deuxième partie, nous faisons un rappel sur la méthode des moments (Method of Moments - MoM), puis nous présentons la méthode de référence utilisée dans cette thèse.

### 3.2.1 Méthodes asymptotiques

De nombreuses méthodes asymptotiques ont été développées pour résoudre le problème de diffusion à l'aide d'hypothèses simplificatrices. Parmi celles-ci, deux méthodes classiques sont couramment utilisées, basées sur des petites perturbations et l'approximation du plan tangent. La méthode des petites perturbations (Small Perturbation Method - SPM) est une méthode basse fréquence et la méthode du plan tangent (aussi appelée méthode de l'approximation de Kirchhoff - KA ou méthode de l'optique physique - PO) est une méthode haute fréquence. Tout d'abord, les deux méthodes sont présentées brièvement dans cette sous-section. Puis les méthodes « non classiques »

sont introduites.

### 3.2.1.1 Méthode des petites perturbations

La méthode asymptotique la plus ancienne et la plus étudiée est la méthode des petites perturbations (SPM). Elle est basée sur l'hypothèse de Rayleigh [53] en acoustique. Ce modèle basse fréquence s'applique pour une surface de faibles rugosités au sens électromagnétique et, par conséquent, pour un champ faiblement diffracté (voir figure 3.1). La solution est obtenue à l'aide d'une décomposition en ondes planes de différents ordres au-dessus de la surface rugueuse. Les différents ordres sont obtenus en appliquant un développement limité sur les hauteurs de la surface. Physiquement, l'ordre zéro correspond au champ réfléchi par une surface plane dans la direction spéculaire - il décrit alors la diffraction par une surface plane. En revanche, l'ordre un représente le champ diffracté par un point de la surface rugueuse, tandis que l'ordre deux et supérieurs correspondent au champ réfléchi deux ou plusieurs fois par la surface. Cette solution est présentée en détail par Rice [54]. Elle est limitée pour un écart-type des hauteurs de la surface vérifiant la condition  $k_0\sigma_\zeta \ll 1$  et pour un écart type des pentes  $\sigma_\gamma < 0,3$ . L'accroissement des pentes nécessite, pour que la méthode reste valide, de calculer la méthode à des ordres plus élevés, ce qui rend la méthode plus complexe.

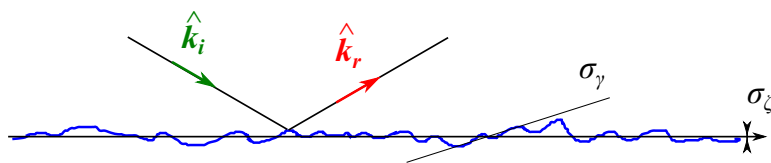


FIGURE 3.1 – Surface 1D pour la SPM

### 3.2.1.2 Méthode basée sur l'approximation de Kirchhoff

La méthode de l'approximation de Kirchhoff (KA) est la méthode asymptotique haute fréquence la plus ancienne et la plus utilisée. Elle est également appelée approximation du plan tangent (TPA) ou approximation de l'optique physique (PO). Ce modèle est introduit par Brekhovskikh [55] et décrit statistiquement par Isakovitch [56]. Généralement, il est valide pour des surfaces dont le rayon de courbure est supérieur à la longueur d'onde incidente ( $\lambda < R_c$ ) (voir figure 3.2). De plus, la longueur de corrélation des hauteurs de la surface doit également être supérieure à la longueur d'onde incidente ( $\lambda < L_c$ ) [57].

Physiquement, l'approximation de Kirchhoff suppose que la surface rugueuse est localement plane en chaque point de la surface. La surface peut alors y être approximée par son plan tangent infini. Ainsi, l'onde incidente se réfléchit dans la direction spéculaire locale du plan incliné de pente  $\gamma$ . De plus, le champ diffracté en un point de la surface ne dépend pas d'autres points de la surface. L'approximation de Kirchhoff

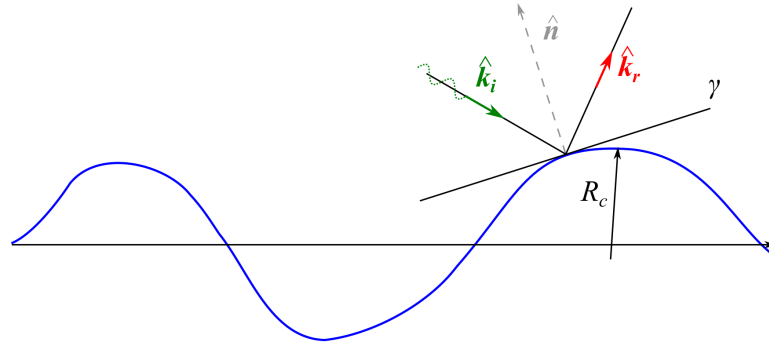


FIGURE 3.2 – Surface 1D pour la PO

ne prend alors pas en compte de réflexions multiples. Le champ diffracté tangentiel et sa dérivée normale sont alors évalués à partir du champ incident, des coefficients de réflexion de Fresnel et de l'angle local d'incidence. Le champ et sa dérivée normale sur la surface sont également appelés les courants sur la surface. Ces courants sont ensuite rayonnés afin d'obtenir le champ diffracté dans le conduit.

Un des désavantages du modèle de l'approximation de Kirchhoff est la susdite négligence des multiples réflexions qui peuvent influencer fortement la diffusion, en particulier dans le cas d'incidences rasantes et pour des surfaces de pentes modérées à fortes. De plus, le phénomène d'ombrage n'est pas considéré ici, mais plusieurs études ont été publiées pour traiter ce problème [37, 58–61]. Souvent, le critère rigoureux pour l'implémentation de cette méthode est défini par

$$k_0 R_c \cos^3 \chi \gg 1, \quad (3.20)$$

où  $R_c$  est le rayon de la courbure local de la surface et  $\chi$  est l'angle local d'incidence.

Dans cette thèse, la méthode basée sur l'approximation de l'optique physique est utilisée afin de résoudre la diffusion par la surface. Elle est alors exposée plus en détail dans le chapitre suivant. Pour de plus amples informations, le lecteur pourra se référer à la littérature [38, 52, 62, 63].

Cette méthode est simplifiée et accélérée en introduisant l'approximation de la phase stationnaire [64]. De plus, une approximation supplémentaire de la méthode de l'optique physique a été développée par Eckart [65] appelée l'approximation de l'optique géométrique (GO), pour le calcul de la composante incohérente. C'est un modèle haute fréquence basé sur l'hypothèse que le coefficient de diffusion est proportionnel à la densité de probabilité des pentes de la surface. Les conditions d'application sont plus strictes : l'écart type des hauteurs doit être supérieur à la longueur d'onde incidente ( $\sigma_z \cos \chi > \lambda/4$ ).

### 3.2.1.3 Méthodes « non classiques »

En pratique, les surfaces rugueuses ne satisfont pas toujours les conditions posées par les deux classes de méthodes classiques. La surface de mer est un bon exemple car elle

est composée de vagues de différentes amplitudes des longueurs d'onde. Dans la sous-section 2.4.3, la représentation du spectre de mer à deux échelles est introduite. Par conséquent, un modèle à deux échelles en superposant la SPM pour la contribution de la petite échelle et la méthode GO (basée sur la PO) pour la contribution de la grande échelle peut être utilisé. C'est une classe de méthodes appelée unifiée comme la Two Scale Method (TSM), parce qu'elle profite de deux méthodes classiques en rejetant leurs limites. Néanmoins, l'efficacité de la méthode dépend fortement du choix de la frontière qui sépare les deux échelles. Ainsi, même si les modèles utilisés sont simples, la méthode unifiée peut devenir plus complexe pour un gain en précision faible. Les méthodes unifiées sont introduites par Kur'yanov dans [66]. Un bon résumé des méthodes unifiées est donné dans [67].

Ces méthodes font partie des méthodes dites « non classiques ». Depuis les années 80, de nombreuses méthodes ont été développées, basées sur : l'approximation des faibles pentes (Small Slope Approximation - SSA), la perturbation de la phase (Phase Perturbation technique - PPT), les simplifications des équations de Maxwell (Full Wave Method - FWM), les équations intégrales (Integral Equation Method - IEM), etc.

La méthode des faibles pentes a été développée par Voronovich [68, 69]. Elle suppose que les pentes de la surface sont le seul petit paramètre qui peut être utilisé pour le développement limité. Cette méthode est basée sur la propriété de transformation de l'amplitude de diffraction en fonction du déplacement vertical. Elle est efficace pour des angles modérés.

La technique de la perturbation de phase, développée par Winebrenner et Ishimaru [70, 71], utilise le développement perturbatif d'une fonction liée à la phase complexe du champ diffracté. La FWM de Bahar [72, 73] est fondée sur la représentation des équations de Maxwell sous la forme des équations télégraphiques. Elle peut inclure les phénomènes d'ombrage. Enfin, l'IEM [74, 75] est caractérisée par les itérations des équations intégrales sur la surface. Elle présente une forme itérée de la méthode PO.

En conclusion, il existe un grand nombre de modèles asymptotiques de diffraction électromagnétique par une surface rugueuse. Ils nécessitent certaines hypothèses simplificatrices en donnant des solutions rapides et assez précises dans leur domaine de validité. La précision est évaluée par comparaison avec les méthodes exactes qui sont présentées dans la sous-section 3.2.2.

### 3.2.1.4 Modèle d'Ament

Pour les applications en temps réel, il serait pratique d'avoir un modèle qui décrit la diffusion par une surface rugueuse aléatoire, comme la surface de mer, par un coefficient qui correspond au coefficient de réflexion dans le cas d'une surface rugueuse. C'est pourquoi Ament a développé une approximation en 1953 dans l'article « Toward a Theory of Reflection by a Rough Surface » [76]. Bien que cette conclusion ait été connue avant, par les œuvres de Pekeris et MacFarlane pendant la Seconde Guerre mondiale, c'est Ament qui l'a publiée le premier. Il a considéré un milieu homogène avec une surface de mer parfaitement réfléchissante. L'idée était de prédire le champ

diffusé moyen à partir des équations de Maxwell. Ainsi, il a dérivé le coefficient moyen de la réflexion spéculaire pour une surface rugueuse en supposant la densité de probabilité des hauteurs de la surface gaussienne. Ce coefficient de réflexion cohérent, dit d'Ament, est lié au paramètre de Rayleigh de l'Eq. (2.88) selon

$$R_A = e^{-2k_0^2\sigma_\zeta^2 \cot^2 \theta} = e^{-2R_a^2}. \quad (3.21)$$

Le modèle d'Ament indique alors que le champ diffusé ne dépend statistiquement que de l'écart type des hauteurs de la surface de mer. Le champ diffusé est alors atténué en module, mais la phase reste inchangée.

Au lieu de supposer que la hauteur de la surface de mer est une variable aléatoire gaussienne, Miller, Brown et Vegh ont développé un autre modèle pour la surface rugueuse de mer qui suppose une collection gaussienne d'ondes sinusoïdales ayant une distribution de phase uniforme [77, 78]. Notamment, ils ont considéré la distribution des hauteurs de la surface sous la forme  $\zeta = A \sin \alpha$  où  $A$  suit une loi gaussienne de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma_\zeta/\sqrt{2}$  et l'angle  $\alpha$  est distribué uniformément sur l'intervalle  $[-\pi/2, \pi/2]$ . Ainsi, ils ont dérivé l'expression suivante pour le facteur de rugosité

$$R_{M-B} = e^{-2k_0^2\sigma_\zeta^2 \cot^2 \theta} I_0(2k_0^2\sigma_\zeta^2 \cot^2 \theta) = e^{-2R_a^2} I_0(2R_a^2) = R_A I_0(2R_a^2), \quad (3.22)$$

où  $I_0$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre 0. Nous observons que la fonction  $I_0$  fait la différence entre les deux coefficients. Ce coefficient ne modifie que l'amplitude du champ diffusé. Les deux méthodes ont été comparées pour différents états de mer dans [79–81]. De plus, les deux modèles ne prennent pas en compte l'ombrage [61], dont la contribution peut améliorer les résultats.

Enfin, il faut ajouter que l'hypothèse de Miller et Brown n'est pas en accord avec les données mesurées. Ce problème a été examiné par Hristov [82] qui a conclu que les hypothèses fondamentales sur la statistique de la surface de mer utilisées par Ament sont physiquement plus justifiées.

En conclusion, les modèles d'Ament et de Miller-Brown-Vegh restent couramment utilisés pour inclure les effets de la diffusion par une surface rugueuse combinés avec la méthode de l'équation parabolique et représentent ainsi un moyen très efficace et pratique.

### 3.2.2 Méthodes rigoureuses : Méthode des moments

Comme évoqué précédemment, les méthodes rigoureuses sont utilisées afin de valider les méthodes asymptotiques. Ces méthodes prennent en compte tous les phénomènes physiques et toutes les interactions sur la surface. Ainsi, elles donnent des résultats « exacts » qui peuvent être utilisés comme référence. En revanche, la complexité est augmentée, qui exige de meilleures performances en termes de processeur et de mémoire.

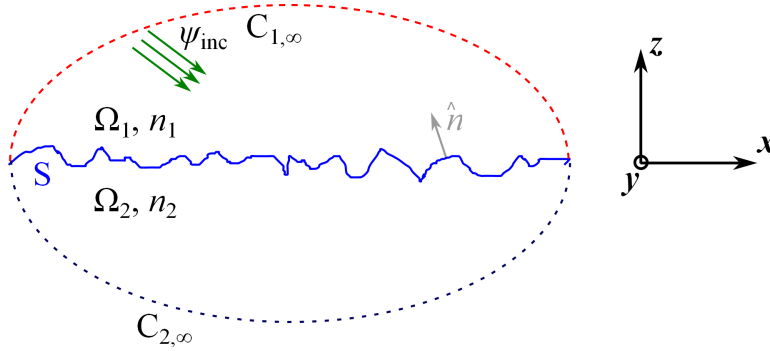


FIGURE 3.3 – Domaines  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  délimités respectivement par les contours  $C_{1,\infty}$  et  $C_{2,\infty}$  et l'interface  $S$

Généralement, le problème de la diffusion dans le conduit ne peut pas être séparé du problème de propagation. Le but est alors de résoudre les deux problèmes conjointement pour pouvoir calculer le champ diffracté par la surface. Une manière d'y arriver est de déterminer les courants sur la surface de mer puis de les faire rayonner pour déterminer le champ total dans le conduit. Les courants surfaciques sont calculés à partir des équations intégrales [83, 84]

$$\begin{cases} 0 = \psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}') + \int_S \left[ \psi(\mathbf{r}) \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} - g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} \right] dS & \text{si } \mathbf{r}' \notin \Omega_1, \\ \psi(\mathbf{r}') = \psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}') + \int_S \left[ \psi(\mathbf{r}) \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} - g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} \right] dS & \text{si } \mathbf{r}' \in \Omega_1, \end{cases} \quad (3.23)$$

pour un point sur la surface,  $r \in S$ , où  $\psi_{\text{inc}}$  est le champ incident et  $g_1$  est la fonction de Green dans le milieu supérieur.  $\psi(\mathbf{r})$  et  $\partial \psi(\mathbf{r})/\partial n$  sont les courants surfaciques. Ce sont les inconnues qui doivent être calculées. Ensuite, d'après [83],  $\forall(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \in S$ , les équations intégrales de frontière deviennent

$$\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}') = \int_S \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} \left[ g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \alpha_{\text{TE}} \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] dS \quad (3.24)$$

en polarisation TE et

$$\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}') = \frac{1}{2} \psi(\mathbf{r}') + \int_S \psi(\mathbf{r}) \left[ g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \alpha_{\text{TM}} - \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] dS \quad (3.25)$$

en polarisation TM. L'approximation d'impédance de Léontovitch est appliquée, car la surface de mer est fortement conductrice pour les fréquences microondes. Cette

approximation est caractérisée par

$$\begin{cases} \psi(\mathbf{r}) = \alpha_{\text{TE}} \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n}, \alpha_{\text{TE}} = \frac{j}{k_1} \frac{n_{10}}{n_2}, \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} = \alpha_{\text{TM}} \psi(\mathbf{r}), \alpha_{\text{TM}} = \frac{k_1}{j} \frac{n_{10}}{n_2}, \end{cases} \quad (3.26)$$

où  $n_{10} = \sqrt{n_1^2 + \varepsilon(h - \zeta(x))} \approx \sqrt{n_1^2 + \varepsilon h}$  est l'indice de réfraction du milieu  $\Omega_1$  sur la surface et  $k_1$  le nombre d'onde dans ce milieu.

En polarisation TE, à partir de l'Eq. (3.24), la dérivée normale des courants sur la surface  $\partial \psi(\mathbf{r})/\partial n$  est l'inconnue et le courant  $\psi(\mathbf{r})$  est ensuite obtenu à partir de l'Eq. (3.26). En polarisation TM, l'inconnue est alors le courant sur la surface  $\psi(\mathbf{r})$  et sa dérivée  $\partial \psi(\mathbf{r})/\partial n$  est obtenue à l'aide de l'Eq. (3.26).

### 3.2.2.1 Principe de Huygens

Le principe de Huygens représente la base de la théorie de la propagation des ondes électromagnétiques. L'idée principale a été proposée par Huygens en 1678 et formulée par Fresnel en 1816. C'est pourquoi le principe est parfois dit de Huygens-Fresnel. Il indique que chaque point d'un milieu illuminé par une onde électromagnétique venant d'une source devient une source secondaire. De plus, l'amplitude et la phase de la source secondaire sont celles que produit la source primaire en ce point.

Sous la forme mathématique, ce principe est dérivé à partir de l'équation de la propagation. Les expressions sont établies pour les cas scalaire et vectoriel. Dans cette thèse, nous ne considérons que le cas scalaire. L'expression du principe de Huygens est donnée par l'Eq. (3.23) pour  $\mathbf{r} \in \Omega_1$ . De là, le champ rayonné par la surface est obtenu par

$$\psi_{\text{sca}}(\mathbf{r}') = \psi(\mathbf{r}') - \psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}') = \int_S \left[ \psi(\mathbf{r}) \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} - g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} \right] dS. \quad (3.27)$$

La dernière expression est également connue sous le nomme d'équation de Kirchhoff-Helmholtz en réflexion. Physiquement, la surface est considérée comme une source secondaire du champ électromagnétique et le champ diffracté est exprimé à l'aide du principe de Huygens pour un point quelconque au-dessus de la surface.

### 3.2.2.2 Principe de la MoM

Les courants sur la surface sont calculés numériquement en discrétisant les équations intégrales de frontière à l'aide de la Méthode des Moments (Method of Moments - MoM), conduisant au système linéaire  $\mathbf{Z}\mathbf{X} = \mathbf{b}$ .  $\mathbf{Z}$  est la matrice impédance,  $\mathbf{X}$  le vecteur inconnu sur la surface (composantes des courants surfaciques  $\partial \psi(\mathbf{r})/\partial n$  et  $\psi(\mathbf{r})$ ) discrétisées sur la surface) et  $\mathbf{b}$  un vecteur dont les composantes sont le champ incident discrétisé sur la surface. De plus, les fonctions de base sont des fonctions



portes et les fonctions de test sont des fonctions de Dirac. La MoM est décrite en détail par Bourlier *et al.* dans [84].

Dans le but de valider l'approche asymptotique développée dans cette thèse, un modèle basé sur la MoM est utilisé. Pour observer le piégeage de l'onde dans le conduit (rebonds multiples sur la surface), il est nécessaire de générer une grande surface, ce qui induit un grand nombre d'inconnues. Ainsi, la méthode de décomposition en sous-domaines itérative (Sub-domain Decomposition Iterative Method - SDIM) est proposée. De plus, cette méthode, récemment développée par Bourlier *et al.* [85], est étendue à deux niveaux pour répondre au cahier des charges. Enfin, pour accélérer les étapes de couplage, une compression numérique appelée ACA (Adaptive Cross Approximation) est hybridée à la SDIM.

### 3.2.2.3 Sub-domain Decomposition Iterative Method (SDIM)

Les équations intégrales de frontière permettent de calculer les courants de surface  $\psi$  ou  $\partial\psi/\partial n$ . La MoM convertit alors ces équations en un système linéaire en discrétisant les courants sur la surface, conduisant à  $\bar{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$ . La matrice  $\bar{\mathbf{Z}}$  est la matrice impédance,  $\mathbf{b}$  le vecteur champ incident discrétisé sur la surface et  $\mathbf{X}$  le vecteur inconnu de composantes les courants de surface échantillonnés sur la surface. Par exemple, pour un nombre d'inconnues  $N = 300\,000$  et sur un PC de bureau standard, il est impossible d'appliquer une décomposition LU directe sur la matrice  $\bar{\mathbf{Z}}$ . La SDIM est alors appliquée pour lever ce verrou.

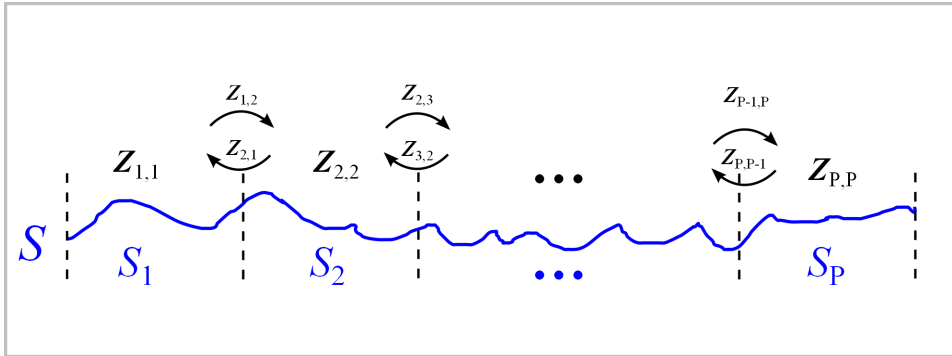


FIGURE 3.4 – Découpage de la surface en sous-domaines

Cette méthode consiste à découper la surface  $S$  en  $P$  sous-surfaces (sous-domaines)  $S_i$  ( $S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_P$ ) (voir la figure 3.4). Ainsi, l'ordre 0 de la méthode calcule les courants de surface  $\mathbf{X}_i$  de chaque sous-surface  $S_i$  (avec  $i \in \{1 \dots P\}$ ), supposée isolée, alors que les ordres supérieurs mettent à jour ces courants pour tenir compte du couplage électromagnétique entre les sous-domaines. Alors

$$\mathbf{X}^{K_{\text{SDIM}}} = \sum_{k=0}^{K_{\text{SDIM}}} \mathbf{Y}^{(k)}, \quad (3.28)$$

où

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_i^{(0)} = \bar{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1} \mathbf{b}_i, \\ \mathbf{Y}_i^{(k)} = -\bar{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1} \sum_{p=1, p \neq i}^P \bar{\mathbf{Z}}_{p,i}^{-1} \mathbf{Y}_p^{(k-1)}, \quad k > 0, \end{cases} \quad (3.29)$$

et  $\mathbf{Y}_i^{(k)}$  est le courant de surface à l'ordre  $k$  du sous-domaine  $i$ ,  $\mathbf{b}_i$  le champ incident du sous-domaine  $i$  et  $\bar{\mathbf{Z}}_{p,i}$  la matrice impédance entre les sous-domaines  $p$  et  $i$  (propagation du courant de surface du sous-domaine  $p$  vers le sous-domaine  $i$ ). L'ordre de convergence,  $K_{\text{SDIM}}$ , est obtenue en se fixant un seuil,  $\epsilon_{\text{SDIM}}$ , défini par

$$\epsilon_{\text{SDIM}} = \frac{\|\mathbf{X}^{(k)} - \mathbf{X}^{(k-1)}\|}{\|\mathbf{X}^{(k)}\|}, \quad (3.30)$$

où  $\mathbf{X}^{(k)}$  est le courant de surface à l'ordre  $k$ . En pratique,  $\epsilon_{\text{SDIM}} = 0,01$ .

De plus, afin d'avoir une méthode plus rapide, l'algorithme ACA est appliqué pour compresser les matrices impédances de couplage  $\bar{\mathbf{Z}}_{p,i}$ . Cette méthode approxime une matrice dense  $\bar{\mathbf{A}}$  de taille  $M \times N$  par  $\bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{U}}\bar{\mathbf{V}}$ , où  $\bar{\mathbf{U}}$  et  $\bar{\mathbf{V}}$  sont deux matrices denses de tailles respectives  $M \times R$  et  $R \times N$ .  $R$  est le rang effectif de la matrice  $\bar{\mathbf{A}}$ . Il est important de noter que la détermination de  $\bar{\mathbf{U}}$  et  $\bar{\mathbf{V}}$  ne nécessite pas le calcul complet de la matrice  $\bar{\mathbf{A}}$ . La mémoire requise dédiée au stockage est alors de  $(M+N) \times R$  au lieu de  $MN$ . Pour  $M = N$ , la compression est efficace si  $2R \ll N$ . De plus, la complexité du produit matrice vecteur  $\bar{\mathbf{A}}\mathbf{u} = \bar{\mathbf{U}}(\bar{\mathbf{V}}\mathbf{u})$  est réduite à  $(M+N)R$  multiplications au lieu de  $MN$ . Le rapport de compression est défini par

$$\tau_{\text{ACA}} = 1 - \frac{(M+N)R}{MN}. \quad (3.31)$$

Si  $R \ll (M, N)$ , alors  $\tau$  est très proche de 1 (compression totale), alors que si  $\tau = 0$  (cas où  $M = N = 2R$ ), la compression n'est pas efficace. Si  $\tau < 0$  (par exemple,  $R = M$  ou  $R = N$ ), alors l'ACA demande un stockage mémoire plus important qu'un calcul direct de  $\bar{\mathbf{A}}$ . Dans [85], pour le cas simulé  $\tau = 98\%$ , ce qui montre que l'ACA est très efficace pour un problème de diffusion microondes par une surface de mer.

Si les blocs matriciels de  $\bar{\mathbf{Z}}$  peuvent être stockés, ils sont calculés au début et la complexité de la méthode SDIM combinée à l'ACA est

$$C_{\text{SDIM+ACA}} = \mathcal{O}(PM^3) \left[ 1 + \frac{K_{\text{SDIM}}(P-1)(1-\bar{\tau}_{\text{ACA}})}{M} \right] \approx \mathcal{O}(PM^3), \quad (3.32)$$

où  $M \times M$  sont les dimensions, supposées identiques, des blocs ( $N = PM$ ).  $\bar{\tau}_{\text{ACA}}$  est le taux de la compression moyen de l'ACA appliquée sur les matrices de couplage  $\{\bar{\mathbf{Z}}_{p,i}\}$ . Si l'ACA n'est pas utilisée, alors  $\bar{\tau}_{\text{ACA}} = 0$ .

Comparativement à une inversion LU directe, de complexité  $\mathcal{O}(P^3M^3)$ , la SDIM est efficace si  $P \gg 1$ . Un autre avantage de la SDIM est que le processus itératif implique des inversions de matrices et des produits matrice vecteur de plus petites

tailles. Si  $M$  n'est pas trop grand (de l'ordre de 4000), des inversions LU peuvent être appliquées pour calculer  $\{\bar{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1}\}$ , ce qui n'est pas possible pour la matrice complète  $\bar{\mathbf{Z}}$ . De plus, l'espace de stockage mémoire est réduit à  $\mathcal{O}(PM^2)$  au lieu de  $\mathcal{O}(P^2M^2)$ .

Pour diminuer encore l'espace mémoire, la SDIM est étendue à deux niveaux. Ainsi, pour chaque sous-domaine, la SDIM est appliquée pour le calcul de  $\{\bar{\mathbf{Z}}_{i,i}^{-1}\mathbf{v}\}$ . De plus, pour réduire le nombre d'itérations  $K_{\text{SDIM}}$ , deux sous-domaines adjacents sont chevauchés sur une dizaine d'échantillons ( $M_{\text{Overlapping}}$ ) pour diminuer la diffraction par les bords due à la finitude des sous-domaines. L'espace mémoire requis est alors réduit à  $\mathcal{O}(P_1P_2M_2^2)$ , où  $P_1$  et  $P_2$  sont respectivement les nombres de blocs des sous-domaines de niveaux 1 et 2, et  $M_2$  est le nombre d'échantillons de chaque sous-surface de niveau 2 ( $N = P_1P_2M_2$ ). De plus, sa complexité est de  $C_{\text{SDIM+ACA},2} \approx \mathcal{O}(P_1P_2M_2^3)$ .

Finalement, la méthode SDIM+ACA à deux niveaux montre une grande efficacité. Elle a été validée par la FB (Forward-Backward) [85] sur des problèmes de plus petites tailles ( $N = 48\,000$ ).

### 3.3 Résumé

En conclusion, de nombreux modèles traitant des problèmes de la propagation et de la diffusion ont été développés, parmi lesquels nous pouvons distinguer des modèles asymptotiques et rigoureux. Les méthodes asymptotiques introduisent plusieurs hypothèses simplificatrices, ce qui permet de les rendre très rapides, mais possèdent un certain domaine de validité. En revanche, les méthodes rigoureuses sont numériquement exactes, mais moins rapides, et souvent développées pour valider les approches asymptotiques.

Dans le chapitre suivant, nous étudions une approche basée sur les fonctions de Green sous l'approximation de l'équation parabolique pour la propagation et sur l'approximation de l'optique physique afin de résoudre le problème de diffraction. Les résultats obtenus sont comparés avec la méthode de référence précédemment décrite (SDIM).

## Equation parabolique hybridée à l'optique physique

Depuis le milieu du XX<sup>e</sup> siècle, la recherche sur la modélisation électromagnétique en environnement marin est active. Afin de déterminer le champ électromagnétique au-dessus d'une surface de mer, deux difficultés principales apparaissent : la diffraction par la surface de mer rugueuse et la propagation dans le conduit non homogène existant au-dessus de la surface. De plus, en pratique, le problème de la diffusion devient plus complexe en incidence rasante, ce qui est la condition nécessaire pour le guidage dans le conduit. Par conséquent, divers modèles, mentionnés dans le chapitre précédent, ont été développés pour tenir compte de ces phénomènes.

Un modèle fréquemment utilisé pour calculer la diffusion électromagnétique par la surface rugueuse a été proposé par Ament [76]. Ce modèle asymptotique simple et rapide peut être expliqué par l'approche « rayon » [86]. De plus, le milieu de propagation est supposé homogène. Il considère alors la propagation radar dans la direction spéculaire au-dessus de la surface rugueuse. Afin de calculer la composante cohérente du champ diffusé, la méthode PWE, couplée à l'algorithme SSF pour la résolution, applique couramment ce modèle pour prendre en compte l'effet de la rugosité de la surface de mer.

Dans cette thèse, le problème de diffraction par la surface de mer est résolu à l'aide de l'approximation de l'optique physique, tandis que le problème de propagation est résolu en utilisant la PWE, permettant ainsi d'obtenir une expression analytique de la fonction de Green pour un conduit dont le profil d'indice de réfraction suit une loi affine. Le calcul de la composante cohérente du champ diffusé conduit alors à la généralisation du modèle d'Ament à  $m$  rebonds sur la surface de mer. A noter que les composantes cohérentes du courant de surface sont également calculées. Ainsi, pour la première fois, ce coefficient est obtenu pour des multiples rebonds en présence

d'un conduit. De plus, ce modèle rapide permet d'éviter l'application d'un processus de Monte-Carlo afin de calculer les composantes cohérentes et incohérentes. Notons que le problème est résolu pour une surface de mer parfaitement conductrice, mais peut facilement être étendu pour des surfaces très conductrices par l'application de la condition aux limites de Léontovitch [87]. Ensuite, les composantes incohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé sont calculées. Ces résultats seront comparés avec les résultats de la méthode de référence dans le chapitre suivant.

## 4.1 Généralités

Tout d'abord, nous présentons la configuration étudiée. Le problème résolu est bidimensionnel (2D) et considère une surface de mer dite mono-dimensionnelle (1D).

Soit un espace  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \Omega_3$  (voir figure 4.1) composé d'un milieu homogène  $\Omega_1$  (défini sur  $z \geq h_d$ , où  $h_d > 0$  est la hauteur du conduit) d'indice de réfraction constant  $n_1$  au-dessus d'un milieu non homogène  $\Omega_2$  (défini sur  $\zeta(x) < z < h_d$ , où  $\zeta$  est la hauteur de la surface rugueuse de mer) qui correspond au conduit avec un profil d'indice de réfraction au carré linéaire défini par  $n^2(z) = n_1^2 + \varepsilon(h_d - z)$ , où  $\varepsilon > 0$  est le paramètre du conduit. En outre, le milieu  $\Omega_3$  correspond au milieu marin. Les milieux  $\Omega_2$  et  $\Omega_3$  sont séparés par une surface de mer rugueuse  $S$  de hauteurs  $\zeta(x)$ , où  $x$  représente l'abscisse. Dans les milieux  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ , les indices de réfraction sont positifs et réels, mais l'indice de réfraction du milieu  $\Omega_3$ ,  $n_3$  est complexe, avec sa partie imaginaire très supérieure à 1 aux fréquences d'intérêt. C'est pourquoi nous pouvons considérer la surface de mer comme parfaitement conductrice (PC).

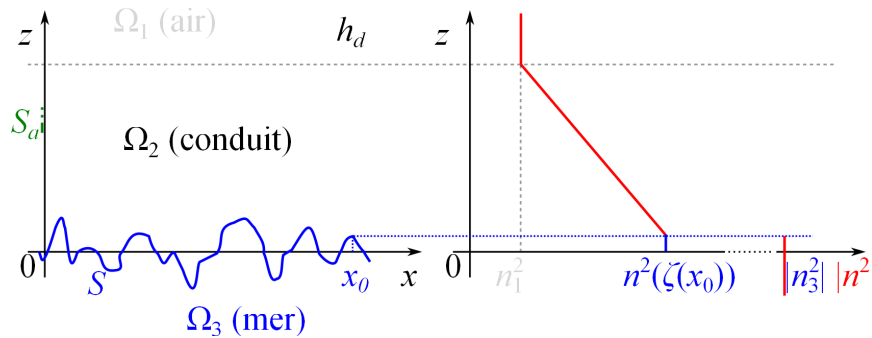


FIGURE 4.1 – Sur la gauche, illustration de l'espace  $\Omega$ . Sur la droite, profil du module de l'indice de réfraction au carré

En pratique, le milieu  $\Omega_1$  peut présenter un gradient négatif de l'indice de réfraction. Étant intéressés par la propagation dans le conduit, nous choisissons des angles d'incidence et des hauteurs de l'émetteur de sorte que le champ se propage en majorité dans le conduit. Ainsi, le milieu  $\Omega_1$  étant considéré homogène influence peu la propagation.

Le but de ces travaux est de calculer le champ diffusé par une surface rugueuse dans le milieu  $\Omega_2$  lorsque la source est positionnée dans le milieu  $\Omega_2$ . Ainsi, il faut prendre en compte le phénomène de réfraction conjointement à la diffraction par la surface rugueuse, parce que le milieu  $\Omega_2$  est non homogène. Un moyen de résoudre ce problème est de calculer les courants sur la surface rugueuse, puis, connaissant ces courants, de déterminer le champ diffracté dans le milieu  $\Omega_2$  en appliquant le principe de Huygens.

## 4.2 Hybridation de la PWE avec la PO

Afin de calculer le champ diffracté dans le conduit, il est nécessaire de connaître les courants sur la surface. Ces courants, dénotés par  $\{\psi(\mathbf{r}), \partial_n \psi(\mathbf{r})\}$ , peuvent être déterminés en résolvant les équations intégrales à l'aide de la MoM [88]. Pour une surface rugueuse de grandes dimensions, la solution par la MoM n'est pas simple à mettre en œuvre et peut prendre beaucoup de temps. Pour surmonter cet inconvénient majeur, dans cette thèse, l'approximation de l'optique physique (PO), introduite dans le chapitre précédent, est appliquée. Comme évoqué précédemment, cette approximation suppose que la surface est localement plane. Les courants sur la surface sont alors calculés en appliquant la PO et nous nous attendons à ce que cette méthode donne des résultats satisfaisants pour le champ diffusé au voisinage de la direction spéculaire.

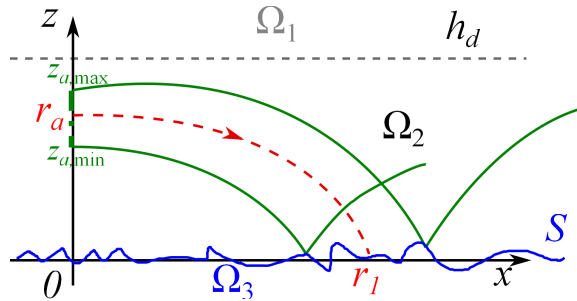


FIGURE 4.2 – Champ incident et premier rebond

A partir de la PO,  $\forall \mathbf{r} \in S$  [63], les composantes des courants sur la surface à l'ordre 1 (premier rebond sur la surface, voir la figure 4.2) sont données par

$$\begin{cases} \psi^{(1)}(\mathbf{r}) = [1 + \mathcal{R}(\chi_1)] \psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \\ \partial_n \psi^{(1)}(\mathbf{r}) = [1 - \mathcal{R}(\chi_1)] \partial_n \psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \end{cases}, \quad (4.1)$$

où l'exposant « (1) » dénote les courants du premier rebond sur la surface. De plus,  $\partial_n = \partial/\partial n = (-\gamma \partial_x + \partial_z)$  est la dérivée normale sur la surface, où  $\gamma = \partial_x \zeta$  est la pente de la surface. Ensuite,  $\psi_{\text{inc}}$  est le champ incident sur la surface et  $\mathbf{r} = x\hat{x} + z\hat{z}$  est un vecteur de composantes  $(x, z)$  dans la base cartésienne  $(\hat{x}, \hat{z})$ . Finalement,  $\mathcal{R}$  est le coefficient de Fresnel en réflexion. En général, il dépend de l'angle local d'incidence  $\chi_1$  à l'interface et de la polarisation.

Connaissant les courants sur la surface  $\{\psi(\mathbf{r}), \partial_n \psi(\mathbf{r})\}$ , le champ diffracté  $\psi_{\text{sca}}$  au point  $\mathbf{r}'$  dans le milieu non homogène  $\Omega_2$  est alors calculé à l'aide du principe de Huygens (Eq. (3.27)), conduisant à

$$\psi_{\text{sca}}(\mathbf{r}') = \int_x [\psi(\mathbf{r}) \partial_n g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \partial_n \psi(\mathbf{r})] dx. \quad (4.2)$$

où  $g$  est la fonction de Green dans le milieu  $\Omega_2$ . L'expression du principe de Huygens pour le rayonnement des courants sur la surface ne diffère pas de l'Eq. (3.27) parce que nous avons

$$(dS)^2 = (dx)^2 + (dz)^2 = (dx)^2 \left( 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right) = (dx)^2 (1 + \gamma^2), \quad (4.3)$$

d'où

$$dS = |dx| \sqrt{1 + \gamma^2}. \quad (4.4)$$

La dérivée normale sur la surface est typiquement définie par

$$\partial_n = \partial / \partial n = (-\gamma \partial_x + \partial_z) \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2}} \quad (4.5)$$

et en modifiant la dérivée comme indiqué précédemment, nous obtenons l'Eq. (4.2) à partir de l'Eq. (3.27).

Ensuite, le champ diffracté par la surface à l'ordre 1 est  $\forall \mathbf{r}'_1 \in \Omega_2$

$$\begin{aligned} \psi_{\text{sca}}^{(1)}(\mathbf{r}') &= \int_x \left[ \mathcal{R}_+(\chi_1) \psi_{\text{inc}}^{(1)}(\mathbf{r}) \partial_n g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{R}_-(\chi_1) g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \partial_n \psi_{\text{inc}}^{(1)}(\mathbf{r}_i) \right] dx, \end{aligned} \quad (4.6)$$

où  $\mathcal{R}_{\pm}(\chi_1) = 1 \pm \mathcal{R}(\chi_1)$ .

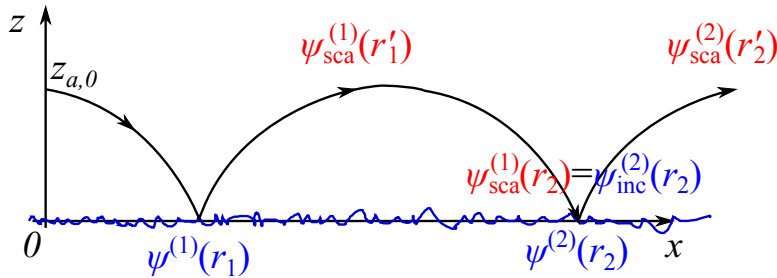


FIGURE 4.3 – Multiples rebonds d'un rayon sur une surface rugueuse

A cause du phénomène de réfraction, le champ diffracté  $\psi_{\text{sca}}^{(1)}$  induit une autre composante des courants sur la surface à l'ordre supérieur qui constitue le deuxième rebond (voir figure 4.3), exprimé en appliquant à nouveau l'approximation de la PO (ici,

le champ diffracté « devient » le champ incident pour la composante des courants sur la surface à l'ordre 2,  $\psi_{\text{sca}}^{(1)}(\mathbf{r}) = \psi_{\text{inc}}^{(2)}(\mathbf{r})$ ,  $\forall \mathbf{r} \in S$ ). Ainsi, nous écrivons

$$\begin{cases} \psi^{(2)}(\mathbf{r}) = [1 + \mathcal{R}(\chi_2)] \psi_{\text{sca}}^{(1)}(\mathbf{r}) \\ \partial_n \psi^{(2)}(\mathbf{r}) = [1 - \mathcal{R}(\chi_2)] \partial_n \psi_{\text{sca}}^{(1)}(\mathbf{r}) \end{cases} \quad (4.7)$$

Ensuite, ces courants sont rayonnés afin de calculer le champ diffracté à l'ordre 2. Ce processus est de nouveau itéré aux ordres supérieurs. Ainsi, le champ diffracté à l'ordre  $m$  ( $m \geq 1$ ) peut s'écrire comme

$$\begin{aligned} \psi_{\text{sca}}^{(m)}(\mathbf{r}') &= \int_x \left[ \mathcal{R}_+(\chi_m) \psi_{\text{inc}}^{(m)}(\mathbf{r}) \partial_n g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{R}_-(\chi_m) g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \partial_n \psi_{\text{inc}}^{(m)}(\mathbf{r}_i) \right] dx, \end{aligned} \quad (4.8)$$

où les courants  $\{\psi^{(m)}(\mathbf{r}), \partial_n \psi^{(m)}(\mathbf{r})\}$  satisfont l'approximation généralisée de la PO

$$\begin{cases} \psi^{(m)}(\mathbf{r}) = [1 + \mathcal{R}(\chi_m)] \psi_{\text{sca}}^{(m-1)}(\mathbf{r}) \\ \partial_n \psi^{(m)}(\mathbf{r}) = [1 - \mathcal{R}(\chi_m)] \partial_n \psi_{\text{inc}}^{(m-1)}(\mathbf{r}) \end{cases} \quad (4.9)$$

où  $\chi_m$  est l'angle local d'incidence du  $m^{\text{e}}$  rebond.

Finalement, le champ diffracté par la surface rugueuse dans le milieu  $\Omega_2$  jusqu'à l'ordre  $m$  est alors obtenu par

$$\psi_{\text{sca}}(\mathbf{r}') = \sum_{i=1}^m \psi_{\text{sca}}^{(i)}(\mathbf{r}'). \quad (4.10)$$

Avant de dériver les équations des composantes cohérentes et incohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé, nous introduisons le champ incident sur la surface dans la sous-section suivante.

### 4.2.1 Onde incidente

Le champ incident  $\psi_{\text{inc}}$  sur la surface  $\mathbf{r} \in S$  est produit par une source (une antenne) qui existerait en l'absence de la surface de mer. Le champ émis par la source doit être maxwellien, c'est-à-dire vérifier l'équation de propagation de l'onde. L'onde plane classique vérifie cette condition mais a l'inconvénient d'être d'étendue infinie. Ainsi, si cette onde est utilisée, le champ diffracté par la surface sera affecté par l'effet dit « de bords (de la surface) » car le champ incident n'est pas nul aux extrémités de la surface illuminée. Ce phénomène est important aux incidences rasantes. C'est pourquoi, afin de diminuer fortement cet effet, le champ émis par une source d'étendue finie et positionné sur la verticale  $S_a = \{z_a \in [z_{a,\min}; z_{a,\max}], x_a = 0\}$ , où  $x_a$  est l'abscisse de la source et  $z_a$  sa hauteur (voir figure 4.2), est défini comme une superposition d'ondes planes pondérées par des coefficients qui suivent une loi gaussienne.



L'expression mathématique de la distribution du champ incident sur la verticale, proposée par [89], s'écrit

$$\psi_{\text{inc}}^a(z_a) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\theta} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} e^{-\frac{(\theta-\theta_{\text{inc}})^2}{(\Delta\theta)^2}} e^{jk_0(z_a-z_{a,0})\cos\theta} d\theta \quad (4.11)$$

où

- $\psi_{\text{inc}}^a(z_a)$  est le champ incident sur la surface  $S_a$  ( $z_a$  varie),
- $z_{a,0}$  est le centre de l'antenne (constant) selon la hauteur  $z$  (l'abscisse de l'antenne est prise égale à zéro),
- $\theta_{\text{inc}}$  est l'angle d'incidence défini par rapport à la verticale,
- $\Delta\theta = 2/(k_0G) = 2/(k_0g_z \sin\theta_{\text{inc}})$ , où  $G$  est la largeur transverse du faisceau (perpendiculaire à la direction de propagation) et  $g_z$  l'ouverture verticale de l'antenne (dans le plan  $x = x_a$ ).

L'Eq. (4.11) nécessite une intégration numérique, mais sous certaines hypothèses il est possible d'obtenir une expression analytique de cette intégrale, donnée par [88]

$$\psi_{\text{inc}}^a(z_a) \approx \exp\left(jk_0(z_a - z_{a,0})\cos\theta_{\text{inc}} - \frac{(z_a - z_{a,0})^2}{g_z^2}\right). \quad (4.12)$$

Le terme  $e^{jk_0(z_a-z_{a,0})\cos\theta_{\text{inc}}}$  correspond au comportement d'une onde plane et le second terme caractérise l'atténuation de l'onde selon  $z_a$ . Le module et la phase du champ incident sont représentés en fonction de la hauteur de l'antenne pour deux angles d'incidence différents ( $\theta_{\text{inc}} = 88^\circ$  et  $\theta_{\text{inc}} = 89^\circ$ ) dans les figures 4.4 et 4.5. Les paramètres de l'antenne sont reportés dans le tableau 4.1.

Longueur d'onde $\lambda_0$ [m]	0,1
Angle d'incidence $\theta_{\text{inc}}$ [°]	88 ou 89
Ouverture de l'antenne $g_z$ [m]	2
Centre de l'antenne $z_{a,0}$ [m]	10
Gamme de hauteurs de l'antenne $z_a$ [m]	[7 ;13]

TABLE 4.1 – Paramètres de l'antenne

Ainsi, le champ incident sur la surface  $S$  de mer est donné par la relation

$$\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) = \int_{S_a} [\partial_n g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) + g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) \partial_n \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a)] dS_a \quad (4.13)$$

et enfin [88]

$$\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \approx -2jk_0 \int_{S_a} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) dS_a, \quad (4.14)$$

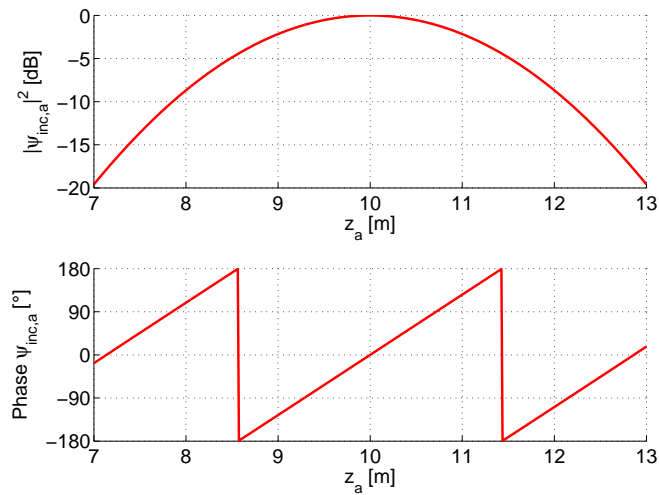


FIGURE 4.4 – Module (en haut) et phase (en bas) du champ incident  $\psi_{\text{inc}}^a$  de l'antenne par rapport à la hauteur  $z_a$  en mètres. Les paramètres de l'antenne sont donnés dans le tableau 4.1 avec  $\theta_{\text{inc}} = 88^\circ$

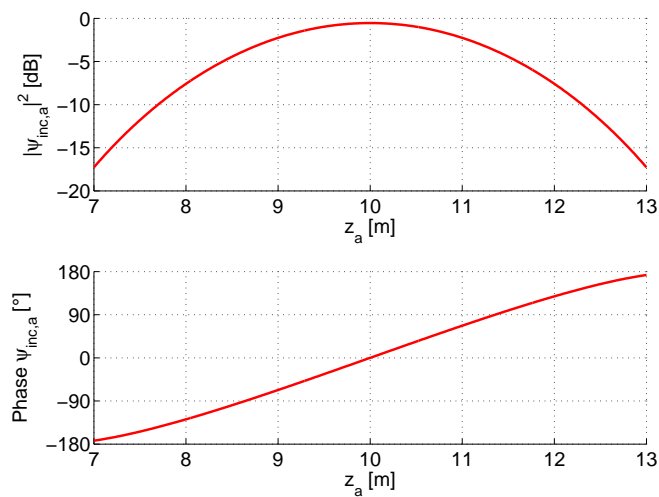


FIGURE 4.5 – Résultats pour les mêmes paramètres que sur la figure 4.4, mais avec  $\theta_{\text{inc}} = 89^\circ$

où  $\mathbf{r} = (x, \zeta(x)) \in S$ ,  $\mathbf{r}_a = (x_a = 0, z_a)$  et  $g$  est la fonction de Green du conduit. Elle est traitée dans la sous-section suivante.

L'Eq. (4.11) requiert une intégration numérique. Afin de s'affranchir de ce calcul numérique, une expression analytique de cette intégrale est donnée dans l'annexe B. De plus, l'Eq. (4.14) nécessite également une intégration numérique selon  $S_a$  et alors deux intégrations selon  $S_a$  et  $\theta$ . Ces deux intégrations peuvent être effectuées analytiquement en utilisant la fonction de Green calculée sous l'approximation PWE et sans correction champ proche. Ce calcul est également présenté dans l'annexe B.

## 4.2.2 Fonction de Green spatiale

Pour traiter le problème de la propagation dans un milieu, il faut connaître le propagateur, i.e. la fonction de Green spatiale dans ce milieu. Comme évoqué, si le milieu est homogène (comme le milieu  $\Omega_1$  dans notre cas), la fonction de Green spatiale s'exprime en 2D comme  $g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{j}{4} H_0^{(1)}(k_0 \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|)$ , où  $H_0^{(1)}$  est la fonction de Hankel de première espèce et d'ordre zéro. Pour un milieu dont l'indice de réfraction au carré suit une loi affine, la fonction de Green est plus complexe ; elle est discutée dans la sous-section 3.1.4. Ici, nous utilisons la fonction de Green sous l'approximation PWE donnée par l'Eq. (3.17) pour un conduit de profil d'indice de réfraction au carré décrit par  $n_2^2(z) \approx 1 + \varepsilon(h - z)$  ( $z \in [z(x_0); h]$ ). L'approximation PWE suppose :

- que la distance horizontale est grande devant la distance verticale (approximation paraxiale)  $X \gg |z - z'|$  ;
- la condition du champ lointain  $k_0 \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\| \gg 1$ .

De plus, la distance radiale peut être approximée sur le terme de phase par  $R \approx X + (z' - z)^2/(2X)$  et sur le terme d'amplitude par  $R \approx X$ . Ainsi, la fonction de Green peut s'écrire de manière approchée comme

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx \frac{e^{j\pi/4}}{2\sqrt{2\pi k_0 X}} e^{jk_0 \left[ X + \frac{(z' - z)^2}{2X} + \frac{\varepsilon X(2h - z' - z)}{4} - \frac{\varepsilon^2 X^3}{96} \right]}. \quad (4.15)$$

Ainsi, le résultat de B. Uscinski [90] est retrouvé.

D'après l'Eq. (4.1), la dérivée normale de la fonction de Green sur la surface  $\partial_n g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (-\gamma \partial_x + \partial_z)g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  doit être calculée. A partir de l'Eq. (4.15), nous obtenons

$$\partial_x g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left[ \frac{X}{2R^2} + jk_0 \left( -\frac{X}{R} - \frac{\varepsilon h}{2} + \frac{\varepsilon^2 X^2}{32} + \frac{\varepsilon(z + z')}{4} \right) \right] g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (4.16)$$

et

$$\partial_z g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left[ \frac{z - z'}{2R^2} + jk_0 \left( \frac{z - z'}{R} - \frac{\varepsilon X}{4} \right) \right] g(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (4.17)$$

Afin d'être consistant avec la PWE, un développement limité sur l'amplitude des dérivées est appliqué, conduisant à

$$\partial_x g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -jk_0 \left( 1 + \underbrace{\frac{\varepsilon h}{2} - \frac{\varepsilon^2 X^2}{32} - \frac{\varepsilon(z+z')}{4}}_{\ll 1} \right) g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (4.18)$$

et

$$\partial_z g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -jk_0 \frac{\varepsilon X}{4} g(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (4.19)$$

Alors, connaissant la fonction de Green et ses dérivées, en appliquant l'OP, nous pouvons déterminer les courants sur la surface de mer et le champ diffracté au-dessus.

## 4.3 Composantes cohérentes

Les composantes cohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé sont obtenues en évaluant la moyenne d'ensemble sur les variables aléatoires correspondantes. La surface est considérée parfaitement conductrice. Les calculs sont menés pour les deux polarisations.

### 4.3.1 Courants sur la surface

Afin de calculer le champ diffusé, il est nécessaire de déterminer les courants sur la surface  $\psi(\mathbf{r})$  ou  $\partial_n \psi(\mathbf{r})$ , dépendant de la polarisation via les coefficients de réflexion de Fresnel.

#### 4.3.1.1 Polarisation TM

A partir de l'Eq. (2.20), le coefficient de Fresnel en polarisation TM est  $\mathcal{R} = 1$ . Ainsi, en appliquant l'approximation de la PO,  $\forall \mathbf{r}_1 \in S$ , les composantes des courants sur la surface à l'ordre 1 (premier rebond sur la surface) sont données par

$$\begin{cases} \psi^{(1)}(\mathbf{r}_1) = 2\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}_1) \\ \partial_n \psi^{(1)}(\mathbf{r}_1) = 0 \end{cases} \quad (4.20)$$

et à l'ordre  $m$ ,  $m \geq 2$ ,

$$\begin{cases} \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m) = 2\psi_{\text{sca}}^{(m-1)}(\mathbf{r}_m) \\ \partial_n \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m) = 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

Puisque les hauteurs de la surface de mer sont une variable aléatoire, les courants sur la surface exprimés par l'Eq. (4.20) sont également des variables aléatoires. Ainsi, connaissant la fonction de Green spatiale, il est possible de déterminer les moments statistiques qui correspondent aux composantes cohérentes et incohérentes des courants sur la surface associés à chaque rebond. Ces calculs peuvent être menés soit par

un processus de Monte-Carlo soit analytiquement, en supposant que la densité de probabilité des hauteurs de la surface est gaussienne.

Donc, la composante cohérente des courants à l'ordre  $m$  ( $m > 1$ ) est définie par

$$\Psi_{\text{coh}}^{(m)} = \langle \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m) \rangle, \quad (4.22)$$

où le symbole  $\langle \bullet \rangle$  est l'opérateur de moyenne d'ensemble ou spatiale, qui opère sur les variables aléatoires de  $\psi^{(m)}(\mathbf{r}_m)$ .

La fonction de Green spatiale peut s'écrire, à partir de l'Eq. (4.15), comme

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = f(X)s(X, z, z'), \quad (4.23)$$

où

$$\begin{cases} f(X) = \frac{e^{j\pi/4}}{2\sqrt{2\pi k_0 X}} e^{jk_0 \left( X + \frac{\varepsilon X h}{2} - \frac{\varepsilon^2 X^3}{96} \right)} \\ s(X, z, z') = e^{jk_0 \left[ \frac{(z-z')^2}{2X} - \frac{\varepsilon X(z+z')}{4} \right]} \end{cases} \quad (4.24)$$

Ainsi, la fonction  $f$  est déterministe, tandis que la fonction  $s$  peut être aléatoire.

**Composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1** En substituant les Eqs. (4.13) et (4.23) dans l'Eq. (4.20), la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 devient

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{coh}}^{(1)} &= \langle \psi^{(1)}(\mathbf{r}_1) \rangle \\ &= \left\langle -4jk_0 \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) dS_a \right\rangle \\ &= -4jk_0 \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \langle f(X_1) s(X_1, z_a, \zeta_1) \rangle dS_a, \end{aligned} \quad (4.25)$$

où  $X_1 = |x_a - x_1|$  est la distance horizontale entre l'émetteur et le premier rebond,  $s_1 = s(X_1, z_a, \zeta_1)$  est une variable aléatoire (qui dépend des hauteurs de la surface  $\zeta_1$ ) et  $f_1 = f(X_1)$  est une variable déterministe. Par conséquent, l'Eq. (4.25) nécessite le calcul de la moyenne statistique (moyenne d'ensemble) de  $s_1$ , qui peut s'écrire comme  $s_1(\zeta_1) = \exp(-a\zeta_1^2 + 2b\zeta_1 + c)$ , dans laquelle

$$\begin{cases} a = -\frac{jk_0}{2X_1} \\ b = -\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a}{X_1} + \frac{\varepsilon X_1}{4} \right) \\ c = \frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right) \end{cases} \quad (4.26)$$

En supposant que la variable aléatoire  $\zeta_1$  suit une loi normale de moyenne égale à 0 et de variance  $\sigma_\zeta^2$ , la moyenne statistique est obtenue par

$$\langle s_1(\zeta_1) \rangle = u_\zeta e^{c - \frac{1}{2} u_\zeta^2 k_0^2 \sigma_\zeta^2 \cot^2 \theta_1}, \quad (4.27)$$

où

$$u_\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 - jk_0\sigma_\zeta^2/X_1}} \quad (4.28)$$

et

$$\cot \theta_1 = \frac{z_a}{X_1} + \frac{\varepsilon X_1}{4}, \quad (4.29)$$

où  $\theta_1$  est l'angle d'incidence du premier rebond (défini par rapport à la verticale).

Finalement, la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 s'écrit

$$\Psi_{\text{coh}}^{(1)} \approx -4jk_0 \int_{S_a} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} u_\zeta e^{-\frac{1}{2} u_\zeta^2 k_0^2 \sigma_\zeta^2 \cot^2 \theta_1} dS_a. \quad (4.30)$$

Dans le cas d'une surface lisse ( $\zeta_1, \gamma_1 = 0, \forall \mathbf{r}_1 \in S$ ), la composante des courants à l'ordre 1 est alors

$$\Psi_{\text{coh}}^{(1)} \Big|_{\zeta_1=0, \gamma_1=0} = \Psi_{\text{flat}}^{(1)} = -4jk_0 \int_{S_a} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} dS_a. \quad (4.31)$$

La substitution de la variable d'intégration  $S_a$  par  $z_a$  est pratique et ne change rien dans l'équation, car  $dS_a = dz_a$ .

En pratique, l'ordre de grandeur du paramètre du conduit est  $\varepsilon \approx 10^{-6} \text{ m}^{-1}$  et les variations de l'angle d'incidence sur la surface en fonction de la distance horizontale sont considérées négligeables ( $\theta_1 \rightarrow \pi/2$ ) pour une distance du premier rebond assez grande ( $X_1 \gg z_a$ ). L'angle d'incidence est alors considéré constant. De plus, l'écart type des hauteurs de la surface  $\sigma_\zeta$ , pour une vitesse du vent  $u_{10} = 5 \text{ ms}^{-1}$ , ne dépasse pas 0.16 m [36]. Ainsi, le coefficient  $u_\zeta$  peut être considéré constant et proche de 1 ( $|u_\zeta| \approx 1$ ) pour les fréquences Radar microondes. Ainsi, à partir des Eqs. (4.24) et (4.30), la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 devient

$$\Psi_{\text{coh}}^{(1)} \approx e^{-R_{a,1}^2} \times \Psi_{\text{flat}}^{(1)}, \quad (4.32)$$

où

$$R_{a,1} = \frac{k_0 \sigma_\zeta \cot \theta_1}{\sqrt{2}}. \quad (4.33)$$

Dans l'Eq. (4.32), le premier terme correspond au coefficient d'atténuation dû à la rugosité de la surface et le second est la composante des courants sur la surface lisse exprimée par l'Eq. (4.31). A partir de l'approche rayon de l'optique géométrique et pour un profil d'indice de réfraction au carré linéaire, l'équation de la trajectoire des rayons est une parabole, et ainsi il est simple de voir que l'angle d'incidence du premier rebond  $\theta_1$  est défini par l'Eq. (4.29). Vu que pour les incidences rasantes ( $\theta_1 \rightarrow \pi/2$ ),  $\cot \theta_1 \approx \cos \theta_1$ , le paramètre  $R_{a,1}$  du coefficient d'atténuation correspond au paramètre de Rayleigh (donné par l'Eq.(2.88)) du modèle d'Ament (3.21), divisé par  $\sqrt{2}$ . On peut donc voir ce paramètre comme le paramètre de rugosité de Rayleigh modifié pour les courants sur la surface.

Pour illustrer les composantes cohérentes des courants sur la surface obtenues par des équations analytiques, nous prenons un scénario de propagation au-dessus d'une surface courte avec un paramètre du conduit non réaliste, mais qui permet de voir le comportement des courants sur la surface (multiples rebonds) et, ensuite, du champ diffusé. Les paramètres de simulation sont reportés dans le tableau 4.2. Les simulations sont réalisées pour différents états de la surface de mer (lisse et rugueuse).

Hauteur du conduit $h$ [m]	50
Paramètre du conduit $\varepsilon$ [ $\text{m}^{-1}$ ]	$2 \times 10^{-3}$
Longueur de la surface $L$ [m]	600
Longueur d'onde $\lambda_0$ [m]	0,1
Angle d'incidence $\theta_{\text{inc}}$ [ $^\circ$ ]	88

TABLE 4.2 – Paramètres de simulation

Avant de calculer les composantes cohérentes des courants sur la surface, nous présentons le champ incident sur la surface  $S$ . Comme évoqué précédemment, ce champ existerait au niveau de la surface en l'absence de celle-ci. Pour notre scénario, le champ incident obtenu en appliquant l'Eq. (4.13) est affiché sur la figure 4.6. La forme du module du champ incident est gaussienne. La ligne noire pointillée représente la position attendue du premier rebond par la surface, calculée par l'Eq. (2.41) par une approche rayon. Nous voyons qu'elle correspond au maximum du champ incident. De plus, nous observons que le champ décroît fortement sur les bords de la surface. Ainsi, le phénomène de diffraction sur les bords est évité. Ensuite, l'approximation de la PO est appliquée sur ce champ afin d'obtenir les courants sur la surface.

La figure 4.7 compare les modules au carré des composantes des courants sur la surface lisse ( $u_{10} = 0 \text{ ms}^{-1}$ ) et rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$  et  $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ ) à l'ordre 1 en fonction de la distance horizontale  $x$  du récepteur par rapport à l'émetteur ( $x = |x_a - x| = |x|$ , avec  $x_a = 0$ ) en mètres, en polarisation TM. La position prévue par l'approche rayon du premier rebond correspond au point de premier rebond ( $x = 180, 6 \text{ m}$ ). Nous observons que la forme des courbes est identique au module du champ incident. Ceci est dû au fait que l'influence du champ incident est très forte au premier rebond. La figure montre également que l'intensité des courants à l'ordre 1 décroît rapidement en s'éloignant du point de valeur maximale. En outre, la longueur de la surface lisse qui est excitée par l'onde incidente, pour laquelle le module des courants normalisé ne descend pas en dessous de -30 dB, est d'environ 100 m. De plus, les atténuations des composantes cohérentes des courants au point de premier rebond sont en accord avec celles prédites par le paramètre de Rayleigh modifié. L'atténuation est plus grande pour une vitesse du vent plus grande : elle est égale à 1,21 dB au point maximum pour la surface moins rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ ) et 19,98 dB pour la surface plus rugueuse ( $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ ). L'effet de la rugosité augmente donc, comme attendu, avec la vitesse du vent.

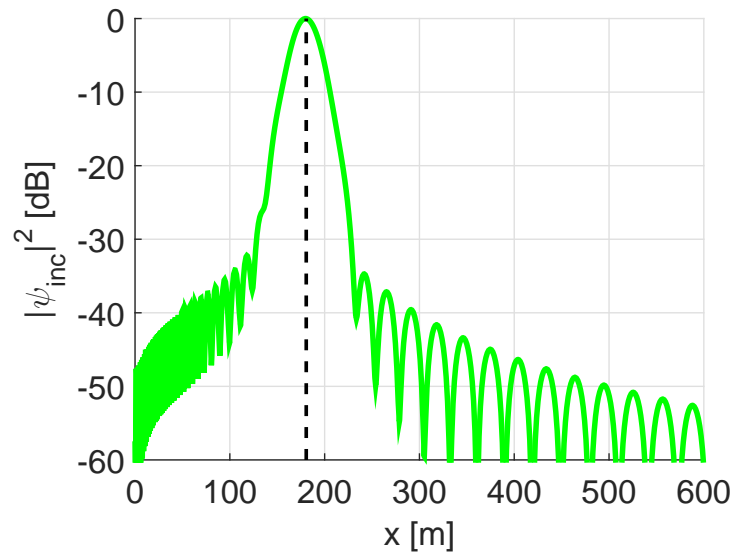


FIGURE 4.6 – Module au carré du champ incident sur la surface  $S$ , normalisé par rapport à son maximum, en fonction de la distance horizontale de la source

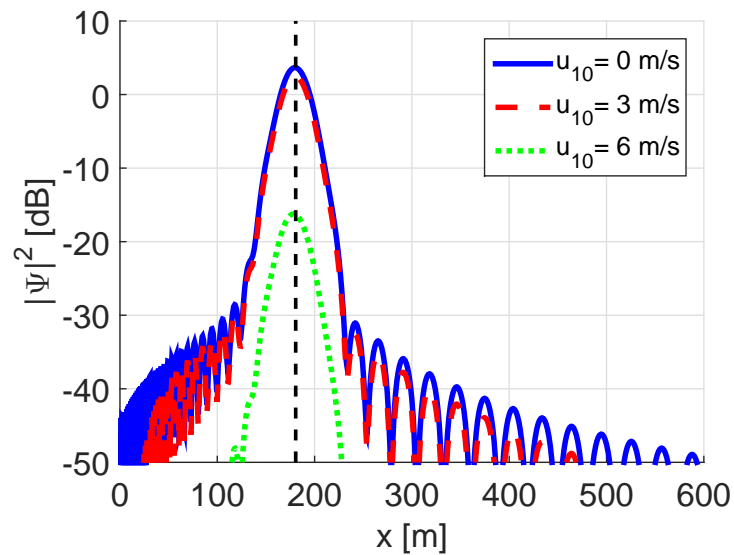


FIGURE 4.7 – Module au carré de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 en fonction de la distance horizontale en polarisation TM pour différents états de mer



**Composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2** À partir de l'Eq. (4.21), la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2 est

$$\Psi_{\text{coh}}^{(2)} = \langle \psi^{(2)}(\mathbf{r}_2) \rangle = 2 \left\langle \int \psi^{(1)}(\mathbf{r}_2) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) dx_1 \right\rangle \quad (4.34)$$

et finalement

$$\Psi_{\text{coh}}^{(2)} = -8jk_0 \left\langle \int \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) dx_1 dS_a \right\rangle. \quad (4.35)$$

Le calcul détaillé de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2 est fourni dans l'annexe C. Le résultat final est obtenu sous les hypothèses suivantes :

- au même point  $\mathbf{r}_i$ , les variables aléatoires  $\zeta_i$  (hauteur) et  $\gamma_i$  (pente) sont statistiquement indépendantes,  $i \in \{1, 2\}$  ;
- pour deux points distincts sur la surface (par exemple, les points du premier et deuxième rebond  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$ ), les variables  $(\zeta_1, \gamma_1)$  et  $(\zeta_2, \gamma_2)$  sont décorrélées ;
- l'écart type des hauteurs remplit les conditions suivantes :  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{X_1/k_0}$  et  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{X_2/k_0}$ ,

où  $X_2 = |x_1 - x_2|$  est la distance horizontale entre les points du premier et deuxième rebond et  $X_1 = |x_a - x_1|$  la distance horizontale entre le point du premier rebond et de la source. Ainsi, la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2 s'écrit

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{coh}}^{(2)} &\approx -8k_0^2 \int_{S_a} \int_{x_1} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_2 \cot \theta_2 e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} \\ &\times e^{-(R_{a,1} + R_{a,2})^2 - R_{a,2}^2} e^{\frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} (R_{a,1} + R_{a,2})} dx_1 dS_a, \end{aligned} \quad (4.36)$$

où  $R_{a,1}$  et  $R_{a,2}$  correspondent aux paramètres de Rayleigh divisés par  $\sqrt{2}$ , définis respectivement par l'Eq. (4.33) et

$$R_{a,2} = \frac{k_0 \sigma_\zeta \cot \theta_2}{\sqrt{2}}. \quad (4.37)$$

L'angle d'incidence  $\theta_2$  peut être calculé à partir de l'approche rayon par

$$\cot \theta_2 = \frac{\varepsilon X_2}{4}. \quad (4.38)$$

De nouveau, il est possible d'établir une relation entre la composante des courants sur la surface lisse à l'ordre 2 et la composante cohérente des courants sur la surface rugueuse à l'ordre 2 sous certaines conditions. En considérant que les angles d'incidence du premier et deuxième rebonds sont constants (indépendants des variables d'intégration), nous avons

$$\Psi_{\text{coh}}^{(2)} \approx e^{-(R_{a,1} + R_{a,2})^2 - R_{a,2}^2} e^{\frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} (R_{a,1} + R_{a,2})} \times \Psi_{\text{flat}}^{(2)}, \quad (4.39)$$

où  $\Psi_{\text{flat}}^{(2)}$  est la composante des courants sur la surface lisse à l'ordre 2 donnée par

$$\Psi_{\text{flat}}^{(2)} \approx -8k_0^2 \int_{S_a} \int_{x_1} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_2 \cot \theta_2 e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} dS_a dx_1. \quad (4.40)$$

De plus, à partir de l'Eq. (4.31), le courant  $\Psi_{\text{flat}}^{(2)}$  s'exprime selon  $\Psi_{\text{flat}}^{(1)}$  comme

$$\Psi_{\text{flat}}^{(2)} = -2jk_0 \int_{x_1} \Psi_{\text{flat}}^{(1)} f_2 \cot \theta_2 dx_1. \quad (4.41)$$

Ainsi, la composante des courants sur la surface lisse à l'ordre 2 peut être calculée par une seule intégration numérique, en utilisant celle à l'ordre 1 déjà évaluée.

Finalement, en supposant que les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont égaux, nous avons

$$\Psi_{\text{coh}}^{(2)} \approx e^{-5R_{a,1}^2} e^{\frac{jk_0^2 \sigma_{\zeta}^3 \varepsilon R_{a,1}}{\sqrt{2}}} \Psi_{\text{flat}}^{(2)}. \quad (4.42)$$

Le coefficient multipliant le courant sur la surface lisse, obtenu par l'Eq. (4.39), montre l'effet de la rugosité de la surface sur les courants après deux réflexions par la surface. Nous observons un terme qui correspond à l'atténuation prédite par le modèle d'Ament pour chaque rebond. De plus, il existe un nouveau terme qui indique une correction en phase. Ce terme dépend du paramètre du conduit et il est ainsi lié au phénomène de réfraction et à la rugosité de la surface. Il est lié à la corrélation entre les différents points du premier et deuxième rebond.

Si dans l'Eq. (4.35), la variable aléatoire  $g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1)$  est substituée par sa moyenne d'ensemble (4.32), puis  $g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  substituée par  $g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1)|_{\zeta_1=0}$ , le terme exponentiel de l'Eq. (4.39), qui décrit la rugosité de la surface, devient  $e^{-(R_{a,1}+R_{a,2})^2}$ . Ainsi, le terme de phase a disparu. Cela signifie qu'il est nécessaire d'inclure la corrélation statistique entre le courant sur la surface à l'ordre 1 et  $g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  dans le calcul de la moyenne d'ensemble.

Généralement, lorsque la PWE couplée à la SSF (algorithme FFT) est utilisée pour calculer le champ diffusé, les conditions aux limites sont introduites par le coefficient de réflexion, ce qui est souvent le coefficient Ament (lorsque la rugosité de surface est considérée). Cela signifie que pour l'introduction des conditions aux limites à la PWE/SSF, la moyenne d'ensemble est déjà appliquée. Ensuite, il a été supposé implicitement que le courant sur la surface et le phénomène de propagation sont statistiquement décorrélés. A partir de l'Eq. (4.39), cette hypothèse est satisfaite si le terme de phase est proche de l'unité.

**Composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre  $m$**  A partir de l'Eq. (4.21), la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre  $m$  ( $m \geq 2$ ) est

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{coh}}^{(m)} &= \langle \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m) \rangle = (-2jk_0) 2^m \int \dots \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \\ &\times \left\langle g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \dots \partial_{n_{m-1}} g(\mathbf{r}_{m-1}, \mathbf{r}_m) \right\rangle \\ &dx_{m-1} \dots dx_1 dS_a. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Le calcul de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2 est fourni dans l'annexe D. Comme pour la composante cohérente à l'ordre 1, les hypothèses suivantes sont introduites :

- au même point  $\mathbf{r}_i$ , les variables  $\zeta_i$  (hauteur) et  $\gamma_i$  (pente) sont statistiquement indépendantes,  $i \in [1, m]$  ;
- pour deux points distincts sur la surface (par exemple, les points qui correspondent à deux rebonds différents,  $\mathbf{r}_i$  et  $\mathbf{r}_j$ ,  $i \neq j$ ), les variables  $(\zeta_i, \gamma_i)$  et  $(\zeta_j, \gamma_j)$  sont décorrélées ;
- l'écart type des hauteurs remplit les conditions suivantes :  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{X_i/k_0}$ ,

où  $X_i = |x_{i-1} - x_i|$  est la distance horizontale entre les points de deux rebonds consécutifs. Ainsi, la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre  $m$  est

$$\begin{aligned}
\Psi_{\text{coh}}^{(m)} &\approx 2(-2jk_0)^m \int \dots \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 \prod_{k=2}^m f_k \cot \theta_k e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} \\
&\times \exp \left[ -R_{a,m}^2 - \sum_{i=1}^{m-1} (R_{a,i} + R_{a,i+1})^2 \right] \\
&\times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} \sum_{j=2}^{m-1} R_{a,j} \left( 1 + \frac{R_{a,j-1}}{R_{a,j}} \right) \left( 1 + \frac{R_{a,j+1}}{R_{a,j}} \right) \right] \\
&\times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} (R_{a,m-1} + R_{a,m}) \right] dx_{m-1} \dots dx_1 dS_a, \quad (4.44)
\end{aligned}$$

où  $R_{a,i}$  correspond au paramètre de rugosité de Rayleigh modifié pour le  $i^{\text{e}}$  rebond. Ce paramètre est défini par

$$R_{a,i} = \frac{k_0 \sigma_\zeta \cot \theta_i}{\sqrt{2}} \quad (4.45)$$

avec

$$\cot \theta_i = \frac{\varepsilon X_{i-1}}{4}, \quad i \geq 2. \quad (4.46)$$

Dans le cas d'une surface lisse, la composante des courants sur la surface à l'ordre  $m$  est alors

$$\Psi_{\text{flat}}^{(m)} \approx 2(-2jk_0)^m \int \dots \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 \prod_{k=2}^m f_k \cot \theta_k e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} dx_{m-1} \dots dx_1 dS_a. \quad (4.47)$$

Ensuite, la dernière équation peut s'écrire comme

$$\begin{aligned}
\Psi_{\text{flat}}^{(m)} &\approx -2jk_0 \int_{x_{m-1}} 2(-2jk_0)^{m-1} \int_{x_{m-2}} \dots \int_{S_a} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 \\
&\times \prod_{k=2}^{m-1} f_k \cot \theta_k e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} dx_{m-2} \dots dx_1 dS_a f_m \cot \theta_m dx_{m-1} \\
&\approx -2jk_0 \int_{x_{m-1}} \Psi_{\text{flat}}^{(m-1)} f_m \cot \theta_m dx_{m-1}.
\end{aligned} \tag{4.48}$$

Ceci nous permet de donner une équation générale pour la composante des courants sur la surface lisse et parfaitement conductrice à l'ordre  $m$  dans un conduit avec un profil d'indice de réfraction au carré linéaire en polarisation TM :

$$\Psi_{\text{flat}}^{(m)} = -2jk_0 \int_{x_{m-1}} \Psi_{\text{flat}}^{(m-1)} f_m \cot \theta_m dx_{m-1}, \text{ pour } m \geq 2. \tag{4.49}$$

Si l'on suppose que les angles d'incidence pour le même rebond sont constants, c'est-à-dire, indépendants de l'abscisse, l'équation de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre  $m$  peut s'écrire comme

$$\begin{aligned}
\Psi_{\text{coh}}^{(m)} &\approx \exp \left[ -R_{a,m}^2 - \sum_{i=1}^{m-1} (R_{a,i} + R_{a,i+1})^2 \right] \\
&\times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} \sum_{j=2}^{m-1} R_{a,j} \left( 1 + \frac{R_{a,j-1}}{R_{a,j}} \right) \left( 1 + \frac{R_{a,j+1}}{R_{a,j}} \right) \right] \\
&\times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} (R_{a,m-1} + R_{a,m}) \right] \times \Psi_{\text{flat}}^{(m)}.
\end{aligned} \tag{4.50}$$

De plus, si l'on ajoute l'hypothèse que les angles  $\theta_i$ , ( $i \geq 1$ ) sont égaux, nous obtenons l'expression suivante

$$\Psi_{\text{coh}}^{(m)} \approx e^{-(4m-3)R_{a,1}^2} e^{\frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{\sqrt{2}} (2m-3)R_{a,1}} \Psi_{\text{flat}}^{(m)}. \tag{4.51}$$

La dernière équation donne le paramètre de rugosité généralisé pour  $m$  ( $m \geq 2$ ) rebonds sur la surface des courants sur la surface. La première ligne de l'Eq. (4.50) est un facteur d'atténuation qui montre que le module des courants cohérents sur la surface est inférieur au module obtenu dans le cas d'une surface lisse. De plus, l'atténuation augmente avec le nombre de rebonds. Ce facteur d'atténuation correspond au paramètre de rugosité de Rayleigh précédemment calculé par Ament [76] pour un rebond et en espace libre. Les deux autres lignes de l'Eq. (4.50) indiquent que la phase des courants est aussi modifiée par la rugosité de la surface après chaque réflexion, à partir du deuxième rebond. Cette correction en phase dépend du paramètre (ou gradient) du conduit  $\varepsilon$ .

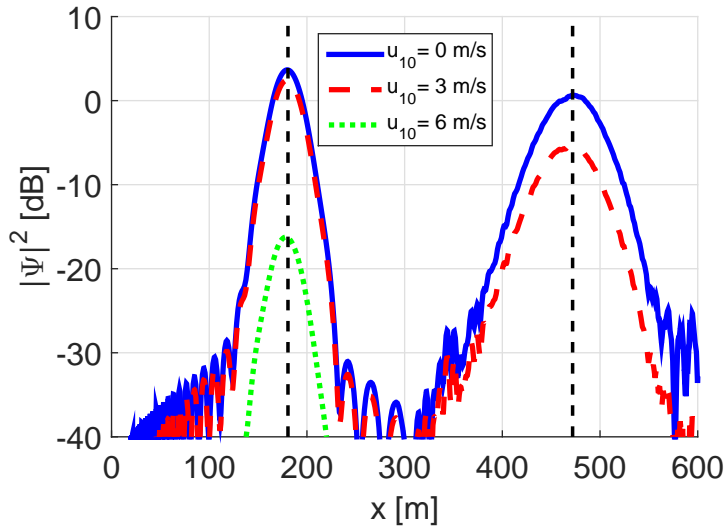


FIGURE 4.8 – Module au carré de la composante cohérente des courants totaux sur la surface en fonction de la distance horizontale en polarisation TM pour différents états de mer

On peut calculer les courants cohérents totaux sur la surface égaux à la somme de tous les ordres des composantes cohérentes des courants sur la surface.

Sur la figure 4.8, les modules au carré des composantes cohérentes des courants totaux sur la surface de mer sont présentés en fonction de la distance horizontale en polarisation TM, pour différents états de mer. Trois cas sont considérés : la mer lisse et la mer rugueuse avec des vitesses du vent de 3 et 6  $\text{ms}^{-1}$ . Dans le cas de la surface lisse (et la surface moins rugueuse), nous observons deux régions autour des valeurs maximales des modules des courants sur la surface, qui correspondent aux deux rebonds. Les positions des rebonds sont bien prédites par l'approche rayon (lignes pointillées). Les maximums diminuent avec le nombre de rebonds et la largeur du lobe associé augmente, à cause du phénomène de réfraction. De nouveau, nous voyons l'influence de la rugosité dans la région du premier rebond. La courbe du module, dans le cas de la surface rugueuse, a la même forme que pour la surface lisse, mais elle est atténuée. De plus, pour une surface de 600 m, deux rebonds sont prévus, sauf que le second pour la mer plus rugueuse n'est pas observable sur la figure. En effet, l'atténuation est de l'ordre de 100 dB. Le niveau de la composante cohérente des courants sur la surface décroît donc fortement avec la rugosité de la surface.

#### 4.3.1.2 Polarisation TE

Par analogie, les mêmes calculs sont effectués en polarisation TE. Dans cette polarisation, le coefficient de Fresnel vaut  $\mathcal{R} = -1$ . Ainsi, en appliquant l'approximation de l'optique physique,  $\forall \mathbf{r}_1 \in S$ , les composantes du courant sur la surface à l'ordre 1

(premier rebond sur la surface) sont données par

$$\begin{cases} \psi^{(1)}(\mathbf{r}_1) = 0 \\ \partial_n \psi^{(1)}(\mathbf{r}_1) = 2\partial_n \psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}_1) \end{cases} \quad (4.52)$$

et à l'ordre  $m$ ,  $m \geq 2$

$$\begin{cases} \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m) = 2\psi_{\text{sca}}^{(m-1)}(\mathbf{r}_m) \\ \partial_n \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m) = 0 \end{cases} . \quad (4.53)$$

De la même manière, nous dérivons les expressions pour les composantes cohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé en polarisation TE. La composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 est alors définie par

$$\Psi_{\text{coh}}^{(m)} = \langle \partial_n \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m) \rangle . \quad (4.54)$$

De nouveau, il est nécessaire de calculer la moyenne d'ensemble de la variable aléatoire. Dans le cas de la polarisation TE, cette variable est la dérivée normale des courants sur la surface  $\partial_n \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m)$ .

**Composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1** En substituant les Eqs. (4.13) et (4.23) dans l'Eq. (4.52), la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 s'écrit en polarisation TE

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{coh}}^{(1)} &= \langle \partial_{n_1} \psi^{(1)}(\mathbf{r}_1) \rangle \\ &= \left\langle -4jk_0 \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) dS_a \right\rangle \\ &= -4jk_0 \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \langle f(X_1) \partial_{n_1} s(X_1, z_a, \zeta_1) \rangle dS_a. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Sous l'hypothèse que les variables aléatoires  $\zeta_1$  et  $\gamma_1$  sont statistiquement indépendantes, par analogie avec le cas TM, la composante cohérente des courants sur la surface est obtenue par

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{coh}}^{(1)} &\approx -4k_0^2 \int_{S_a} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 \cot \theta_1 e^{\frac{jk_2}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} \\ &\times e^{-R_{a,1}^2} dS_a. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Finalement, en supposant que l'angle d'incidence  $\theta_1$  est indépendant de la distance horizontale, loin de l'émetteur, nous obtenons la même relation entre la composante cohérente des courants sur la surface rugueuse et les courants sur la surface lisse à l'ordre 1 comme en polarisation TM, donnée par l'Eq. (4.32). L'expression de la composante des courants sur la surface lisse à l'ordre 1 est différente et s'écrit

$$\Psi_{\text{flat}}^{(1)} \approx -4k_0^2 \int_{S_a} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 \cot \theta_1 e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} dS_a. \quad (4.57)$$

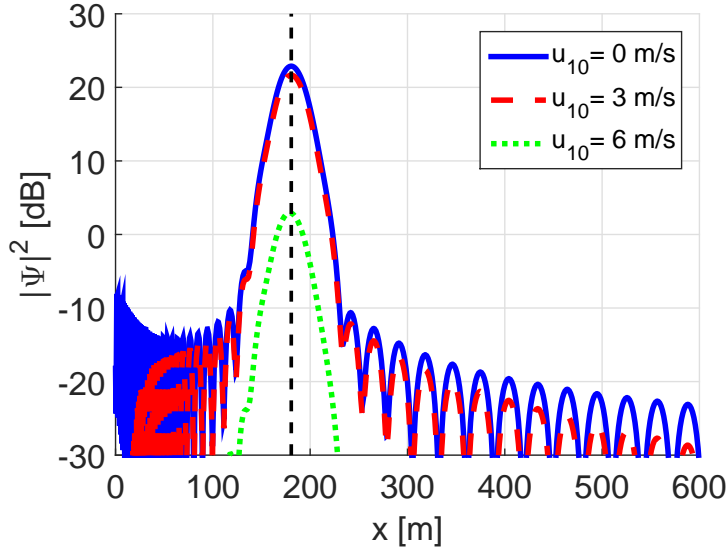


FIGURE 4.9 – Module au carré de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 en fonction de la distance horizontale en polarisation TE, pour différents états de mer

Les mêmes simulations qu'en polarisation TM sont effectuées. Les paramètres de simulations sont reportés dans le tableau 4.2. Les modules des courants à l'ordre 1, sur la surface lisse et de deux surfaces rugueuses de vitesses de vent différentes, sont affichés sur la figure 4.9. Nous observons le même comportement qu'en polarisation TM, sauf que les niveaux des courants cohérents sont plus élevés. Les atténuations causées par la rugosité sont identiques, comme prévu par l'Eq. (4.32).

**Composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2** A partir de l'Eq. (4.53), la composante cohérente des courants sur la surface est définie par

$$\begin{aligned}
 \Psi_{\text{coh}}^{(2)} &= \langle \partial_{n_2} \psi^{(2)}(\mathbf{r}_2) \rangle \\
 &= -2 \langle \partial_{n_2} \int \partial_{n_1} \psi^{(1)}(\mathbf{r}_2) g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) dx_1 \rangle \\
 &= 8jk_0 \iint \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \langle \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) \\
 &\quad \times \partial_{n_2} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rangle dx_1 dS_a.
 \end{aligned} \tag{4.58}$$

En introduisant les mêmes hypothèses sur les hauteurs et les pentes  $\zeta_i$  et  $\gamma_i$ ,  $i \in [1, 2]$ , qu'en polarisation TM, et après l'application du calcul de l'annexe C, nous obtenons l'expression pour la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2. Ensuite, en supposant que les angles d'incidence sont constants, nous arrivons à la même relation qu'en polarisation TM, donnée par l'Eq. (4.39). La seule différence est l'ex-

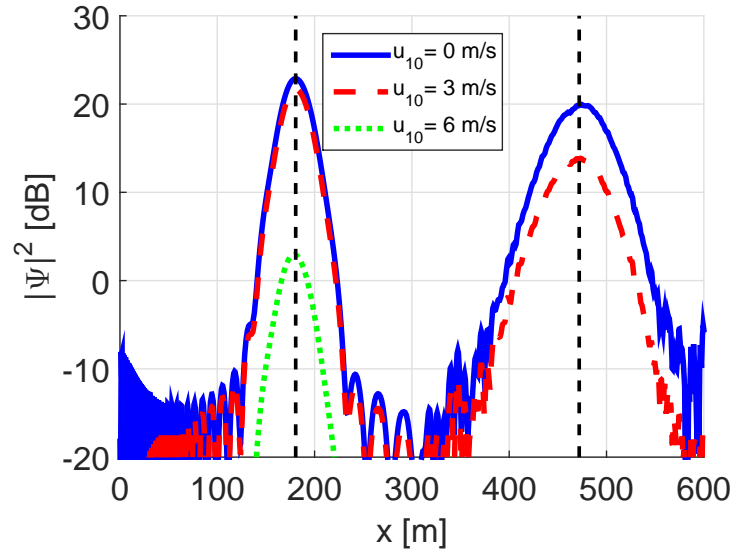


FIGURE 4.10 – Module au carré de la composante cohérente des courants totaux sur la surface en fonction de la distance horizontale en polarisation TE, pour différents états de mer

pression de la composante des courants sur la surface lisse

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{flat}}^{(2)} &\approx -8jk_0^3 \int_{S_a} \int_{x_1} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_2 \cot \theta_1 \cot \theta_2 \\ &\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} dS_a dx_1. \end{aligned} \quad (4.59)$$

**Composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre  $m$**  En utilisant le même calcul et sous les mêmes hypothèses qu'en polarisation TM, nous obtenons la composante cohérente des courants sur la surface rugueuse à l'ordre  $m$  ( $m \geq 2$ ) et la dérivons en fonction de la composante des courants sur la surface lisse, comme dans l'Eq. (4.50). Dans ce cas, la composante des courants sur la surface lisse est donnée par

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{flat}}^{(m)} &\approx (2jk_0)^{m+1} \int \cdots \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \prod_{k=1}^m f_k \cot \theta_k \\ &\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} dx_{m-1} \cdots dx_1 dS_a. \end{aligned} \quad (4.60)$$

La figure 4.10 affiche les modules au carré des courants cohérents en fonction de la distance horizontale de la source en polarisation TE. Les mêmes conclusions qu'en polarisation TM peuvent être dressées, sauf que les niveaux sont plus élevés.



### 4.3.2 Champ diffusé

De la même manière, nous dérivons les équations du champ diffusé par la surface. La composante cohérente du champ à l'ordre  $m$  est alors définie par

$$\Psi_{\text{sca,coh}}^{(m)} = \langle \psi_{\text{sca}}^{(m)}(\mathbf{r}'_m) \rangle, \quad (4.61)$$

où  $\psi_{\text{sca}}^{(m)}(\mathbf{r}'_m)$  est la composante du champ diffracté à l'ordre  $m$ , donnée par l'Eq. (4.8).

#### 4.3.2.1 Polarisation TM

**Composante cohérente du champ à l'ordre 1** En substituant les Eqs. (4.13) et (4.20) dans l'Eq. (4.2), la composante cohérente du champ diffusé par la surface à l'ordre 1 devient

$$\Psi_{\text{coh,sca}}^{(1)} = \langle \psi_{\text{sca}}^{(1)}(\mathbf{r}'_1) \rangle = -4jk_0 \int \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \langle g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) \rangle dx_1 dS_a. \quad (4.62)$$

Le calcul qui suit est donné dans l'annexe E. Il ressemble au calcul des composantes cohérentes des courants sur la surface. En conséquence, nous ne donnons que l'expression finale, en introduisant les hypothèses suivantes :

- au point de la surface  $\mathbf{r}_1$ , les variables  $\zeta_1$  (hauteur) et  $\gamma_1$  (pente) sont statistiquement indépendantes ;
- l'écart type des hauteurs remplit les conditions suivantes :  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{X_1/k_0}$  et  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{X'_1/k_0}$ ,

où  $X'_1 = |x_1 - x'_1|$  est la distance horizontale entre le point d'observation dans le conduit et le point de premier rebond. Ainsi, la composante cohérente du champ à l'ordre 1 s'écrit

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{sca,coh}}^{(1)} &\approx -4k_0^2 \int_{S_a} \int_{x_1} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f'_1 \cot \theta'_1 e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_1{}^2}{X'_1} - \frac{\varepsilon X'_1 z'_1}{2} \right)} \\ &\times \exp \left[ -(R_{a,1} + R'_{a,1})^2 \right] dx_1 dS_a, \end{aligned} \quad (4.63)$$

où les paramètres  $R_{a,1}$  et  $R'_{a,1}$  sont donnés par

$$\begin{cases} R_{a,1} = \frac{k_0 \sigma_\zeta \cot \theta_1}{\sqrt{2}} = \frac{k_0 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{z_a}{X_1} + \frac{\varepsilon X_1}{4} \right) \\ R'_{a,1} = \frac{k_0 \sigma_\zeta \cot \theta'_1}{\sqrt{2}} = \frac{k_0 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{z'_1}{X'_1} + \frac{\varepsilon X'_1}{4} \right) \end{cases}. \quad (4.64)$$

En supposant les angles d'incidence constants, nous dérivons une relation entre la composante cohérente du champ diffusé et du champ réfléchi par une surface lisse sous la forme suivante

$$\Psi_{\text{sca,coh}}^{(1)} = e^{-(R_{a,1} + R'_{a,1})^2} \Psi_{\text{sca,flat}}^{(1)}, \quad (4.65)$$

où

$$\Psi_{\text{sca,flat}}^{(1)} \approx -4k_0^2 \int_{S_a} \int_{x_1} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_1' \cot \theta_1' e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_1'^2}{X_1'} - \frac{\varepsilon X_1' z_1'}{2} \right)} dx_1 dS_a \quad (4.66)$$

est la composante du champ réfléchi par la surface lisse à l'ordre 1.

De plus, supposons que  $\cot \theta_1 = \cot \theta_1'$ , ce qui correspond à la loi de Snell-Descartes de l'optique géométrique, nous avons

$$\Psi_{\text{sca,coh}}^{(1)} \approx e^{-4R_{a,1}^2} \Psi_{\text{sca,flat}}^{(1)} \approx e^{-2k_0^2 \sigma_z^2 \cot^2 \theta_1} \Psi_{\text{sca,flat}}^{(1)}. \quad (4.67)$$

Par conséquent, en introduisant le paramètre de rugosité de Rayleigh  $R_a = k_0 \sigma_z \cot \theta_1 = \sqrt{2} R_{a,1}$ , nous obtenons

$$\Psi_{\text{sca,coh}}^{(1)} \approx e^{-2R_a^2} \Psi_{\text{sca,flat}}^{(1)}. \quad (4.68)$$

La dernière équation correspond au modèle d'Ament donné par l'Eq. (3.21). Il est ainsi démontré que ce résultat est également obtenu en appliquant la PWE-PO (pour une surface PC). Dans la suite, il est montré que la PWE-PO nous permet de généraliser la dérivation de ce coefficient à des rebonds multiples et pour un milieu non homogène. De plus, nous remarquons que pour le paramètre de Rayleigh,  $\cos \theta_1$  est remplacé par  $\cot \theta_1$ , sachant que  $\cos \theta_1 \approx \cot \theta_1$  pour les incidences très rasantes.

**Composante cohérente du champ à l'ordre 2** A partir de l'Eq. (4.21), la composante cohérente du champ à l'ordre 2 est alors

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{sca,coh}}^{(2)} &= \langle \psi_{\text{sca}}^{(2)}(\mathbf{r}_2') \rangle = \left\langle \int \psi^{(2)}(\mathbf{r}_2) \partial_{n_2} g(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2') dx_2 \right\rangle \\ &= -8jk_0 \int \int \int \left\langle g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \partial_{n_2} g(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2') \right\rangle \\ &\quad \times \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) dx_2 dx_1 dS_a. \end{aligned} \quad (4.69)$$

Après un calcul similaire aux précédents et sous des hypothèses similaires :

- au même point  $\mathbf{r}_i$ , les variables  $\zeta_i$  (hauteur) et  $\gamma_i$  (pente) sont statistiquement indépendants,  $i \in [1, 2]$  ;
- pour deux points distincts sur la surface (par exemple, les points qui correspondent au premier et deuxième rebond,  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$ ), les variables  $(\zeta_1, \gamma_1)$  et  $(\zeta_2, \gamma_2)$  sont décorrélées ;
- l'écart type des hauteurs remplit les conditions suivantes :  $\sigma_z \ll \sqrt{X_i/k_0}$ ,  $i \in [1, 2]$  et  $\sigma_z \ll \sqrt{X_2'/k_0}$ ,

où  $X_2' = |x_2 - x_2'|$  est la distance horizontale entre le point d'observation dans le conduit et le point du deuxième rebond, la composante cohérente du champ diffusé

au-dessus de la surface de mer à l'ordre 2 est

$$\begin{aligned}
\Psi_{\text{sca,coh}}^{(2)} &\approx 8jk_0^3 \int \int \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_2 f'_2 \cot \theta_2 \cot \theta'_2 \\
&\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_2{}^2}{X'_2} - \frac{\varepsilon X'_2 z'_2}{2} \right)} \\
&\times \exp \left[ -(R_{a,1} + R_{a,2})^2 - (R_{a,2} + R'_{a,2})^2 \right] \\
&\times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_z^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} R_{a,2} \left( 1 + \frac{R_{a,1}}{R_{a,2}} \right) \left( 1 + \frac{R'_{a,2}}{R_{a,2}} \right) \right] dx_2 dx_1 dS_a, \quad (4.70)
\end{aligned}$$

où les coefficients  $R_{a,2}$  et  $R'_{a,2}$  sont donnés par

$$\begin{cases} R_{a,2} = \frac{k_0 \sigma_z \cot \theta_2}{\sqrt{2}} = \frac{k_0 \sigma_z \varepsilon X_2}{\sqrt{2}^4} \\ R'_{a,2} = \frac{k_0 \sigma_z \cot \theta'_2}{\sqrt{2}} = \frac{k_0 \sigma_z}{\sqrt{2}} \left( \frac{z'_2}{X'_2} + \frac{\varepsilon X'_2}{4} \right) \end{cases} \cdot \quad (4.71)$$

La fonction déterministe  $f'_2$  est, par analogie avec les autres, définie comme  $f'_2 = f(X'_2)$ .

De nouveau, en supposant que les angles d'incidence et de réflexion des deux rebonds sont indépendants des variables d'intégration, nous dérivons la relation suivante entre la composante cohérente du champ diffusé et le champ réfléchi par la surface lisse

$$\begin{aligned}
\Psi_{\text{sca}}^{(2)} &\approx \exp \left[ -(R_{a,1} + R_{a,2})^2 - (R_{a,2} + R'_{a,2})^2 \right] \\
&\times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_z^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} R_{a,2} \left( 1 + \frac{R_{a,1}}{R_{a,2}} \right) \left( 1 + \frac{R'_{a,2}}{R_{a,2}} \right) \right] \times \Psi_{\text{sca,flat}}^{(2)} \quad (4.72)
\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}
\Psi_{\text{sca,flat}}^{(2)} &\approx 8jk_0^3 \int \int \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_2 f'_2 \cot \theta_2 \cot \theta'_2 \\
&\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_2{}^2}{X'_2} - \frac{\varepsilon X'_2 z'_2}{2} \right)} dx_2 dx_1 dS_a. \quad (4.73)
\end{aligned}$$

Ensuite, en supposant que les angles de réflexion sont égaux ( $\cot \theta_1 = \cot \theta_2 = \cot \theta'_2$ ) et en introduisant le paramètre de Rayleigh  $R_a$ , nous obtenons

$$\Psi_{\text{sca,coh}}^{(2)} = e^{-4R_a^2} e^{jk_0^2 \sigma_z^3 \varepsilon R_a} \Psi_{\text{sca,flat}}^{(2)}. \quad (4.74)$$

Nous observons alors un terme qui correspond au modèle d'Ament (après deux rebonds) et l'autre indiquant qu'il existe une correction en phase supplémentaire à cause de la réflexion par la surface rugueuse qui n'est pas prédite par le susdit modèle. Ainsi, l'Eq. (4.74) représente le modèle d'Ament étendu à deux réflexions et à un milieu non homogène.

**Composante cohérente du champ à l'ordre  $m$**  Par analogie avec les ordres inférieurs, à partir de l'Eq. (4.21), la composante cohérente du champ à l'ordre  $m$  est alors

$$\begin{aligned}\Psi_{\text{sca,coh}}^{(m)} &= \langle \psi_{\text{sca}}^{(m)}(\mathbf{r}'_m) \rangle = \left\langle \int \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m) \partial_{n_m} g(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}'_m) dx_m \right\rangle. \\ &= (-2jk_0)2^m \int \cdots \int \left\langle g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) \cdots \partial_{n_m} g(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}'_m) \right\rangle \\ &\quad \times \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) dx_m \cdots dS_a.\end{aligned}\quad (4.75)$$

Après calcul et sous les mêmes hypothèses que celles utilisées pour la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre  $m$  ( $m \geq 2$ ) et une supplémentaire stipulant que  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{X'_m/k_0}$ , nous obtenons

$$\begin{aligned}\Psi_{\text{sca,coh}}^{(m)} &\approx (-2jk_0)^{m+1} \int \cdots \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 \prod_{k=2}^m f_k \cot \theta_k f'_m \cot \theta'_m \\ &\quad \times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_m{}^2}{X'_m} - \frac{\varepsilon X'_m z'_m}{2} \right)} \\ &\quad \times \exp \left[ - \sum_{i=1}^{m-1} (R_{a,i} + R_{a,i+1})^2 - (R_{a,m} + R'_{a,m})^2 \right] \\ &\quad \times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} \sum_{j=2}^{m-1} R_{a,j} \left( 1 + \frac{R_{a,j-1}}{R_{a,j}} \right) \left( 1 + \frac{R_{a,j+1}}{R_{a,j}} \right) \right] \\ &\quad \times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} R_{a,m} \left( 1 + \frac{R_{a,m-1}}{R_{a,m}} \right) \left( 1 + \frac{R'_{a,m}}{R_{a,m}} \right) \right] dx_m \cdots dS_a.\end{aligned}\quad (4.76)$$

En considérant que les angles d'incidence sont indépendants des variables d'intégration, la même relation est établie entre la composante cohérente du champ diffusé par la surface rugueuse et le champ réfléchi par la surface lisse à l'ordre  $m$

$$\begin{aligned}\Psi_{\text{sca,coh}}^{(m)} &\approx \exp \left[ - \sum_{i=1}^{m-1} (R_{a,i} + R_{a,i+1})^2 - (R_{a,m} + R'_{a,m})^2 \right] \\ &\quad \times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} \sum_{j=2}^{m-1} R_{a,j} \left( 1 + \frac{R_{a,j-1}}{R_{a,j}} \right) \left( 1 + \frac{R_{a,j+1}}{R_{a,j}} \right) \right] \\ &\quad \times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_\zeta^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} R_{a,m} \left( 1 + \frac{R_{a,m-1}}{R_{a,m}} \right) \left( 1 + \frac{R'_{a,m}}{R_{a,m}} \right) \right] \times \Psi_{\text{sca,flat}}^{(m)}\end{aligned}\quad (4.77)$$

avec

$$\begin{aligned}\Psi_{\text{sca,flat}}^{(m)} &\approx (-2jk_0)^{m+1} \int \cdots \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 \prod_{k=2}^m f_k \cot \theta_k f'_m \cot \theta'_m \\ &\quad \times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_m{}^2}{X'_m} - \frac{\varepsilon X'_m z'_m}{2} \right)} dx_m \cdots dS_a.\end{aligned}\quad (4.78)$$

Finalement, en supposant que les angles d'incidence et de réflexion sont égaux ( $\cot \theta_1 = \dots = \cot \theta_m = \cot \theta'_m$ ), nous montrons que

$$\Psi_{\text{sca,coh}}^{(m)} \approx e^{-2mR_a^2} e^{j(m-1)k_0^2 \sigma_\zeta^2 \varepsilon R_a} \Psi_{\text{sca,flat}}^{(m)}, \quad m \geq 1, \quad (4.79)$$

où  $R_a$  représente le paramètre de Rayleigh. L'Eq. (4.79) présente alors le paramètre de rugosité généralisé à des rebonds multiples par une surface de mer rugueuse dans un milieu non homogène, avec un profil d'indice de réfraction au carré linéaire. Le premier terme correspond à l'application multiple du modèle d'Ament pour un rebond. Néanmoins, la méthode hybride basée sur la PO indique une correction en phase pour les champs avec des réflexions multiples par une surface rugueuse aléatoire dépendante du paramètre du conduit  $\varepsilon$ .

Pour illustrer les résultats obtenus, nous présentons quelques exemples de cartographies du champ en polarisation TM pour les paramètres donnés dans le tableau 4.2. Le champ total cohérent est composé du champ incident et du champ diffusé (réfléchi dans le cas d'une surface lisse) par la surface. La figure 4.11 affiche le module du champ incident au carré en dB en fonction de la distance  $x$  et de la hauteur  $z$ . Ensuite, la cartographie du champ réfléchi au-dessus d'une surface lisse est montrée dans la figure 4.12. Enfin, la figure 4.13 donne le module du champ total au carré au-dessus de la surface lisse en fonction de la distance horizontale et de la hauteur. On observe bien le piégeage de l'onde dans le conduit, produisant alors deux rebonds sur la surface.

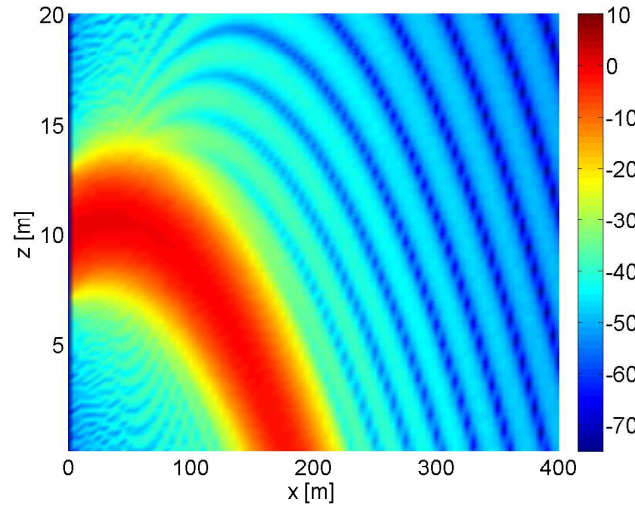


FIGURE 4.11 – Module au carré du champ incident en fonction de la distance horizontale et de la hauteur

La figure 4.14 introduit le champ cohérent diffusé par une surface rugueuse avec une vitesse du vent de  $3 \text{ ms}^{-1}$ . Le champ diffusé est alors atténué par rapport au champ réfléchi par la surface lisse dans la direction spéculaire. De plus, le champ total cohérent est affiché sur la figure 4.15 où nous pouvons de nouveau observer le phénomène de guidage.

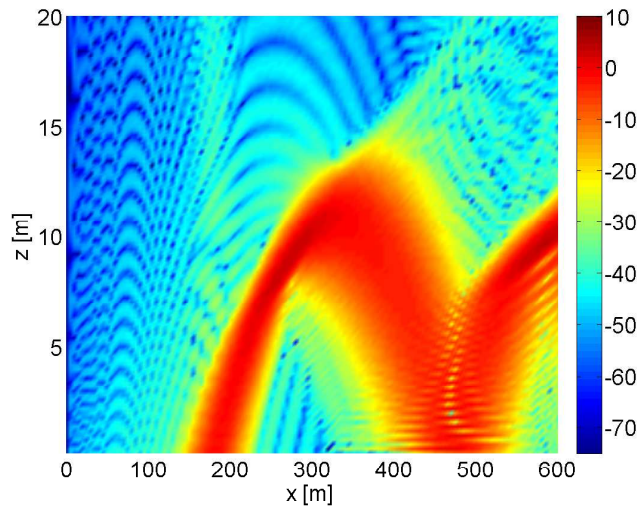


FIGURE 4.12 – Module au carré du champ réfléchi en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TM. Surface lisse

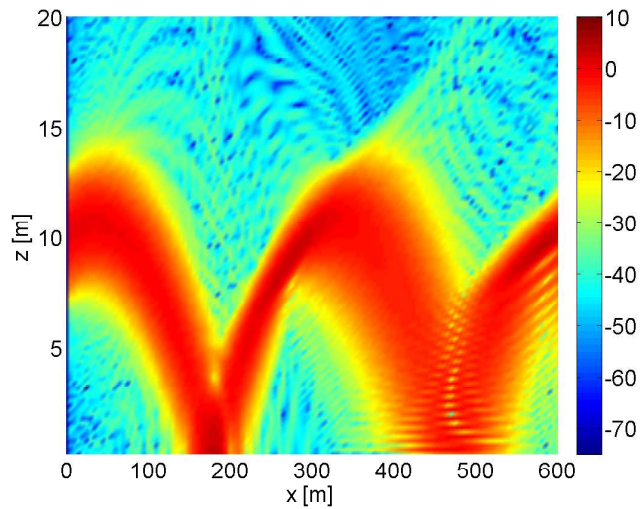


FIGURE 4.13 – Module au carré du champ total en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TM. Surface lisse

#### 4.3.2.2 Polarisation TE

Les mêmes dérivations peuvent être conduites pour la composante cohérente du champ diffusé en polarisation TE. Les relations entre les composantes cohérentes du champ diffusé par la surface rugueuse et du champ réfléchi par la surface lisse dérivées précédemment en polarisation TM restent valides. C'est pourquoi nous ne fournissons que les équations de la composante du champ diffusé par la surface lisse aux ordres appropriés.

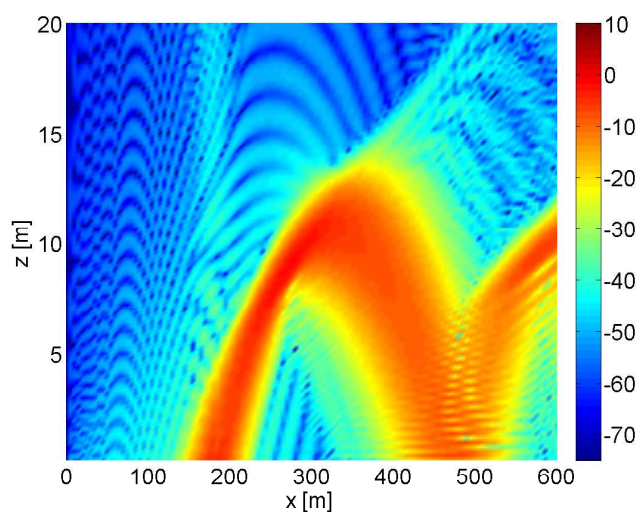


FIGURE 4.14 – Module au carré du champ diffusé cohérent en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TM. Surface rugueuse,  $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$

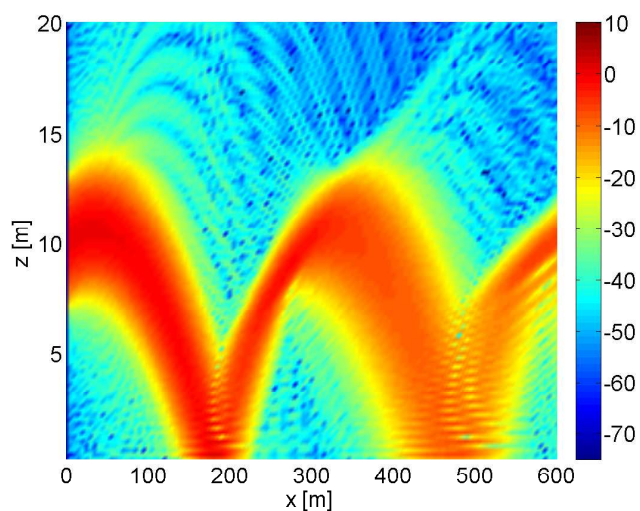


FIGURE 4.15 – Module au carré du champ total cohérent en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TM. Surface rugueuse,  $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$

**Composante cohérente du champ diffusé à l'ordre 1** La relation entre les cas de la surface rugueuse et lisse est identique à celle donnée par l'Eq. (4.68), sauf que le

champ réfléchi par la surface lisse s'écrit comme

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{sca,flat}}^{(1)} &\approx 4k_0^2 \int_{S_a} \int_{x_1} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_1' \cot \theta_1 \\ &\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_1'^2}{X_1'} - \frac{\varepsilon X_1' z_1'}{2} \right)} dx_1 dS_a. \end{aligned} \quad (4.80)$$

**Composante cohérente du champ diffusé à l'ordre 2** La composante cohérente du champ diffusé à l'ordre 2 est donnée par l'Eq. (4.74), avec

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{sca,flat}}^{(2)} &\approx 8jk_0^3 \iiint \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_2 f_2' \cot \theta_1 \\ &\times \cot \theta_2 e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} \\ &\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_2'^2}{X_2'} - \frac{\varepsilon X_2' z_2'}{2} \right)} dx_2 dx_1 dS_a. \end{aligned} \quad (4.81)$$

**Composante cohérente du champ diffusé à l'ordre  $m$**  La composante cohérente du champ diffusé à l'ordre  $m$  est donnée par l'Eq. (4.79), avec

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{sca,flat}}^{(m)} &\approx (-1)^m (-2jk_0)^{m+1} \int \cdots \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \\ &\times \prod_{k=1}^m f_k \cot \theta_k f_m' e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} \\ &\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_m'^2}{X_m'} - \frac{\varepsilon X_m' z_m'}{2} \right)} dx_m \cdots dS_a. \end{aligned} \quad (4.82)$$

Les simulations sont également effectuées dans le cas de la polarisation TE. Les paramètres sont reportés dans le tableau 4.2. De nouveau, nous observons le phénomène de guidage et l'influence de la rugosité sur les champ diffusés montrés sur les figures 4.16 et 4.17. La première figure est donnée pour une surface lisse et la seconde pour une surface rugueuse, avec une vitesse du vent de  $3 \text{ ms}^{-1}$ .

Les résultats obtenus dans ce chapitre seront comparés avec la méthode de référence (SDIM) dans le chapitre suivant. Le scénario étudié sera modifié afin d'être plus réaliste. Mais, avant de faire ces comparaisons, les composantes incohérentes sont dérivées en utilisant la PWE-PO dans la section suivante.

## 4.4 Composantes incohérentes

Par analogie avec les composantes cohérentes, les composantes incohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé sont définies et puis déterminées mathématiquement. Ces dérivations sont également basées sur la méthode PWE-PO.



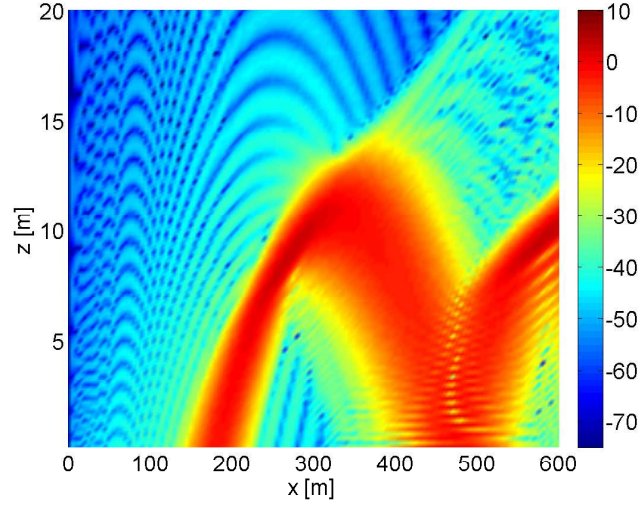


FIGURE 4.16 – Module au carré du champ réfléchi en fonction de la distance horizontale et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TE. Surface lisse

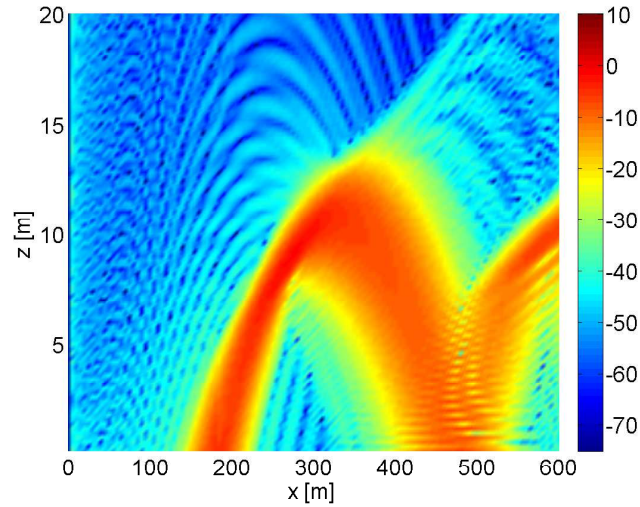


FIGURE 4.17 – Module du champ total cohérent au carré en fonction de la distance et de la hauteur calculé avec la PWE-PO, en polarisation TE. Surface rugueuse,  $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$

#### 4.4.1 Courants sur la surface

L'intensité incohérente des courants sur la surface à l'ordre  $m$  est définie par

$$I_{\text{incoh}}^{(m)} = \Delta I^{(m)} - \left| \Psi_{\text{coh}}^{(m)} \right|^2, \quad (4.83)$$

où

$$\Delta I^{(m)} = \langle \psi^{(m)}(\mathbf{r}_m) [\psi^{(m)}(\bar{\mathbf{r}}_m)]^* \rangle. \quad (4.84)$$

Le symbole \* dénote le complexe conjugué et  $\Delta \mathbf{r}_m = \bar{\mathbf{r}}_m - \mathbf{r}_m$  est la distance entre deux points (voir la figure 4.18) utilisés pour le calcul de l'intensité incohérente.

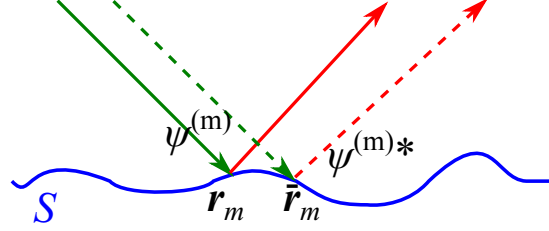


FIGURE 4.18 – Illustration pour le calcul des courants incohérents

#### 4.4.1.1 Polarisation TM

Pour calculer l'intensité incohérente des courants sur la surface à l'ordre 1, il faut connaître la composante cohérente des courants à l'ordre 1 (donnée par l'Eq. (4.30)) et  $\Delta I^{(1)}$  qui est obtenu en substituant l'Eq. (4.15) et l'Eq. (4.13) dans l'Eq. (4.1). Ainsi, en polarisation TM, nous avons

$$\begin{aligned} \Delta I^{(1)} &= 4 \int \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{\mathbf{r}}_a)]^* dS_a d\bar{S}_a \\ &\times \langle f(X_1) s(X_1, z_a, \zeta_1) [f(\bar{X}_1) s(\bar{X}_1, \bar{z}_a, \bar{\zeta}_1)]^* \rangle, \end{aligned} \quad (4.85)$$

où  $X_1 = |x_a - x_1|$  et  $\bar{X}_1 = |x_a - \bar{x}_1|$  sont déterministes et les hauteurs de la surface  $\zeta_1$  et  $\bar{\zeta}_1$  sont aléatoires.

En utilisant le même raisonnement que sur les composantes cohérentes, nous obtenons

$$\begin{aligned} \Delta I^{(1)} &= 16k_0^2 \int \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{\mathbf{r}}_a)]^* f(X_1) f^*(\bar{X}_1) dz_a d\bar{z}_a \\ &\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{4} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{\bar{X}_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{4} \right)} e^{-R_{a,1}^2 - \bar{R}_{a,1}^2 + 2\rho_1 R_{a,1} \bar{R}_{a,1}} \end{aligned} \quad (4.86)$$

et ensuite

$$\Delta I^{(1)} \approx \left| \Psi_{\text{coh}}^{(1)} \right|^2 e^{-R_{a,1}^2 - \bar{R}_{a,1}^2 + 2\rho_1 R_{a,1} \bar{R}_{a,1}}, \quad (4.87)$$

où  $\rho_1(\bar{x}_1 - x_1) = W_z(\bar{x}_1 - x_1) / \sigma_z^2$  est la fonction d'autocorrélation normalisée des hauteurs de la surface. Supposons que  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{|\bar{X}_1|/k_2}$  et  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{|\bar{X}_1|/k_2}$ . Si la surface de mer est supposée stationnaire, alors la fonction d'autocorrélation normalisée ne dépend que de la distance horizontale. De plus, les paramètres de rugosité de Rayleigh sont définis par

$$\begin{cases} R_{a,1} = \frac{k_0 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{z_a}{X_1} + \frac{\varepsilon X_1}{4} \right) \\ \bar{R}_{a,1} = \frac{k_0 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{\bar{z}_a}{\bar{X}_1} + \frac{\varepsilon \bar{X}_1}{4} \right) \end{cases}. \quad (4.88)$$

Alors, en substituant l'Eq. (4.86) et l'Eq. (4.30) dans l'Eq. (4.84), nous dérivons l'intensité incohérente des courants sur la surface à l'ordre 1 comme

$$I_{\text{incoh}}^{(1)} \approx \left| \langle \psi^{(1)}(\mathbf{r}_1) \rangle \Big|_{z_1=0, \gamma_1=0} \right|^2 \quad (4.89)$$

$$\times e^{-R_{a,1}^2 - \bar{R}_{a,1}^2} \left( e^{2\rho_1 R_{a,1} \bar{R}_{a,1}} - 1 \right).$$

#### 4.4.1.2 Polarisation TE

De la même manière, nous dérivons l'intensité incohérente des courants surfaciques en polarisation TE. Nous avons alors

$$\Delta I^{(1)} = 16k_0^4 \int \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{\mathbf{r}}_a)]^* f(X_1) f^*(\bar{X}_1) \cot \theta_1 \cot \bar{\theta}_1 dz_a d\bar{z}_a$$

$$\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{4} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{\bar{X}_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{4} \right)} e^{-R_{a,1}^2 - \bar{R}_{a,1}^2 + 2\rho_1 R_{a,1} \bar{R}_{a,1}}. \quad (4.90)$$

L'Eq. (4.87) est toujours valide sous les mêmes hypothèses qu'en polarisation TM. Finalement, l'intensité incohérente des courants sur la surface est donnée par l'équation suivante

$$I_{\text{incoh}}^{(1)} \approx \left| \left\langle \frac{\partial}{\partial n_1} \psi^{(1)}(\mathbf{r}_1) \right\rangle \Big|_{z_1=0, \gamma_1=0} \right|^2 \quad (4.91)$$

$$\times e^{-R_{a,1}^2 - \bar{R}_{a,1}^2} \left( e^{2\rho_1 R_{a,1} \bar{R}_{a,1}} - 1 \right).$$

### 4.4.2 Champ diffusé

De la même manière, la composante incohérente du champ diffusé (ou intensité incohérente) peut être calculée. Par conséquent, l'intensité incohérente du champ diffusé à l'ordre  $m$  est définie par

$$I_{\text{sca, incoh}}^{(m)} = \Delta I_{\text{sca}}^{(m)} - \left| \Psi_{\text{sca, coh}}^{(m)} \right|^2, \quad (4.92)$$

où

$$\Delta I_{\text{sca}}^{(m)} = \langle \psi_{\text{sca}}^{(m)}(\mathbf{r}'_m) [\psi_{\text{sca}}^{(m)}(\bar{\mathbf{r}}'_m)]^* \rangle. \quad (4.93)$$

$\mathbf{r}'_m$  et  $\bar{\mathbf{r}}'_m$  représentent le même point d'observation, mais les champs concernés sont diffractés par les différents points sur la surface  $\mathbf{r}_m$  et  $\bar{\mathbf{r}}_m$  (voir la figure 4.19).

#### 4.4.2.1 Polarisation TM

**Composante incohérente du champ diffusé à l'ordre 1** En polarisation TM, par analogie avec l'intensité incohérente des courants sur la surface, tout d'abord, il faut calculer  $\Delta I_{\text{sca}}^{(1)}$  défini par

$$\Delta I_{\text{sca}}^{(1)} = \langle \psi_{\text{sca}}^{(1)}(\mathbf{r}_1) [\psi_{\text{sca}}^{(1)}(\bar{\mathbf{r}}_1)]^* \rangle. \quad (4.94)$$

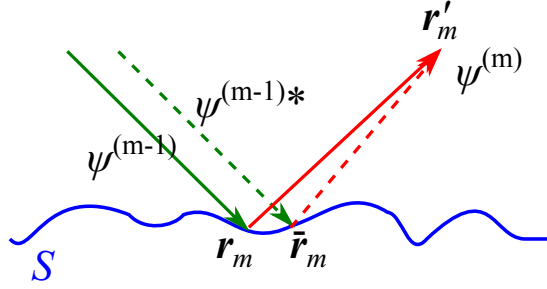


FIGURE 4.19 – Illustration pour le calcul du champ diffusé incohérent

Puis, à partir des Eqs. (4.2), (4.14) et (4.20), nous avons

$$\begin{aligned} \Delta I_{\text{sca}}^{(1)} &= \left\langle \int \mathrm{d}x_1 \psi^{(1)}(\mathbf{r}_1) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) \left[ \int \mathrm{d}\bar{x}_1 \psi^{(1)}(\bar{\mathbf{r}}_1) \partial_{n_1} g(\bar{\mathbf{r}}_1, \mathbf{r}'_1) \right]^* \right\rangle \\ &= 16k_0^2 \int \int \int \int \mathrm{d}x_1 \mathrm{d}\bar{x}_1 \mathrm{d}z_a \mathrm{d}\bar{z}_a \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* \\ &\quad \times \langle g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) g^*(\bar{\mathbf{r}}_a, \bar{\mathbf{r}}_1) \partial_{n_1} g^*(\bar{\mathbf{r}}_1, \mathbf{r}'_1) \rangle. \end{aligned} \quad (4.95)$$

Après un calcul de la moyenne statistique similaire aux précédents, nous obtenons l'expression suivante

$$\begin{aligned} \Delta I_{\text{sca}}^{(1)} &\approx 16k_0^4 \int \int \int \int \mathrm{d}x_1 \mathrm{d}\bar{x}_1 \mathrm{d}z_a \mathrm{d}\bar{z}_a \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* \\ &\quad \times f(X_1) f^*(\bar{X}_1) f(X'_1) f^*(\bar{X}'_1) \cot \theta'_1 \cot \bar{\theta}'_1 \\ &\quad \times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a'^2}{\bar{X}'_1} - \frac{\varepsilon X'_1 \bar{z}'_1}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{\bar{X}_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_1'^2}{\bar{X}'_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}'_1 z'_1}{2} \right)} \\ &\quad \times e^{-(R_{a,1} + R'_{a,1})^2 - (\bar{R}_{a,1} + \bar{R}'_{a,1})^2 + 2\rho_1 (R_{a,1} + R'_{a,1})(\bar{R}_{a,1} + \bar{R}'_{a,1})}, \end{aligned} \quad (4.96)$$

où les nouveaux paramètres de rugosité de Rayleigh sont définis par

$$\begin{cases} R'_{a,1} = \frac{k_2 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{z'_1}{X'_1} + \frac{\varepsilon X'_1}{4} \right) \\ \bar{R}'_{a,1} = \frac{k_2 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{\bar{z}'_1}{\bar{X}'_1} + \frac{\varepsilon \bar{X}'_1}{4} \right) \end{cases}. \quad (4.97)$$

avec  $X'_1 = |x_1 - x'_1|$ ,  $\bar{X}'_1 = |\bar{x}_1 - \bar{x}'_1|$ , sous les hypothèses que  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{|X_1 + X'_1|/k_2}$  et  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{|\bar{X}_1 + \bar{X}'_1|/k_2}$ .

En remplaçant l'équation de la composante cohérente du champ diffusé dans l'Eq. (4.94), nous dérivons l'expression de l'intensité incohérente du champ diffusé à l'ordre 1 suivante

$$\begin{aligned} I_{\text{sca, incoh}}^{(1)} &\approx 16k_0^4 \int \int \int \int \mathrm{d}x_1 \mathrm{d}\bar{x}_1 \mathrm{d}z_a \mathrm{d}\bar{z}_a \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* \\ &\quad \times f(X_1) f^*(\bar{X}_1) f(X'_1) f^*(\bar{X}'_1) \cot \theta'_1 \cot \bar{\theta}'_1 \\ &\quad \times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a'^2}{\bar{X}'_1} - \frac{\varepsilon X'_1 \bar{z}'_1}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{\bar{X}_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_1'^2}{\bar{X}'_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}'_1 z'_1}{2} \right)} \\ &\quad \times e^{-(R_{a,1} + R'_{a,1})^2 - (\bar{R}_{a,1} + \bar{R}'_{a,1})^2} \\ &\quad \times (e^{2\rho_1 (R_{a,1} + R'_{a,1})(\bar{R}_{a,1} + \bar{R}'_{a,1})} - 1). \end{aligned} \quad (4.98)$$

Classiquement, pour le calcul de l'intensité incohérente et pour des applications aéroportés, la PO est réduite à l'approximation de la GO. Pour ce faire, il est supposé que les points  $\mathbf{r}_1$  et  $\bar{\mathbf{r}}_1$  sur la surface sont fortement corrélés. L'idée est donc d'exploiter cette hypothèse pour simplifier la quadruple intégrale sur les variables  $(z_a, \bar{z}_a, x_1, \bar{x}_1)$ .

Ainsi l'Eq. (4.99) est définie comme la somme de trois intégrales (découpage selon  $\bar{x}_1$ )

$$\begin{aligned}
\int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{\bar{x}_1} F d\bar{x}_1 dx_1 d\bar{z}_a dz_a &= I_1 + I_2 + I_3 \\
&= \int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{-\infty}^{x-\alpha L_c} F d\bar{x}_1 dx_1 dz_a dz_a \\
&+ \int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{x-\alpha L_c}^{x+\alpha L_c} F d\bar{x}_1 dx_1 dz_a dz_a \\
&+ \int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{x+\alpha L_c}^{+\infty} F d\bar{x}_1 dx_1 dz_a dz_a \quad (4.99)
\end{aligned}$$

où  $F = F(z_a, \bar{z}_a, x_1, \bar{x}_1)$  est l'intégrande de l'Eq. (4.99).  $L_c$  représente la longueur d'autocorrélation des hauteurs de la surface et  $\alpha$  est une constante. Typiquement  $\alpha < 3$ . Ainsi, les intégrales pour  $|\bar{x}_1| > x_1 + \alpha L_c$  peuvent être négligées. Nous supposons également que  $\cot \theta' \approx \cot \bar{\theta}'$  et  $f(X'_1) \approx f(\bar{X}'_1)$ . En introduisant les relations

$$\begin{cases} R'_{as,1} = R_{a,1} + R'_{a,1} \\ \bar{R}'_{as,1} = \bar{R}_{a,1} + \bar{R}'_{a,1} \end{cases}, \quad (4.100)$$

l'intégrale  $I_2$  s'écrit comme

$$\begin{aligned}
I_2 &\approx 16k_0^4 \int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{x-\alpha L_c}^{x+\alpha L_c} dx_1 d\bar{x}_1 dz_a d\bar{z}_a \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* \\
&\times |f(X_1)|^2 |f(X'_1)|^2 \cot^2 \theta'_1 \\
&\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_1'^2}{X_1'} - \frac{\varepsilon X_1' z_1'}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{\bar{X}_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_1'^2}{\bar{X}_1'} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1' \bar{z}_1'}{2} \right)} \\
&\times e^{-R_{as,1}'^2 - \bar{R}_{as,1}'^2} \left( e^{2\rho_1 R'_{as,1} \bar{R}'_{as,1}} - 1 \right). \quad (4.101)
\end{aligned}$$

De plus, pour les points proches, nous avons  $R_{a,1} \approx R'_{a,1}$ , d'où  $R'_{as,1} \approx \bar{R}'_{as,2} \approx 2R_{a,1}$ . En introduisant le paramètre de rugosité de Rayleigh, donné par  $R_a = R_{a,1} \sqrt{2}$ ,

l'intégrale  $I_2$  devient

$$\begin{aligned}
I_2 &\approx 16k_0^4 \int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{x-\alpha L_c}^{x+\alpha L_c} d\bar{x}_1 dx_1 dz_a d\bar{z}_a \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* \\
&\times |f(X_1)|^2 |f(X'_1)|^2 \cot^2 \theta'_1 \\
&\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_1'^2}{X_1'} - \frac{\varepsilon X_1' z_1'}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{\bar{X}_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_1'^2}{\bar{X}_1'} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1' \bar{z}_1'}{2} \right)} \\
&\times e^{-4R_a^2} \left( e^{4R_a^2 \rho_1} - 1 \right) \tag{4.102}
\end{aligned}$$

Cette intégrale nécessite le calcul de la fonction d'autocorrélation des hauteurs de la surface de mer, qui doit être également calculée numériquement. Ainsi, les hypothèses introduites sont insuffisantes pour simplifier cette intégrale. Ce problème est en cours d'investigation.

**Composante incohérente du champ diffusé à l'ordre 2** L'intensité incohérente du champ diffusé à l'ordre 2 est obtenue en dérivant la corrélation statistique du champ diffusé  $\psi_{\text{sca}}^{(2)}(\mathbf{r}'_2)$ , exprimé aux points de la surface  $(x_1, z_1)$  et  $(x_2, z_2)$ , et du champ diffusé  $[\psi_{\text{sca}}^{(2)}(\mathbf{r}'_2)]^*$ , exprimé aux points  $(\bar{x}_1, \bar{z}_1)$  et  $(\bar{x}_2, \bar{z}_2)$ . Ensuite, en calculant les intégrations, nous montrons que  $\Delta I_{\text{sca}}^{(2)}$  peut s'écrire en polarisation TM comme

$$\begin{aligned}
\Delta I_{\text{sca}}^{(2)} &\approx 64k_0^8 \int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{\bar{x}_1} \int_{x_2} \int_{\bar{x}_2} d\bar{x}_2 dx_2 d\bar{x}_1 dx_1 dz_a d\bar{z}_a \\
&\times \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* f(X_1) f^*(\bar{X}_1) f(X_2) f^*(\bar{X}_2) f(X'_2) f^*(\bar{X}'_2) \\
&\times \cot \theta_2 \cot \bar{\theta}_2 \cot \theta'_2 \cot \bar{\theta}'_2 \\
&\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_2'^2}{X_2'} - \frac{\varepsilon X_2' z_2'}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{\bar{X}_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_2'^2}{\bar{X}_2'} - \frac{\varepsilon \bar{X}_2' \bar{z}_2'}{2} \right)} \\
&\times e^{-R_{as,1}^2 - \bar{R}_{as,1}^2 + 2\rho_1 R_{as,1} \bar{R}_{as,1}} e^{-R_{as,2}'^2 - \bar{R}_{as,2}'^2 + 2\rho_2 R_{as,2}' \bar{R}_{as,2}'} \\
&\times e^{-\frac{jk_0^2 \varepsilon \sigma_\zeta^3}{2\sqrt{2}} \frac{(R_{as,1} \rho_1 - \bar{R}_{as,1})(R_{as,2} \rho_2 - \bar{R}_{as,2})}{R_{a,2}}} \\
&\times e^{-\frac{jk_0^2 \varepsilon \sigma_\zeta^3}{2\sqrt{2}} \frac{(\bar{R}_{as,1} \rho_1 - \bar{R}_{as,1})(\bar{R}_{as,2} \rho_2 - \bar{R}_{as,2})}{R_{a,2}}} \tag{4.103}
\end{aligned}$$

où

$$\begin{cases} R_{as,1} = R_{a,1} + R_{a,2} & R'_{as,2} = R_{a,2} + R'_{a,2} \\ \bar{R}_{as,1} = \bar{R}_{a,1} + \bar{R}_{a,2} & \bar{R}'_{as,2} = \bar{R}_{a,2} + \bar{R}'_{a,2} \end{cases}, \tag{4.104}$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{a,1} = \frac{k_0 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{z_a}{X_1} + \frac{\varepsilon X_1}{4} \right) \\ R_{a,2} = \frac{k_0 \sigma_\zeta \varepsilon X_2}{4\sqrt{2}} \\ \bar{R}_{a,1} = \frac{k_0 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{\bar{z}_a}{\bar{X}_1} + \frac{\varepsilon \bar{X}_1}{4} \right) \\ \bar{R}_{a,2} = \frac{k_0 \sigma_\zeta \varepsilon \bar{X}_2}{4\sqrt{2}} \\ R_{a,2'} = \frac{k_0 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{z'_2}{X'_2} + \frac{\varepsilon X'_2}{4} \right) \\ \bar{R}_{a,2'} = \frac{k_0 \sigma_\zeta}{\sqrt{2}} \left( \frac{\bar{z}'_2}{\bar{X}'_2} + \frac{\varepsilon \bar{X}'_2}{4} \right) \end{array} \right. \quad (4.105)$$

De plus,  $X_2 = |x_2 - x_1|$ ,  $\bar{X}_2 = |\bar{x}_2 - \bar{x}_1|$ ,  $X'_2 = |x'_2 - x_2|$ ,  $\bar{X}'_2 = |\bar{x}'_2 - x_2|$ ,  $\rho_1 = \rho(x_1 - \bar{x}_1)$ ,  $\rho_2 = \rho(x_2 - \bar{x}_2)$  et  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{X_1/k_0}$ ,  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{X'_2/k_0}$ ,  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{|x_1 - \bar{x}_1|/k_0}$ ,  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{|x_2 - \bar{x}_2|/k_0}$ . Également,  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{|\bar{X}_1|/k_0}$  et  $\sigma_\zeta \ll \sqrt{|\bar{X}'_2|/k_0}$ .

Pour le calcul de l'intensité incohérente à l'ordre 2, nous prenons en compte les points  $\mathbf{r}_1$  et  $\bar{\mathbf{r}}_1$  et les points  $\mathbf{r}_2$  et  $\bar{\mathbf{r}}_2$  qui sont fortement corrélés. Nous avons alors  $x_1 - \alpha L_c < \bar{x}_1 < x_1 + \alpha L_c$  et  $x_2 - \alpha L_c < \bar{x}_2 < x_2 + \alpha L_c$ . Sous les mêmes hypothèses qu'à l'ordre 1 et en introduisant le paramètre de rugosité de Rayleigh, nous obtenons

$$\begin{aligned} \Delta I_{\text{sca}}^{(2)} &\approx 64k_0^8 \int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{\bar{x}_1} \int_{x_2} \int_{\bar{x}_2} d\bar{x}_2 dx_2 d\bar{x}_1 dx_1 dz_a dz_a \\ &\times \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* |f(X_1)|^2 |f(X_2)|^2 |f(X'_2)|^2 \cot^2 \theta_2 \cot^2 \theta'_2 \\ &\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{\bar{X}_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_2}{X'_2} - \frac{\varepsilon X'_2 z'_2}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}'_2}{\bar{X}'_2} - \frac{\varepsilon \bar{X}'_2 \bar{z}'_2}{2} \right)} \\ &\times e^{-4R_a(2-\rho_1-\rho_2)}. \end{aligned} \quad (4.106)$$

Puis l'intensité incohérente peut être déterminée à partir de l'Eq. (4.92).

L'intensité cohérente du champ diffusé est obtenue en négligeant les corrélations entre les points sur la surface  $(x_1, z_1)$  et  $(\bar{x}_1, \bar{z}_1)$ , et entre  $(x_2, z_2)$  et  $(\bar{x}_2, \bar{z}_2)$ , conduisant à  $\rho_1 = \rho_2 = 0$ . Ainsi, il est simple à vérifier que  $\Delta I_{\text{sca}}^{(2)} = |\Psi_{\text{sca,coh}}^{(2)}|^2$ .

#### 4.4.2.2 Polarisation TE

**Composante incohérente du champ diffusé à l'ordre 1** De la même façon, l'intensité incohérente du champ diffusé à l'ordre 1 en polarisation TE peut être déterminée. Après un calcul similaire et sous les mêmes hypothèses, nous obtenons

$$\begin{aligned} I_{\text{sca,incoh}}^{(1)} &\approx 16k_0^4 \int \int \int \int dx_1 d\bar{x}_1 dz_a d\bar{z}_a \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* \\ &\times f(X_1) f^*(\bar{X}_1) f(X'_1) f^*(\bar{X}'_1) \cot \theta_1 \cot \bar{\theta}_1 \\ &\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{\bar{X}_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_1}{X'_1} - \frac{\varepsilon X'_1 z'_1}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}'_1}{\bar{X}'_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}'_1 \bar{z}'_1}{2} \right)} \\ &\times e^{-(R_{a,1}+R'_{a,1})^2 - (\bar{R}_{a,1}+\bar{R}'_{a,1})^2} \\ &\times (e^{2\rho_1(R_{a,1}+R'_{a,1})(\bar{R}_{a,1}+\bar{R}'_{a,1})} - 1). \end{aligned} \quad (4.107)$$

et finalement

$$\begin{aligned}
I_2 &\approx 16k_0^4 \int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{x-\alpha L_c}^{x+\alpha L_c} d\bar{x}_1 dx_1 dz_a \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* \\
&\times |f(X_1)|^2 |f(X'_1)|^2 \cot^2 \theta_1 \\
&\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_1{}^2}{X'_1} - \frac{\varepsilon X'_1 z'_1}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}'_1{}^2}{X'_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}'_1 \bar{z}'_1}{2} \right)} \\
&\times e^{-4R_a^2} \left( e^{4R_a^2 \rho_1} - 1 \right) \tag{4.108}
\end{aligned}$$

**Composante incohérente du champ diffusé à l'ordre 2** En appliquant la même démarche qu'en polarisation TM, nous montrons que

$$\begin{aligned}
\Delta I_{\text{sca}}^{(2)} &\approx 64k_0^8 \int_{z_a} \int_{\bar{z}_a} \int_{x_1} \int_{\bar{x}_1} \int_{x_2} \int_{\bar{x}_2} d\bar{x}_2 dx_2 d\bar{x}_1 dx_1 dz_a dz_a \\
&\times \psi_{\text{inc}}^a(z_a) [\psi_{\text{inc}}^a(\bar{z}_a)]^* |f(X_1)|^2 |f(X_2)|^2 |f(X'_2)|^2 \cot^2 \theta_1 \cot^2 \theta_2 \\
&\times e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_2{}^2}{X'_2} - \frac{\varepsilon X'_2 z'_2}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon \bar{X}_1 \bar{z}_a}{2} \right)} e^{-\frac{jk_0}{2} \left( \frac{\bar{z}'_2{}^2}{X'_2} - \frac{\varepsilon \bar{X}'_2 \bar{z}'_2}{2} \right)} \\
&\times e^{-4R_a(2-\rho_1-\rho_2)}. \tag{4.109}
\end{aligned}$$

## 4.5 Résumé

Dans ce chapitre, l'approximation de la PO combinée à la fonction de Green calculée sous l'approximation PWE (nommée PWE-PO) a été développée afin de calculer les composantes cohérentes et incohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé. Les dérivations ont été effectuées en supposant une surface de mer parfaitement conductrice. Ensuite, le modèle d'Ament pour un rebond sur la surface a été retrouvé et étendu à de multiples rebonds et pour un conduit décrit par un profil d'indice de réfraction au carré linéaire. Une correction supplémentaire en phase est observée pour des multiples rebonds, qui n'a pas été prédite par le modèle d'Ament. Les relations entre les composantes cohérentes dans les cas d'une surface lisse et d'une surface rugueuse sont les mêmes pour les deux polarisations. Ces relations valent également pour des surfaces diélectriques (plus réalistes), sauf que le coefficient de réflexion de Fresnel est différent.

Pour les composantes incohérentes, les niveaux du champ diffracté sont plus élevés pour des points de réflexion sur la surface plus proches. Les composantes incohérentes du champ diffusé (ou intensité incohérente) dépendent fortement de la fonction d'autocorrélation des hauteurs de la surface. De plus, pour le champ incohérent provenant des points d'une distance horizontale plus grande, ces équations à l'ordre 1 peuvent s'écrire sous forme d'une fonction d'autocorrélation. Dans cette thèse, nous ne montrons pas de résultats de l'intensité incohérente, parce que le calcul des intégrations



numériques est trop couteux en temps de calcul. De plus, elle nécessite la connaissance de la fonction d'autocorrélation des hauteurs de la surface de mer, qui doit être donc également calculée numériquement. Ce problème est en cours d'investigation.

Dans le chapitre suivant, les résultats obtenus par la méthode hybride basée sur la PO sont comparés avec ceux de la méthode SDIM pour un scénario plus réaliste, afin de valider notre approche.

## Validation de la méthode proposée par la SDIM

Ce chapitre est consacré à la validation de la méthode développée dans le chapitre précédent par une méthode de référence basée sur la MdM. Ici, nous traitons un scénario plus réaliste, avec un paramètre du conduit  $\varepsilon$  plus petit. Comme mentionné précédemment, en réalité, ce paramètre est de l'ordre de grandeur  $10^{-6}$ . Mais un tel paramètre nécessite une surface de mer très longue afin de pouvoir observer les multiples rebonds. Ainsi, le calcul par la méthode rigoureuse devient plus coûteux. De plus, l'angle d'incidence  $\theta_{\text{inc}}$  doit être plus rasant afin de provoquer le guidage. Nous choisissons alors un paramètre de conduit de  $10^{-4} \text{ m}^{-1}$  et une surface de 3 600 m. Tous les paramètres de simulation sont reportés dans le tableau 5.1.

Hauteur du conduit $h$ [m]	50
Paramètre du conduit $\varepsilon$ [ $\text{m}^{-1}$ ]	$10^{-4}$
Longueur de la surface $L$ [m]	3600
Longueur d'onde $\lambda_0$ [m]	0,1
Angle d'incidence $\theta_{\text{inc}}$ [°]	89
Ouverture de l'antenne $g_z$ [m]	2
Centre de l'antenne $z_{a,0}$ [m]	10
Gamme de hauteurs de l'antenne $z_a$ [m]	[7 ;13]

TABLE 5.1 – Paramètres de simulation

Comme indiqué précédemment, la méthode de référence est la SDIM+ACA à 2 niveaux (dénotée SDIM), introduite dans 3.2.2.3. Avant de présenter les comparaisons, nous donnons les paramètres d'entrée de la SDIM. Pour les résultats présentés dans ce

chapitre, le nombre de blocs des sous-domaines de niveaux 1 et 2 est  $P_1 = P_2 = 10$ , avec  $M_2 = 2880$  échantillons pour chaque sous-surface de niveau 2. Le nombre d'échantillons communs à deux sous-domaines adjacents est  $M_{\text{overl},1} = 10$  et  $M_{\text{overl},2} = 20$  de niveaux 1 et 2, respectivement. En imposant les seuils de la SDIM, donnés par l'Eq. (3.30),  $\epsilon_{\text{SDIM},1} = 10^{-2}$ ,  $\epsilon_{\text{SDIM},2} = 10^{-3}$ , et de l'ACA  $\epsilon_{\text{ACA},1} = \epsilon_{\text{ACA},2} = 10^{-3}$ , nous obtenons les ordres de convergence  $K_{\text{SDIM},1} = 7$  et  $K_{\text{SDIM},2} = 10$ . De plus, les taux de compression de l'ACA sont  $\tau_{\text{ACA},1} = 0,999$  et  $\tau_{\text{ACA},2} = 0,994$ , ce qui montre que la SDIM+ACA à 2 niveaux est très efficace.

## 5.1 Comparaison des résultats

Tout d'abord, les composantes cohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé sont comparées en polarisation TE, et, ensuite, en polarisation TM. La surface est considérée parfaitement conductrice.

### 5.1.1 Polarisation TE

La figure 5.1 présente le module au carré du courant (cohérent) en dB sur une surface lisse en fonction de la distance horizontale  $x$  en polarisation TM. Dans la légende, les labels

- « PWE-PO » signifie que la PO combinée à la PWE est appliquée ;
- « SDIM » signifie que la SDIM à 2 niveaux et combinée à l'ACA est appliquée. C'est la solution de référence. Pour toutes les comparaisons, le nombre de réalisations est 40.

Un excellent accord est observé entre les résultats issus de la PWE-PO et de la SDIM. On observe deux régions où le courant sur la surface est fort, correspondant aux contributions des premier et second rebonds. Les lignes verticales indiquent les positions prédites par l'approche rayon de l'optique géométrique. Les maximums diminuent avec le nombre de rebonds et la largeur du lobe associé augmente, à cause du phénomène de divergence du faisceau incident (à cause de la réfraction).

Les figures 5.2a et 5.2b affichent les modules au carré du champ total en dB en fonction de la distance horizontale et de la hauteur. La surface de mer est considérée lisse. A gauche, le champ réfléchi est calculé avec la méthode PWE-PO et, à droite, avec la SDIM. On observe bien le piégeage de l'onde dans le conduit, produisant alors deux rebonds sur la surface. Pour comparer les résultats, nous avons effectué des coupes du champ pour trois distances horizontales fixées qui correspondent aux distances immédiatement devant l'antenne ( $x = 60$  m), où le champ incident est très fort, ensuite, après le premier rebond ( $x = 1800$  m) et après le second rebond ( $x = 3600$  m) où le champ diffracté est dominant (voir la figure 5.3a). Puis, une coupe du champ est également présentée pour deux hauteurs fixées ( $z = 5$  m et  $z = 10$  m) en fonction

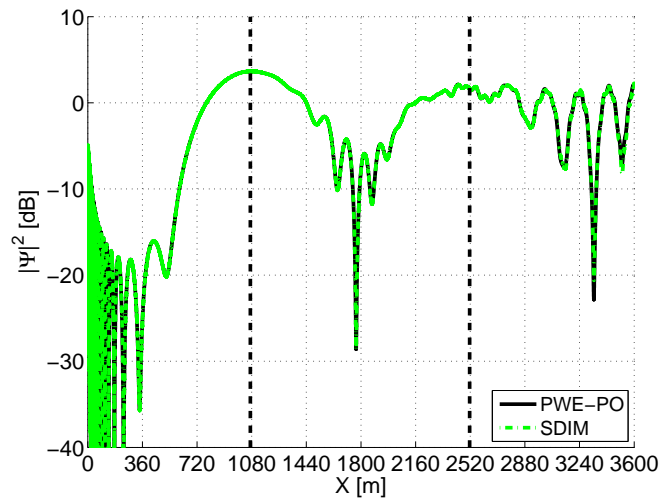


FIGURE 5.1 – Module au carré des courants sur la surface lisse en fonction de la distance horizontale, en polarisation TE

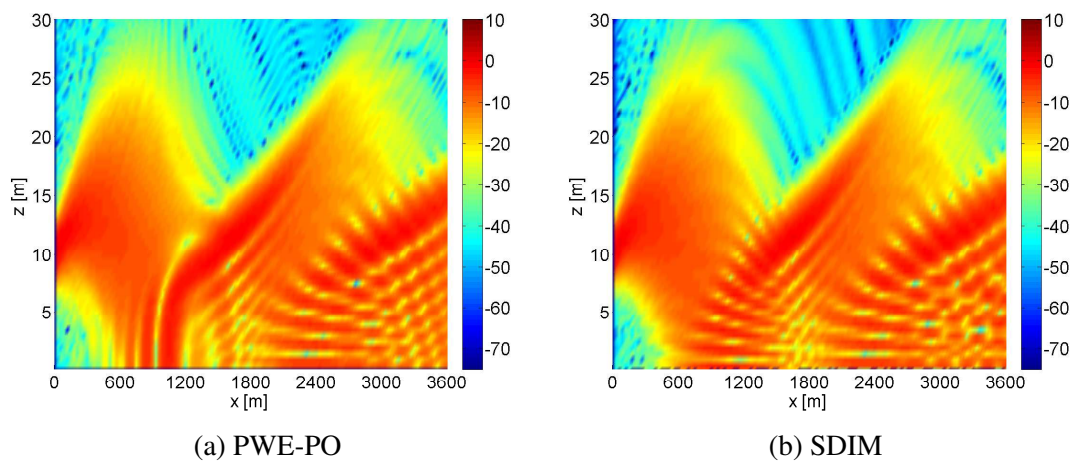


FIGURE 5.2 – Cartographie du champ total au dessus de la surface lisse en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TE

de la distance horizontale sur la figure 5.3b. Les deux méthodes montrent un très bon accord.

Ensuite, le cas d'une surface rugueuse est examiné. Les figures 5.4 comparent les modules au carré des courants cohérents sur les surfaces rugueuses. Les vitesses du vent considérées sont respectivement de 3 et 6  $\text{ms}^{-1}$ . Dans la légende, « PWE-PO Am. » signifie que la PO combinée à la PWE est appliquée en introduisant le modèle d'Ament généralisé à  $m$  rebonds. Pour les deux vitesses du vent, de bons accords sont observés entre les résultats obtenus par la PWE-PO et la SDIM. De plus, la méthode PWE-PO Am. donne également des résultats satisfaisants, montrant que les hypothèses simplificatrices introduites pour généraliser le modèle d'Ament sont

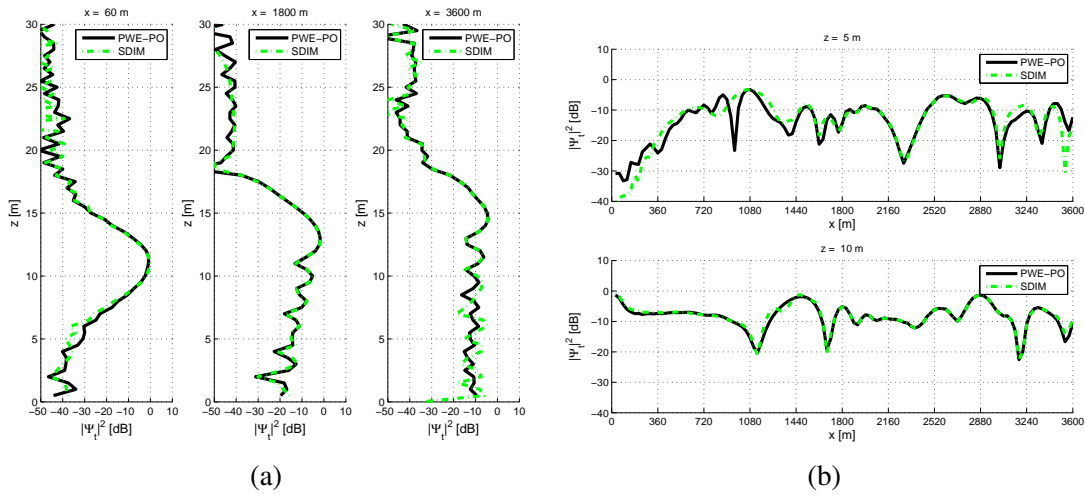


FIGURE 5.3 – Module au carré du champ total au-dessus de la surface lisse en fonction : (a) de la hauteur et pour une distance horizontale donnée ; (b) de la distance horizontale et pour une hauteur donnée, en polarisation TE

justifiées. Les contributions des deux rebonds peuvent être distinguées avec la diminution des niveaux de maximums avec le nombre de rebonds. De plus, les positions des maximums sont précisément prédites par l'approche rayon.

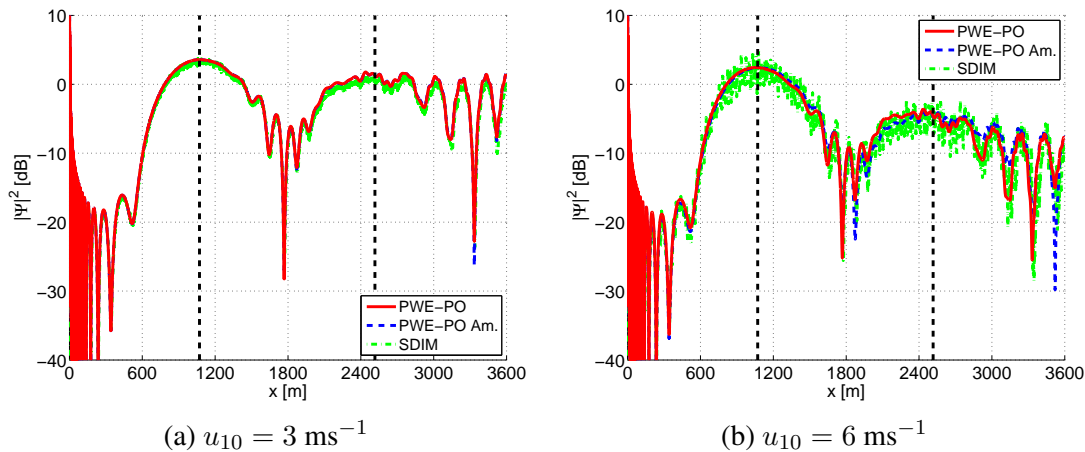


FIGURE 5.4 – Module au carré de la composante cohérente des courants sur la surface en fonction de la distance horizontale pour deux vitesses du vent  $u_{10}$  en polarisation TE

Les figures 5.5 et 5.6 affichent les modules au carré du champ total cohérent en dB, en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, calculés en appliquant la PWE-PO et la SDIM pour des vitesses du vent respectivement de 3 et 6  $\text{ms}^{-1}$ . Nous observons également le phénomène de guidage dans le conduit, avec deux rebonds sur la surface. Les composantes du champ des différents ordres interfèrent en formant des

maximums et des minimums du module du champ total. De plus, nous remarquons que le champ est logiquement plus diffusé pour la surface de mer plus rugueuse. Afin de comparer les champs obtenus par les deux méthodes, nous avons fait des coupes pour les distances et hauteurs fixées précédemment. Ces comparaisons, présentées sur les figures 5.7 et 5.8, montrent un bon accord entre les deux méthodes, validant ainsi la méthode PWE-PO. Même pour des angles très rasants comme dans notre cas ( $\theta_{\text{inc}} \approx 89^\circ$ ), l'approximation de la PO donne des résultats satisfaisants en polarisation TE.

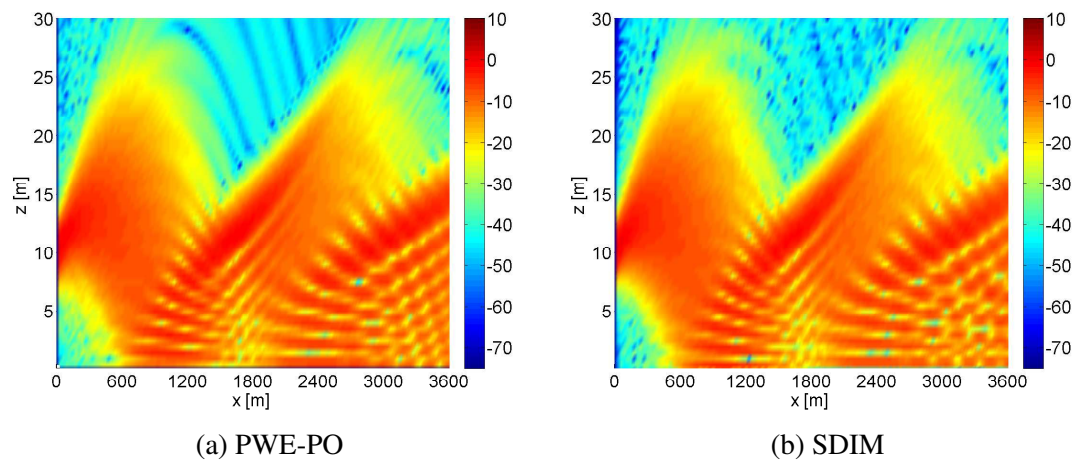


FIGURE 5.5 – Cartographie du champ total cohérent au-dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TE

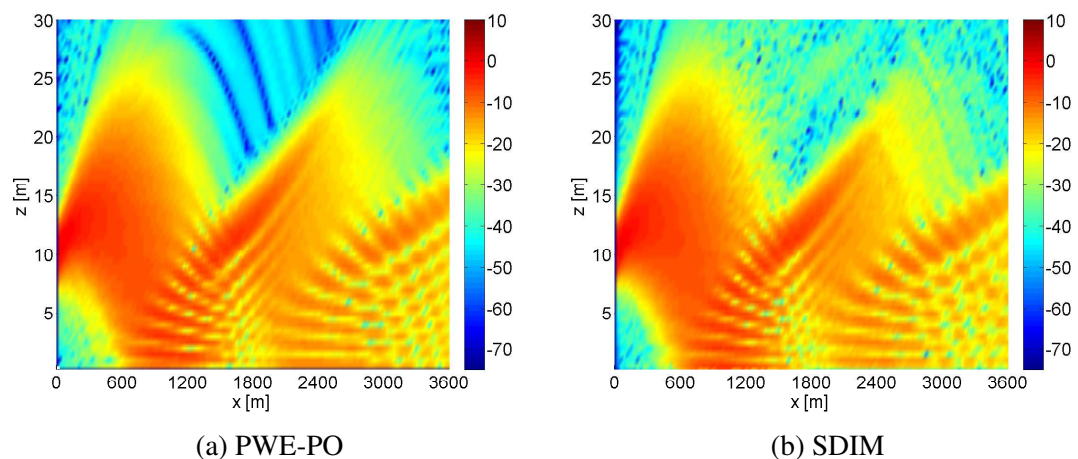


FIGURE 5.6 – Cartographie du champ total cohérent au-dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale et de la hauteur en polarisation TE

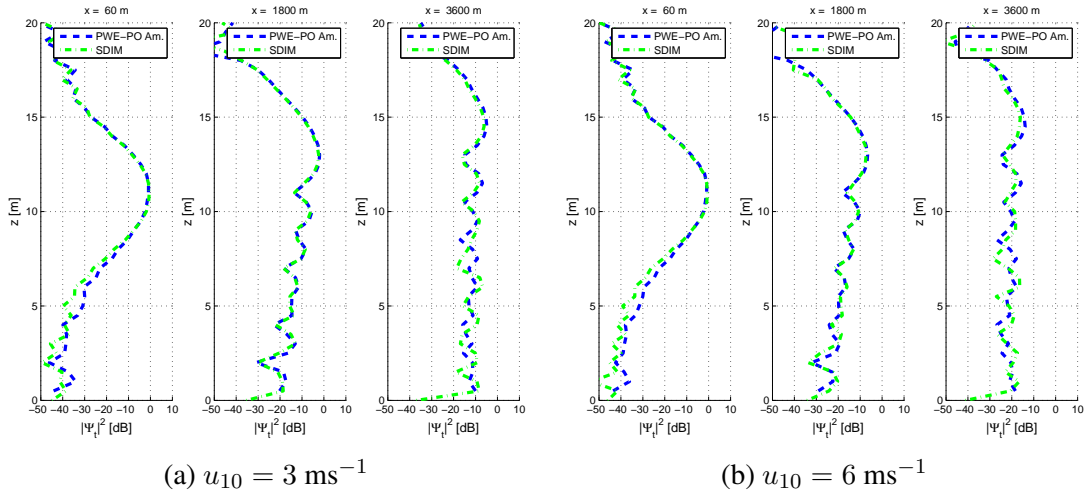


FIGURE 5.7 – Module au carré de la composante cohérente du champ total au-dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la hauteur, pour une distance horizontale donnée, en polarisation TE

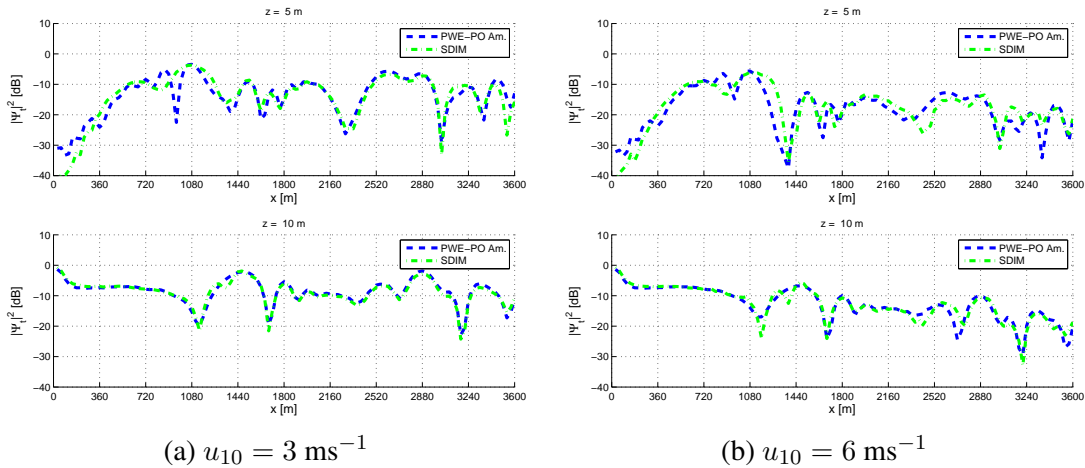


FIGURE 5.8 – Module au carré de la composante cohérente du champ total au-dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale, pour une hauteur donnée, en polarisation TE

### 5.1.2 Polarisation TM

Les mêmes simulations et comparaisons sont présentées en polarisation TM. La figure 5.9 trace les modules au carré des courants sur la surface lisse en fonction de la distance horizontale. Comme en polarisation TE, nous observons un excellent accord entre les courants calculés par la PWE-PO et la SDIM. De nouveau, deux rebonds sont distingués, dont la position des maximums est en accord avec celle prédite par l'approche rayon de l'optique géométrique. Les modules du champ diffusé sur la figure 5.11 confirment cet accord entre les deux méthodes. De plus, les cartographies des champs totaux au dessus de la surface lisse sont présentées dans la figure 5.10.

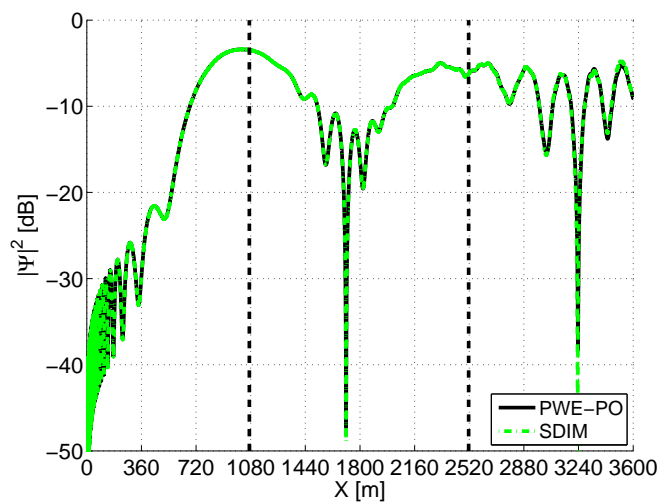


FIGURE 5.9 – Module au carré des courants sur la surface lisse en fonction de la distance horizontale, en polarisation TM

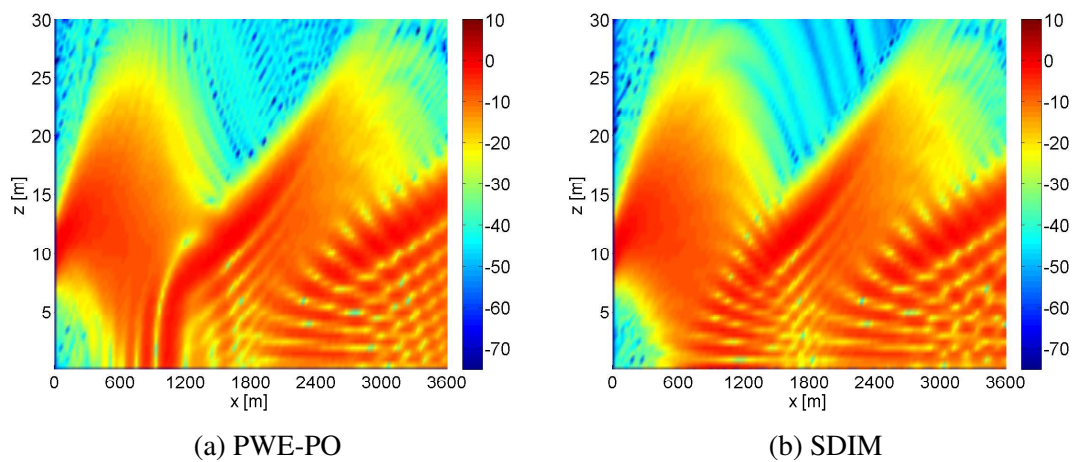


FIGURE 5.10 – Cartographies du champ total cohérent au dessus de la surface lisse en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TM



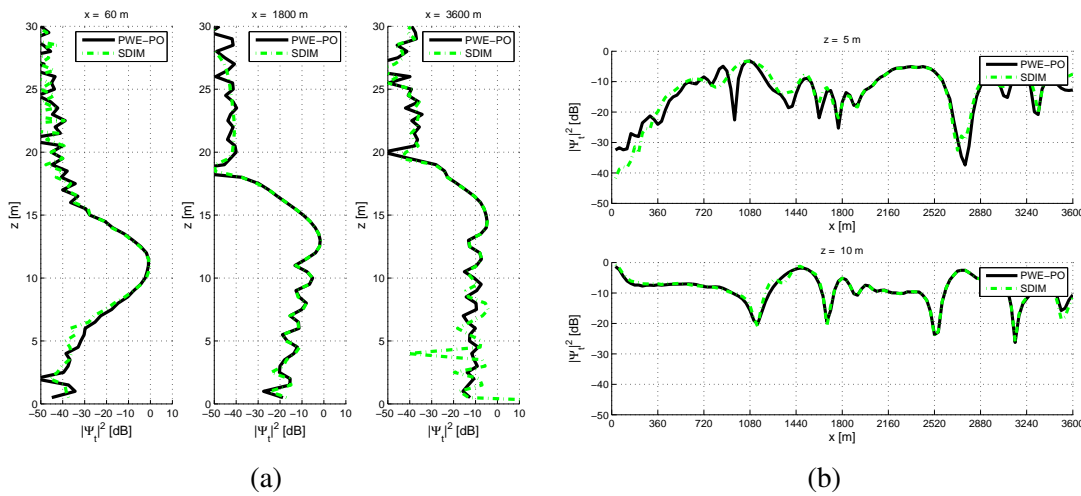


FIGURE 5.11 – Module au carré de la composante cohérente du champ total au-dessus de la surface lisse en fonction : (a) de la hauteur et pour une distance horizontale donnée ; (b) de la distance horizontale et pour une hauteur donnée, en polarisation TM

Ensuite, la surface rugueuse, illuminée en polarisation TM, est considérée. Les figures 5.12 comparent les modules au carré des composantes cohérentes des courants sur les surfaces rugueuses en fonction de la distance horizontale par rapport à l'antenne. Les méthodes utilisées pour les calculs sont la PWE-PO, la PWE-PO avec le modèle d'Ament généralisé à  $m$  rebonds et la SDIM. Les vitesses du vent sont respectivement de 3 et 6  $\text{ms}^{-1}$ . Les positions des maximums des deux rebonds obtenues par les deux méthodes correspondent aux distances horizontales prédites par l'approche rayon. La PWE-PO et la PWE-PO Am. donnent des résultats presque identiques. Mais, contrairement au cas de la surface lisse, nous observons un désaccord entre les PWE-PO et la SDIM. En effet, la SDIM produit des niveaux plus faibles et la différence augmente avec le nombre de rebonds. Par exemple, pour une vitesse du vent de 6  $\text{ms}^{-1}$ , la différence entre les deux méthodes est d'environ de 9 dB pour le premier rebond et de 18 dB pour le second. Ainsi, les composantes cohérentes des courants sur la surface rugueuse ne peuvent être correctement prédites aux incidences très rasantes à l'aide de la PO et du modèle d'Ament généralisé en polarisation TM.

Le même désaccord est observé pour les composantes cohérentes du champ diffusé présentées dans les figures 5.15 et 5.16. En tenant compte du fait que les résultats montrent un excellent accord pour une surface lisse, le problème est dû à la rugosité. Ce problème est analogue au phénomène de Brewster qui existe uniquement pour une surface diélectrique et en polarisation TM. Une solution à ce problème est présentée plus tard dans le chapitre. Les figures 5.13 et 5.14 représentent les cartographies des champs totaux cohérents au-dessus des surfaces rugueuses obtenus par la PWE-PO et la SDIM. La différence des niveaux des champs mentionnée est également visible.

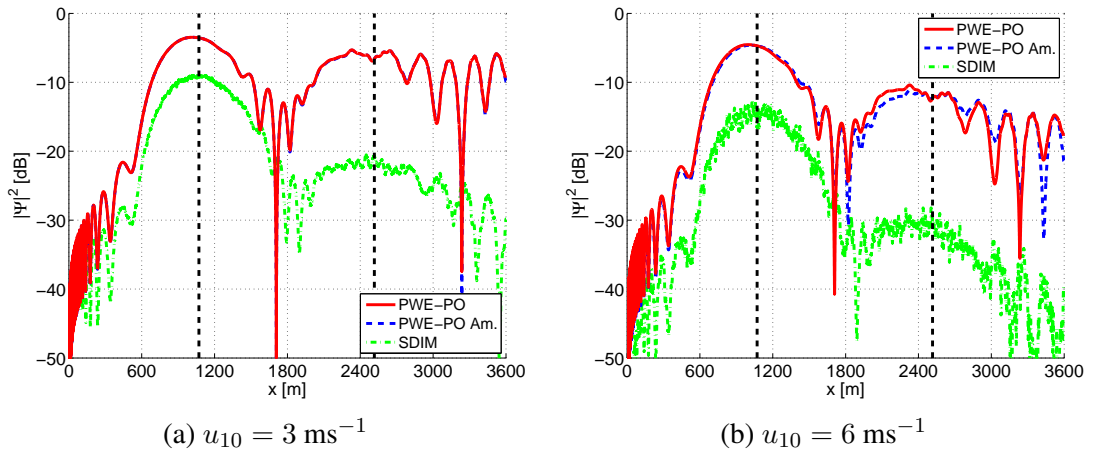


FIGURE 5.12 – Module au carré de la composante des courants sur la surface rugueuse en fonction de la distance horizontale, en polarisation TM

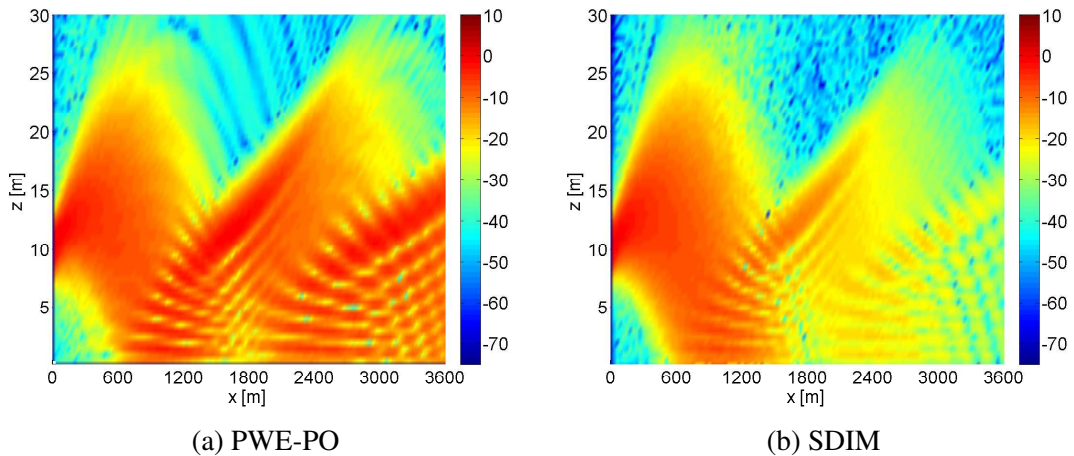


FIGURE 5.13 – Cartographie du champ total cohérent au dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TM

### 5.1.3 Conclusion

La méthode proposée, basée sur l'approximation de la PO combinée à la PWE, est comparée avec la méthode rigoureuse SDIM. Les résultats issus des deux méthodes dans le cas d'une surface lisse ont montré un excellent accord. Ensuite, les comparaisons ont validé notre méthode en polarisation TE pour différents états de la mer (surface lisse et rugueuse). Ainsi, toutes les hypothèses simplificatrices sont justifiées. Mais un problème est survenu en polarisation TM dans le cas des surfaces rugueuses. Un phénomène ressemblant au phénomène de Brewster pour des surfaces diélectriques est observé en TM même pour la surface PC. Ce problème est étudié dans les sections suivantes.

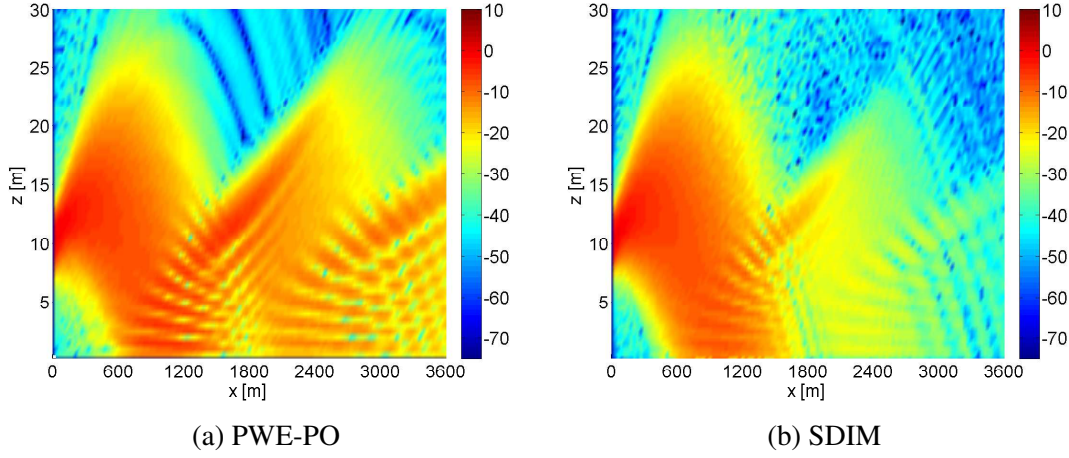


FIGURE 5.14 – Cartographie du champ total cohérent au dessus de la surface rugueuse ( $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ ) en fonction de la distance horizontale et de la hauteur, en polarisation TM

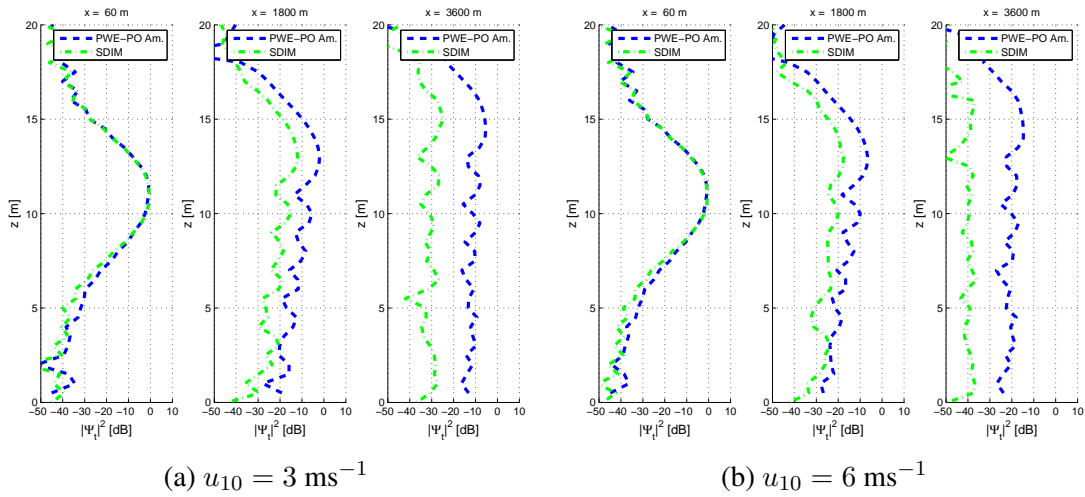


FIGURE 5.15 – Module au carré de la composante cohérente du champ total au dessus de la surface rugueuse en fonction de la hauteur et pour une distance horizontale, en polarisation TM

## 5.2 Correction de la méthode PWE-PO

Dans cette section, afin d'expliquer la différence entre les résultats de la PWE-PO et de la SDIM en polarisation TM, trois causes potentielles sont examinées :

- l'effet de l'ombrage ;
- l'effet de la petite échelle ;
- l'effet d'une impédance effective.

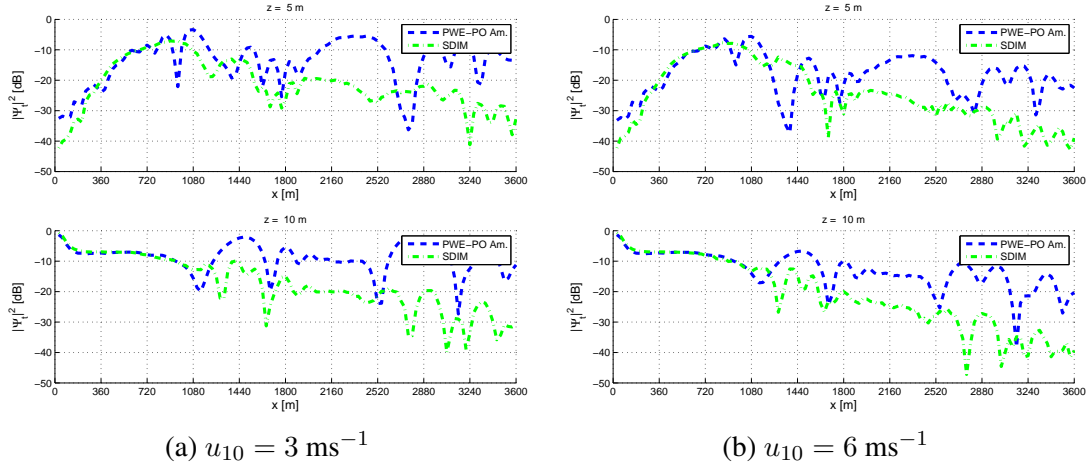


FIGURE 5.16 – Module au carré de la composante cohérente du champ total au-dessus de la surface rugueuse en fonction de la distance horizontale et pour une hauteur donnée, en polarisation TM

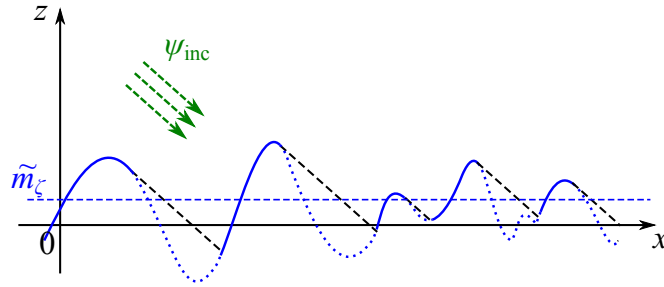


FIGURE 5.17 – Moyenne de la hauteur illuminée  $\tilde{m}_\zeta$  de la surface rugueuse

Tout d'abord, l'effet d'ombrage [37, 58–61] est étudié.

La méthode PWE-PO est développée sous l'hypothèse que tous les points de la surface rugueuse sont illuminés par le champ incident. Mais comme le montre la figure 5.17, une partie de la surface peut être non vue par le radar. Ce phénomène est quantifié par l'effet d'ombrage.

Le phénomène d'ombrage affecte la propagation, en particulier aux incidences rasantes. Il induit une modification de la densité de probabilité des hauteurs illuminées de la surface. Ainsi, la moyenne des hauteurs illuminées de la surface n'est pas égale à 0 ( $\tilde{m}_\zeta > 0$ ). L'écart type des hauteurs illuminées de la surface  $\tilde{\sigma}_\zeta$  est également corrigé. Il est plus faible que l'écart type des hauteurs de la surface sans ombrage. En conséquence, le coefficient d'Ament avec ombrage devient [61]

$$R_{sh} = e^{-2\tilde{R}_a^2} e^{-jQ\tilde{m}_\zeta}, \quad (5.1)$$

où  $Q = 2k_0 \cos \theta_i$  et  $\tilde{R}_a = 2k_0 \tilde{\sigma}_\zeta \cos \theta_i$  est le paramètre de rugosité de Rayleigh des points illuminés. Pour le calcul de  $\tilde{m}_\zeta$  et  $\tilde{\sigma}_\zeta$ , le lecteur peut se référer à [37]. Nous voyons que le coefficient d'Ament avec ombrage est un nombre complexe, du fait

que la moyenne des hauteurs avec ombre  $\tilde{m}_\zeta \neq m_\zeta$  (sans ombre elle est égale à 0). Cela provoque des déplacements des maximums et des minimums du champ diffusé et donne une représentation de la propagation plus réaliste [80, 81].

Le modèle d'Ament généralisé à  $m$  rebonds est alors modifié en incluant l'ombrage. Cependant, cette amélioration des niveaux des courants cohérents et du champ diffusé affecte les deux polarisations. Ainsi, de manière qualitative, il n'était pas attendu que les équations de la PWE-PO modifiées par ombrage diminuent la différence constatée avec la SDIM en polarisation TM. Cette constatation se confirme par les simulations numériques. Pour ces raisons, nous ne donnons pas de nouvelles figures dans cette section.

L'étape suivante était de tester l'influence de la nature de multi-échelle de la surface de mer. L'idée était de tester si les courants et le champ diffusé cohérents obtenus par la SDIM en considérant seulement le spectre des vagues de gravité (grandes échelles), correspond à ceux obtenus par la PWE-PO. Malheureusement, les simulations ont montré les mêmes différences.

Enfin, nous avons rencontré ce phénomène, similaire à l'effet de l'angle de Brewster, pour les surfaces parfaitement conductrices dans la littérature [91–93]. Ce phénomène, du comportement de l'angle pseudo-Brewster, est caractérisé par la décroissance du champ diffusé. Il peut être lié aux multiples petites réflexions par la surface pendant un rebond aux incidences rasantes. Ces réflexions ont été négligées par la méthode de la PWE-PO. Elles se produisent en particulier en polarisation TM. Cette théorie provient de la méthode des petites perturbations (SPM), qui est valide pour des faibles rugosités. Nous pouvons alors dire que notre idée représente une méthode unifiée.

### 5.2.1 Impédance effective

Jusqu'à présent, nous avons considéré des surfaces parfaitement conductrices, pour lesquelles les coefficients de réflexion de Fresnel sont égaux à 1 en module. Nous allons voir que ces coefficients différents de l'unité pour une surface PC, même faiblement rugueuse, sous l'approximation SPM en introduisant la notion d'impédance effective.

La notion d'impédance de surface rugueuse a été introduite par Bass [94] en considérant la rugosité comme une perturbation des conditions aux limites. Puis, Itô [95] a obtenu une représentation intégrale des impédances de surface pour les deux polarisations ( $Z_{TM}$  et  $Z_{TE}$ ). Nakayama *et al.* [96] ont obtenu, à partir de leur théorie, des équations similaires à celles d'Itô pour les impédances effectives d'une surface. Ces auteurs ont montré que l'impédance effective à l'ordre  $m$  s'écrit

$$Z_{TE}^{(m)}(\kappa) = \int d\kappa' \frac{k_z(\kappa')k_0}{k_0 + k_z(\kappa')Z_{TE}^{(m-1)}(\kappa')} \tilde{W}(\kappa - \kappa') \quad (5.2)$$

et

$$Z_{TM}^{(m)}(\kappa) = \int d\kappa' \frac{(k_0^2 - \kappa\kappa')^2}{k_0[k_z(\kappa') + k_0Z_{TM}^{(m-1)}(\kappa')]} \tilde{W}(\kappa - \kappa'). \quad (5.3)$$

Le vecteur d'onde est défini par  $\mathbf{k}_0 = \kappa \hat{\mathbf{x}} + k_z(\kappa) \hat{\mathbf{z}}$ , où  $k_0$  est le nombre d'onde et  $k_z$  s'obtient à partir de :

$$k_z(\kappa) = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \kappa^2} & \text{si } \kappa \leq k_0 \\ j\sqrt{\kappa^2 - k_0^2} & \text{si } \kappa > k_0. \end{cases} \quad (5.4)$$

$\tilde{W}$  représente le spectre isotrope de la surface de mer. Les coefficients de réflexion associés sont donnés par

$$\mathcal{R}_{TE}^{(m)}(\kappa) = -\frac{k_0 - k_z(\kappa)Z_{TE}^{(m)}(\kappa)}{k_0 + k_z(\kappa)Z_{TE}^{(m)}(\kappa)}. \quad (5.5)$$

et

$$\mathcal{R}_{TM}^{(m)}(\kappa) = \frac{k_z(\kappa) - k_0Z_{TM}^{(m)}(\kappa)}{k_z(\kappa) + k_0Z_{TM}^{(m)}(\kappa)} \quad (5.6)$$

Ainsi, à l'ordre 1, nous avons

$$Z_{TE}^{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa' k_z(\kappa') \tilde{W}(\kappa - \kappa') \quad (5.7)$$

et

$$Z_{TM}^{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\kappa' \frac{(k_0^2 - \kappa\kappa')^2}{k_0 k_z(\kappa')} \tilde{W}(\kappa - \kappa'). \quad (5.8)$$

Ainsi, les coefficients de réflexion à l'ordre 1 s'obtiennent selon

$$\mathcal{R}_{TE}^{(1)} = \frac{k_z(\kappa)Z_{TE}^{(1)}(\kappa) - k_0}{k_z(\kappa)Z_{TE}^{(1)}(\kappa) + k_0} \quad (5.9)$$

et

$$\mathcal{R}_{TM}^{(1)} = \frac{k_z(\kappa) - k_0Z_{TM}^{(1)}(\kappa)}{k_z(\kappa) + k_0Z_{TM}^{(1)}(\kappa)}. \quad (5.10)$$

De plus, l'équation (5.8) est consistante avec l'expression de Fuks *et al.* dans [91]. Pour le calcul numérique des intégrales, le lecteur peut se référer à [93].

Ces nouveaux coefficients de réflexion seront alors introduits dans la méthode PWE-PO.

Les modules et les phases du coefficient de réflexion sont affichés en fonction de l'angle d'incidence rasante sur la surface rugueuse PC en polarisation TE dans les figures 5.18 et 5.19 pour des vitesses du vent respectivement de 3 et 6 ms<sup>-1</sup>. On observe que le module du coefficient de réflexion reste proche de 1 sous incidences rasantes. De plus, sa phase est invariante en fonction de l'angle d'incidence.

Les modules et les phases du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence sont affichés sur les figures 5.20 et 5.21 pour les mêmes vitesses du vent qu'en

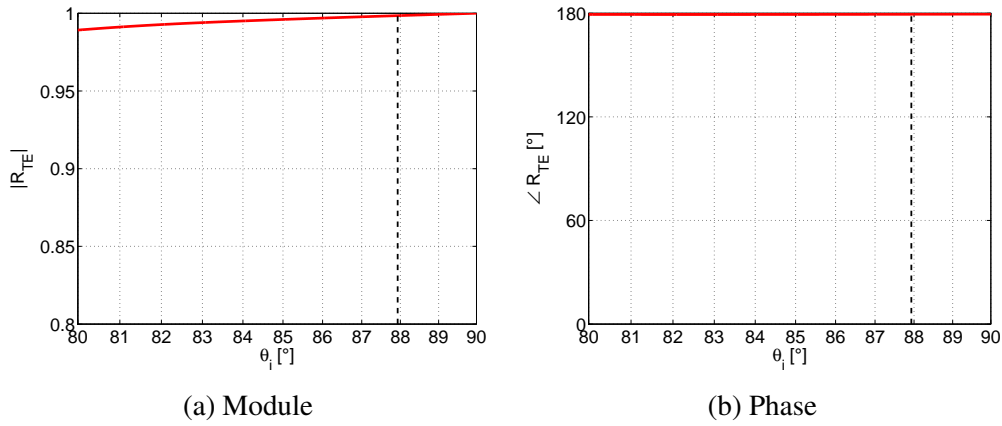


FIGURE 5.18 – Coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence sur la surface PC en polarisation TE, pour  $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$

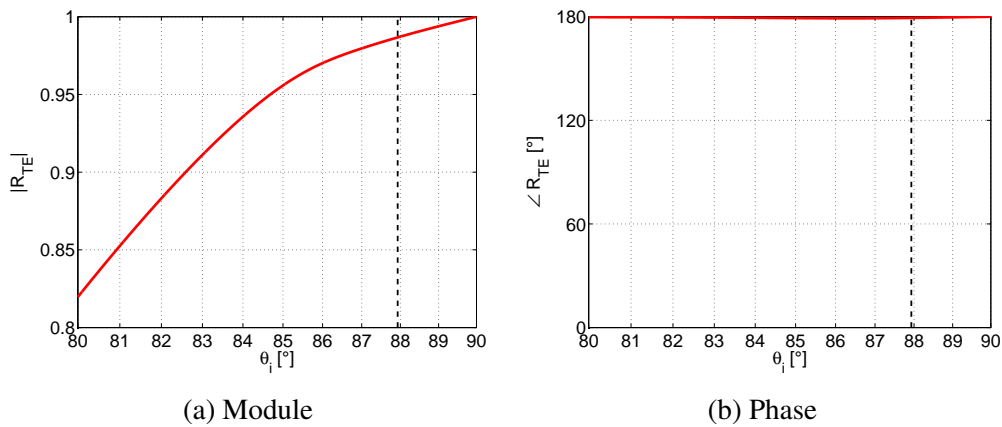


FIGURE 5.19 – Coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence sur la surface PC en polarisation TE, pour  $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$

polarisation TE. Nous pouvons remarquer que le coefficient de réflexion dépend de l'angle d'incidence et de la rugosité de la surface (de la vitesse du vent). Le coefficient en polarisation TM n'est plus  $\mathcal{R}_{TM} = 1$ , mais il est complexe de module inférieur à 1 et, de plus, sa partie réelle est négative aux incidences rasantes.

En conclusion, l'impédance effective d'une surface de mer rugueuse parfaitement conductrice modifie fortement le coefficient de réflexion en polarisation TM. En revanche, en polarisation TE, le coefficient de réflexion est peu modifié. Ces coefficients de réflexion modifiés sont alors introduits dans la méthode PWE-PO, puis les résultats associés sont comparés à ceux de la SDIM.

## 5.2.2 Nouvelles comparaisons

Les résultats issus de la PWE-PO + SPM et de la SDIM sont comparés pour les deux polarisations. Pour implémenter la correction, il est nécessaire de déterminer les co-

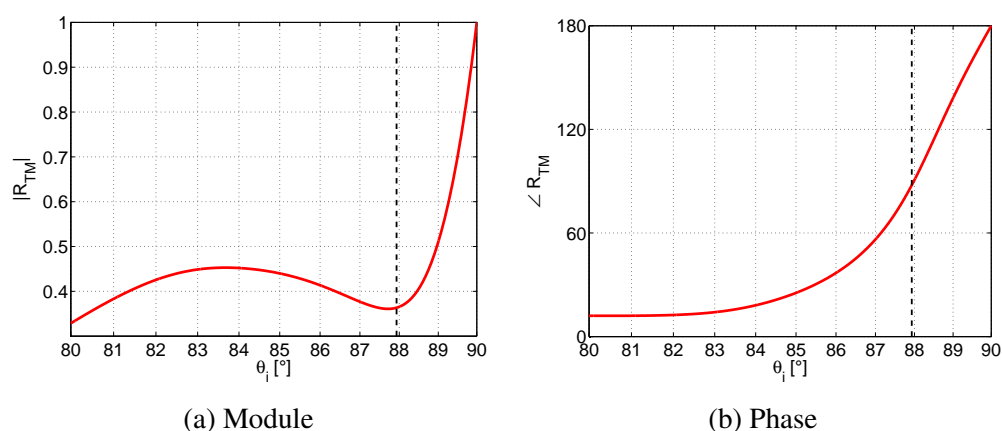


FIGURE 5.20 – Coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence sur une surface PC en polarisation TM, pour  $u_{10} = 3 \text{ ms}^{-1}$

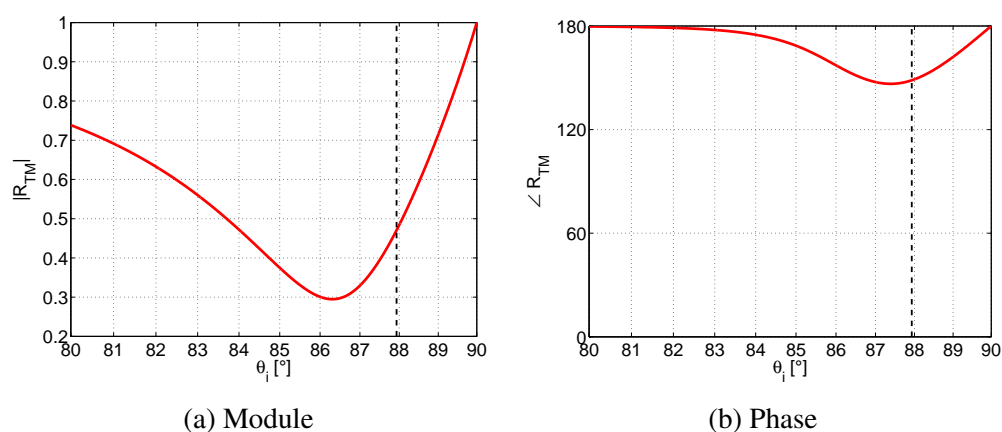
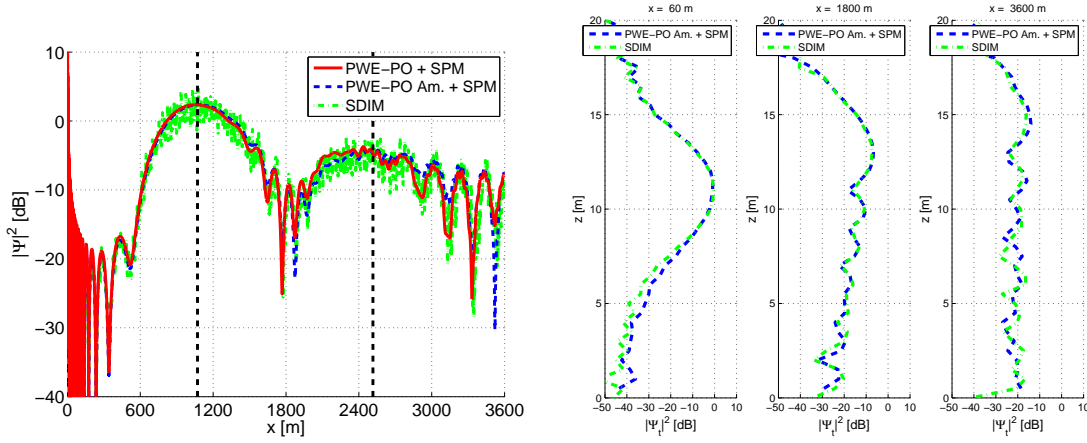


FIGURE 5.21 – Coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence sur une surface PC en polarisation TM, pour  $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$

efficients de réflexion pour l'angle d'incidence calculé à partir de l'Eq. (4.29). Pour le scénario du tableau 5.1, l'angle central d'incidence (obtenu par rapport au centre de l'antenne) sur la surface est  $\theta_1 \approx 87.93^\circ$ . Tout d'abord, nous présentons les résultats en polarisation TE car la méthode sans correction était déjà validée. Alors, en TE, à partir de l'Eq. (5.9), le coefficient de réflexion pour l'angle d'intérêt est approximativement égal au coefficient théorique d'une surface lisse. Plus précisément, d'après les figures 5.18 et 5.19 (la ligne verticale pointillée représente l'angle considéré), les valeurs des coefficients de réflexion en TE sont  $-0,9985 + j0,0015$  et  $-0,9866 + j0,0116$  pour des vitesses du vent respectivement de 3 et  $6 \text{ ms}^{-1}$ . En affectant ces valeurs aux équations de la PWE-PO, les courants et le champ diffusé restent quasiment inchangés. Les comparaisons de la méthode corrigée et la SDIM sont affichées sur la figure 5.22. Ainsi, la méthode PWE-PO est équivalente à la méthode PWE-PO + SPM.

En revanche, en polarisation TM, de fortes différences entre les coefficients de ré-





(a) Module au carré de la composante des courants sur la surface en fonction de la distance horizontale

(b) Module au carré de la composante cohérente du champ total en fonction de la hauteur et une distance horizontale

FIGURE 5.22 – Modules au carrés des composantes cohérentes des courants sur la surface rugueuse et du champ total. Correction par la SPM, polarisation TE, surface rugueuse de vitesse du vent  $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$

flexion pour une surface lisse et une surface rugueuse sont observées sous incidences rasantes. A partir de l'Eq. (5.10), les coefficients obtenus sont complexes et pour les angles d'incidence considérés (voir les figures 5.20 et 5.21), ils valent  $0,0157 + j0,363$  et  $-0,4007 + j0,2454$  pour des vitesses du vent de 3 et  $6 \text{ ms}^{-1}$ . Pour rappel, le coefficient de réflexion d'une surface lisse en polarisation TM vaut 1. En substituant le coefficient de réflexion d'une surface lisse par le nouveau, de nouvelles simulations sont présentées sur les composantes cohérentes des courants sur la surface dans la figure 5.23. Les niveaux des modules des courants cohérents obtenus par la PWE-PO + SPM sont alors plus faibles que ceux obtenus par la PWE-PO originale. Un bon accord est observé entre les résultats pour les deux rebonds pour la vitesse du vent  $u_{10} = 6 \text{ ms}^{-1}$ . En revanche, pour la surface moins rugueuse, un très bon accord est observé pour le premier rebond, tandis que pour le second, une différence est notée. Ce résultat est plutôt surprenant car la perte en puissance pour chaque rebond devrait être identique. Les comparaisons des modules du champ cohérent total sur les figures 5.24 et 5.25 conduisent aux mêmes observations. En conclusion, la correction apportée par la SPM a permis d'améliorer la méthode de la PWE-PO en introduisant la notion d'impédance effective, en particulier en polarisation TM.

### 5.3 Résumé

Le but de ce chapitre était de comparer la méthode asymptotique, nommée PWE-PO, avec une méthode de référence basée sur la méthode des moments. Cette dernière a été accélérée via la méthode SDIM hybridée à l'ACA et étendue à deux niveaux, afin

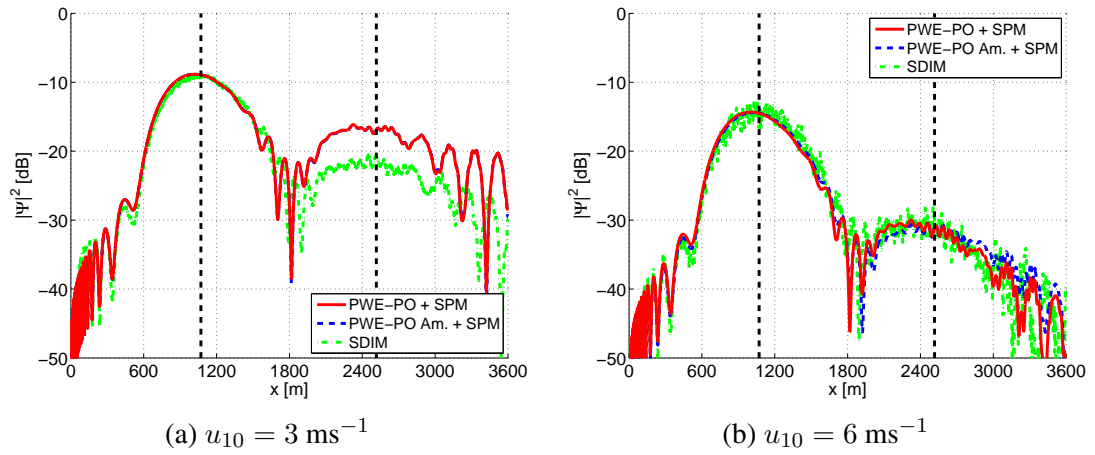


FIGURE 5.23 – Module au carré de la composante des courants sur la surface en fonction de la distance horizontale. Polarisation TM

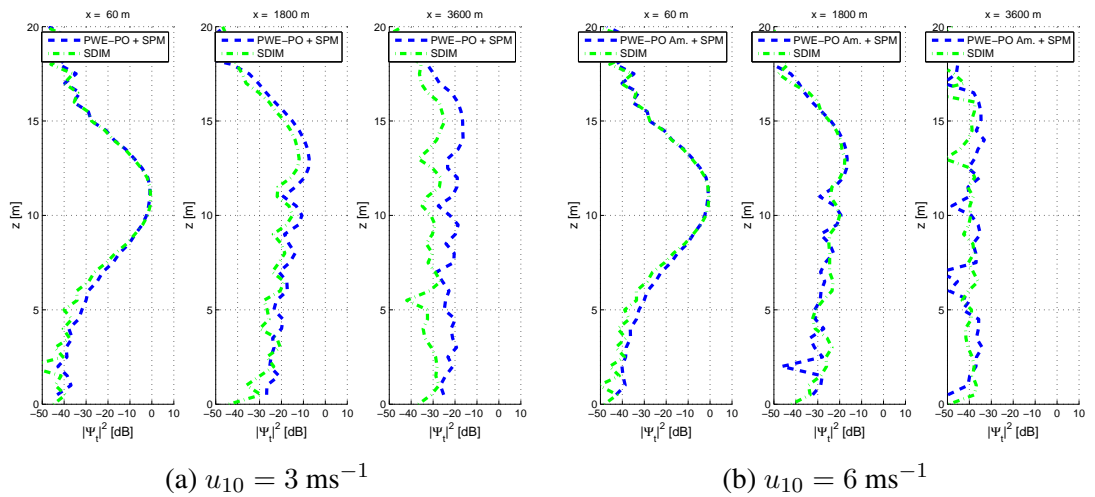


FIGURE 5.24 – Module au carré de la composante cohérente du champ total en fonction de la hauteur et une distance horizontale. Polarisation TM, surfaces rugueuses

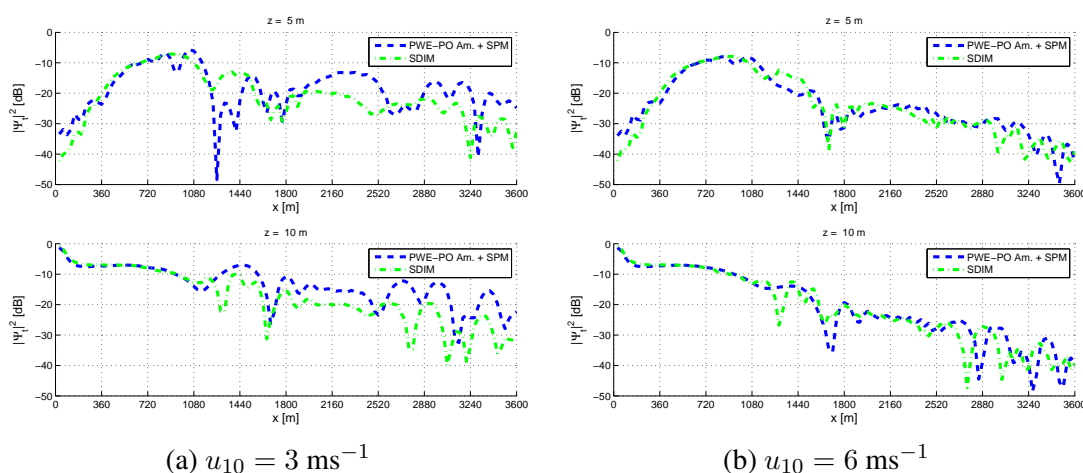


FIGURE 5.25 – Module au carré de la composante cohérente du champ total en fonction de la distance horizontale et une hauteur donnée. Polarisation TM, surfaces rugueuses

de traiter des surfaces de mer de grandes dimensions. La surface de mer est supposée parfaitement conductrice. Dans le cas d'une surface lisse, les comparaisons des composantes cohérentes ont montré un excellent accord entre les deux méthodes et pour ces deux polarisations. De plus, pour une surface de mer rugueuse et en polarisation TE, un bon accord est également observé entre ces deux méthodes et également avec la méthode issue de la généralisation du modèle d'Ament à  $m$  rebonds. En revanche, un désaccord est obtenu en polarisation TM. Ceci s'explique par le fait que pour cette polarisation, un phénomène analogue à celui de Brewster existe, même pour une surface parfaitement conductrice mais rugueuse.

Tout d'abord, pour expliquer ce désaccord, l'effet de l'ombrage a été pris en compte dans la méthode PWE-PO, mais sans succès. Cette conclusion était attendue car l'ombrage est identique pour les deux polarisations. Puis, la SDIM a été comparée pour différents spectres de mer : le spectre de mer d'Elfouhaily *et al.* avec et sans vagues de capillarité. Les comparaisons des composantes cohérentes du champ diffusé restent quasiment identiques. La solution du problème est trouvée en introduisant la notion d'impédance effective, applicable pour des surfaces peu rugueuses et basée sur une théorie perturbative. Ainsi, de nouveaux coefficients de réflexion sont calculés qui sont différents de ceux de Fresnel pour une surface rugueuse. Ainsi, la PWE-PO corrigée par la SPM a montré des accords satisfaisants avec la SDIM. Cette nouvelle méthode peut être classifiée comme une méthode unifiée car elle combine un modèle haute fréquence (PO) et un modèle basse fréquence (SPM).

Le modèle d'Ament généralisé à  $m$  rebonds est un modèle simple et rapide pour déterminer les composantes cohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé en présence d'un conduit, dont le profil d'indice de réfraction au carré est linéaire. Son utilisation évite d'appliquer un processus de Monte-Carlo, coûteux en espace mémoire et temps de calcul. Les composantes cohérentes sont évaluées à partir des composantes des courants et du champ d'une surface de mer lisse, en le multipliant par un coefficient

lié à la rugosité. La méthode a été adaptée afin d'inclure le modèle SPM qui modifie le coefficient de réflexion.



## Conclusion et perspectives

Cette thèse a développé une méthode asymptotique rapide pour résoudre conjointement les problèmes de propagation et de diffraction. Le but est d'évaluer le champ diffracté par une surface de mer rugueuse en présence d'un conduit, lorsque la surface est éclairée par un radar côtier en visée rasante. La surface considérée est alors mono-dimensionnelle et supposée parfaitement conductrice.

La méthode mise en œuvre est basée sur l'approximation de l'optique physique (PO) (pour la diffraction) combinée à la PWE (pour la propagation) afin d'exprimer la fonction de Green. Puisque l'on cherche une solution analytique du propagateur, le conduit est considéré canonique (typiquement, le profil d'indice de réfraction au carré est supposé linéaire en fonction de la hauteur).

Dans le deuxième chapitre, quelques rappels sur la théorie électromagnétique ont été dressés. Ensuite, l'accent est mis sur la description du milieu marin, en soulignant les phénomènes de conduit et de rugosité de la surface qui affectent fortement la propagation et la diffraction. Afin d'introduire l'influence du conduit sur la propagation, l'approche rayon de l'optique géométrique est présentée. Puis, le spectre de mer d'Elfouhaily *et al*, qui permet de générer une surface de mer réaliste, est présenté. Le chapitre se termine par la notion de rugosité électromagnétique.

Le troisième chapitre a révisé des méthodes existantes de la littérature sur la propagation dans un conduit et la diffraction par une surface rugueuse de mer. Pour la propagation, la fonction de Green est calculée sous l'approximation PWE. Concernant la diffusion, tout d'abord, les méthodes asymptotiques, fondées sur des hypothèses simplificatrices, sont discutées. La méthode retenue dans cette thèse est l'approximation de l'optique physique. De plus, l'accent est également mis sur le modèle d'Ament. C'est un modèle asymptotique simple et rapide, développé pour un milieu de propagation homogène. Il considère alors la propagation radar dans la direction spéculaire au-dessus de la surface rugueuse. Afin de calculer la composante cohérente du champ

diffusé, la méthode PWE, couplée à l'algorithme SSF pour la résolution numérique, applique couramment ce modèle pour prendre en compte l'effet de la rugosité de la surface de mer. Ensuite, la méthode rigoureuse, basée sur la méthode des moments, est exposée. Une version accélérée de cette méthode, récemment développée au laboratoire et appelée SDIM est exposée. Cette méthode consiste à découper la surface en plusieurs sous-surfaces (sous-domaines). Ainsi, l'ordre 0 de la méthode calcule les courants de surface de chaque sous-surface, supposée isolée, alors que les ordres supérieurs mettent à jour ces courants pour tenir compte du couplage électromagnétique entre les sous-domaines. De plus, afin d'avoir une méthode plus rapide, l'algorithme ACA est appliqué pour compresser les matrices impédances de couplage. Finalement, la SDIM est étendue à deux niveaux pour améliorer encore ces performances. Cette méthode, validée par la FB, est utilisée comme la méthode de référence dans cette thèse.

Le quatrième chapitre, qui présente l'originalité de cette thèse, présente la méthode mise en œuvre basée sur l'approximation de la PO combinée à la fonction de Green calculée sous l'approximation PWE (PWE-PO). Ainsi, les composantes cohérentes et incohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé sont dérivées, en supposant une surface de mer parfaitement conductrice. Ensuite, le modèle d'Ament est obtenu pour un rebond sur la surface et étendu à de multiples rebonds et pour un conduit décrit par un profil d'indice de réfraction au carré linéaire. Cette extension constitue à notre connaissance une originalité des travaux de cette thèse. Une correction supplémentaire en phase est observée pour de multiples rebonds, non prédite par le modèle d'Ament. Les relations entre les composantes cohérentes dans les cas d'une surface lisse et d'une surface rugueuse sont les mêmes pour les deux polarisations. Pour les composantes incohérentes, les niveaux du champ diffracté sont plus élevés pour de points proches de réflexion sur la surface. La fonction d'autocorrélation joue un rôle important dans le calcul du champ. De plus, pour le champ incohérent provenant des points de la surface séparés d'une distance horizontale plus grande, les équations à l'ordre 1 s'écrivent sous forme d'une fonction d'autocorrélation.

Dans le chapitre suivant, les résultats de la PWE-PO sont comparés avec ceux de la méthode SDIM pour un scénario plus réaliste, afin de valider notre approche. Dans le cas d'une surface lisse, les comparaisons des composantes cohérentes ont montré un excellent accord entre les deux méthodes et pour les deux polarisations. De plus, pour une surface de mer rugueuse et en polarisation TE, un bon accord est également observé entre ces deux méthodes et également avec la méthode issue de la généralisation du modèle d'Ament à  $m$  rebonds. En revanche, un désaccord est obtenu en polarisation TM. Ceci s'explique par le fait que pour cette polarisation, un phénomène analogue à celui de Brewster existe, même pour une surface parfaitement conductrice mais rugueuse. Pour toutes les simulations, l'approche rayon de l'optique géométrique a prédit précisément les abscisses des points des maximums de chaque rebond.

Pour expliquer le désaccord en polarisation TM, l'effet de l'ombrage  $a$ , tout d'abord, été évoqué dans la méthode PWE-PO, mais sans succès. Cette conclusion était attendue car l'ombrage est identique pour les deux polarisations. Puis, la SDIM a été compa-

rée pour différents spectres de mer : le spectre de mer d'Elfouhaily *et al.* avec et sans vagues de capillarité. Les comparaisons des composantes cohérentes du champ diffusée restent quasiment inchangées. La solution du problème est alors trouvée en introduisant la notion d'impédance effective, applicable pour des surfaces peu rugueuses et basée sur une théorie perturbative. Ainsi, de nouveaux coefficients de réflexion sont calculés, différents de ceux de Fresnel pour une surface rugueuse. Ainsi, la PWE-PO corrigée par la SPM a montré des accords satisfaisants avec la SDIM. Cette nouvelle méthode peut être classifiée comme une méthode unifiée car elle combine un modèle haute fréquence (PO) et un modèle basse fréquence (SPM).

Le modèle d'Ament généralisé à  $m$  rebonds est un modèle simple et rapide pour déterminer les composantes cohérentes des courants sur la surface et du champ diffusé en présence d'un conduit, dont le profil d'indice de réfraction au carré est linéaire. Son utilisation évite d'appliquer un processus de Monte-Carlo. Les composantes cohérentes sont évaluées à partir des composantes des courants et du champ d'une surface de mer lisse, en le multipliant avec un coefficient lié à la rugosité. La méthode a été adaptée afin d'inclure le modèle SPM qui modifie le coefficient de réflexion.

Diverses perspectives de ce travail peuvent être suggérées. Tout d'abord, pour les composantes cohérentes, afin de réduire les différences de niveaux par rapport aux résultats obtenus par la méthode de référence, les coefficients de réflexion aux ordres supérieurs peuvent être introduits dans l'approximation de la PO. Ces coefficients sont obtenus à partir de l'impédance effective aux ordres supérieurs liée aux réflexions multiples sur la surface rugueuse associées à un seul rebond. Puis, la méthode peut être étendue à une surface imparfaitement conductrice en appliquant la condition au limite de Léontovitch et valide pour une surface très conductrice.

Le champ diffracté par le deuxième rebond nécessite le calcul d'une double intégrale. Afin d'accélérer son calcul la technique de compression ACA peut être utilisée. Elle a montré son efficacité dans la méthode SDIM.

Enfin, le but final est d'étendre cette méthode et le modèle d'Ament, généralisé aux multiples rebonds par la surface, à un milieu inhomogène quelconque. Cette tâche est difficile car la fonction de Green doit être déterminée analytiquement pour un profil d'indice de réfraction plus réaliste.

En revanche, pour le calcul des composantes incohérentes des courants de surface et du champ diffusé, il est nécessaire d'introduire les bonnes hypothèses pour réduire le nombre d'intégrations.

Ce travail de recherche a conduit à la production scientifique suivante :

- D. Cvetković, C. Bourlier and N. Pinel. **Ament model for multiple rebounds from rough sea surfaces in a stratified medium and validation from the MoM-based multi-level SDIM**, *Antennas and propagation, IEEE Transactions on* en révision
- D. Cvetkovic, C. Bourlier and N. Pinel. **Radar LGA scattering above a sea surface in a stratified medium solved by physical optics**, *The International Geoscience and Remote Sensing Symposium 2015 (IGARSS 2015)*, 26-31 juillet



2015, Milan, Italie

- C. Bourlier, H. Li, D. Cvetkovic, S. Bellez et V. Fabbro. **Propagation et diffusion Radar microondes par une surface de mer en incidence rasante et dans un milieu stratifié**, *URSI France, Journées scientifiques 2015 : « Sonder la matière par les ondes électromagnétiques »*, 24-25 mars 2015, CNAM, Paris.
- D. Cvetkovic, C. Bourlier, N. Pinel. **Propagation Radar au-dessus d'une surface de mer rugueuse dans un milieu stratifié avec l'optique physique**, *Journées Nationales Microondes, JNM*, 2-5 juin 2015, Bordeaux, France.
- D. Cvetkovic, C. Bourlier, N. Pinel. **Diffusion microondes cohérente par une surface de mer dans un milieu stratifié par une approche asymptotique**, *Journées Scientifiques ENVIREM 2015 : L'Environnement ElectroMagnétique des radars à l'horizon 2020 : quels enjeux en termes de modélisation et moyens de mesures ?*, 9-10 juin 2015, Gif s/Yvette.
- D. Cvetkovic, N. Pinel, C. Bourlier. **Modélisation asymptotique de la propagation et de la diffusion radar au-dessus d'une surface de mer en présence d'un conduit**, *GdR Ondes - Assemblée Générale « Interférence d'Ondes »*, 28-30 octobre 2013, Dijon.



## Equation de la trajectoire du rayon dans le conduit

Cette annexe donne une dérivation détaillée de l'équation de la trajectoire du rayon dans un conduit, dont le profil d'indice de réfraction est donné par l'Eq. (2.32), à partir des lois de Snell-Descartes.

En remplaçant l'Eq. (2.32) dans l'Eq. (2.15), nous avons

$$\left(1 - \frac{\varepsilon}{2}z\right) \sin \theta = \text{cste.} \quad (\text{A.1})$$

Puis, nous différencions la dernière équation par rapport à  $x$  afin d'obtenir

$$-\frac{\varepsilon}{2} \sin \theta \frac{dz}{dx} + \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}z\right) \cos \theta \frac{d\theta}{dx} = 0. \quad (\text{A.2})$$

En sachant que

$$\cot \theta = \frac{dz}{dx}, \quad (\text{A.3})$$

nous avons

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \operatorname{arccot} \frac{dz}{dx} \right) = -\frac{1}{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \frac{d^2z}{dx^2}. \quad (\text{A.4})$$

En introduisant cette dérivée dans l'Eq. (A.2), nous obtenons

$$-\frac{\varepsilon}{2} \cos \theta - \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}z\right) \frac{\cos \theta}{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \frac{d^2z}{dx^2} = 0. \quad (\text{A.5})$$

Ensuite, nous divisons les deux membres de l'équation par  $\cos \theta$  et, à partir de l'Eq. (A.3), nous montrons que

$$-\frac{\varepsilon}{2} - \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}z\right) \frac{\frac{d^2z}{dx^2}}{1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} = 0 \quad (\text{A.6})$$

et, par conséquent,

$$-\frac{\varepsilon}{2} \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right] = \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2} z \right) \frac{d^2 z}{dx^2}. \quad (\text{A.7})$$

Nous supposons que  $|\varepsilon z/2| \ll 1 \forall z \in [0, h_d]$ , conduisant à l'approximation suivante

$$\frac{\varepsilon}{2} \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right] + \frac{d^2 z}{dx^2} = 0. \quad (\text{A.8})$$

En introduisant la pente  $\gamma$ , définie par

$$\gamma = \frac{dz}{dx}, \quad (\text{A.9})$$

nous écrivons

$$-\frac{d\gamma}{1 + \gamma^2} = \frac{\varepsilon}{2} dx, \quad (\text{A.10})$$

ce qui implique

$$\operatorname{arccot} \gamma = \frac{\varepsilon}{2} x + c, \quad (\text{A.11})$$

où  $c$  est une constante. Ainsi,

$$\frac{dz}{dx} = \cot \left( \frac{\varepsilon}{2} x + c \right). \quad (\text{A.12})$$

De plus, en intégrant les deux membres de l'équation précédente, nous obtenons

$$z = \frac{2}{\varepsilon} \ln \left[ \sin \left( \frac{\varepsilon}{2} x + c \right) \right] + \ln(d), \quad (\text{A.13})$$

où  $\ln(d)$ , avec  $d > 0$ , représente une nouvelle constante.

En posant  $z(x=0) = z_a$  et  $dz(x)/dx|_{x=0} = \cot \theta_0$ , nous obtenons

$$c = \theta_0 + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{A.14})$$

et

$$\ln(d) = z_a - \frac{2}{\varepsilon} \ln |\sin \theta_0|. \quad (\text{A.15})$$

De plus, à partir des Eqs. (A.13) et (A.15), l'équation de la trajectoire devient

$$z(x) = z_a + \frac{2}{\varepsilon} \ln \left| \frac{\sin \left( \frac{\varepsilon}{2} x \right) \cos \theta_0 + \cos \left( \frac{\varepsilon}{2} x \right) \sin \theta_0}{\sin \theta_0} \right|. \quad (\text{A.16})$$

En supposant que  $|\varepsilon x| \ll 1$ . Ainsi, nous obtenons

$$z(x) \approx z_a - \frac{2}{\varepsilon} \left| \frac{\varepsilon^2 x^2}{8} - \frac{\varepsilon}{2} x \cot \theta_0 \right|. \quad (\text{A.17})$$

Ainsi, l'équation de la trajectoire du rayon dans un conduit, dont le profil d'indice de réfraction au carré est linéaire, s'écrit

$$z(x) \approx -\frac{\varepsilon x^2}{4} + \cot \theta_0 x + z_a. \quad (\text{A.18})$$

# B

## Evaluation du champ incident sur la surface

Cet annexe présente l'évaluation du champ incident sur la surface. Tout d'abord, une expression analytique de l'Eq. (4.11) est dérivée.

D'après l'approche de Toporkov *et al.* [89], en posant  $\theta = \theta_{\text{inc}} + \delta$  et en appliquant un développement limité sur  $\delta$  en 0 jusqu'à l'ordre 2, nous avons

$$jk_0(z_a - z_{a,0}) \cos \theta \approx -a_0\delta^2 + 2bj\delta + c, \quad (\text{B.1})$$

où

$$\begin{cases} a_0 = \frac{c}{2} \\ b = \frac{k_0(z_a - z_{a,0}) \sin \theta_{\text{inc}}}{2} \\ c = jk_0(z_a - z_{a,0}) \cos \theta_{\text{inc}} \end{cases}. \quad (\text{B.2})$$

En substituant l'Eq. (B.1) dans l'Eq. (4.11) et en intégrant sur  $\delta$ , nous avons alors

$$\begin{aligned} \psi_{\text{inc}}^a(z_a) &\approx \frac{1}{2\Delta\theta\sqrt{a}} e^{-(b^2/a)+c} \left\{ \text{erf} \left( \sqrt{a} \left[ \frac{\pi}{2} - \theta_{\text{inc}} \right] - \frac{jb}{\sqrt{a}} \right) \right. \\ &\quad \left. + \text{erf} \left( \sqrt{a} \left[ \frac{\pi}{2} + \theta_{\text{inc}} \right] + \frac{jb}{\sqrt{a}} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

où  $a = a_0 + 1/(\Delta\theta)^2$  et erf est la fonction erreur. A partir de tests numériques, nous pouvons montrer que les deux fonctions erreur donnent des valeurs proches de l'unité, conduisant à la simplification suivante

$$\psi_{\text{inc}}^a(z_a) \approx \frac{1}{\Delta\theta\sqrt{a}} e^{-(b^2/a)+c}. \quad (\text{B.4})$$

Le terme  $e^c = e^{jk_0(z_a - z_{a,0}) \cos \theta_{\text{inc}}}$  donne un terme de phase égal à celui de l'onde plane. Le terme  $e^{-b^2/a}$  est lié à l'atténuation de l'onde.

En incidence rasante  $\theta_{\text{inc}} \rightarrow \pi/2$ , ce qui implique que  $1/(\Delta\theta)^2 \gg a_0$  et ainsi  $a \approx 1/(\Delta\theta)^2$ . L'Eq. (B.4) devient alors

$$\psi_{\text{inc}}^a(z_a) \approx \exp\left(jk_0(z_a - z_{a,0}) \cos \theta_{\text{inc}} - \frac{(z_a - z_{a,0})^2}{g_z^2}\right). \quad (\text{B.5})$$

A l'aide du principe de Huygens (3.27), le champ incident sur la surface de mer  $\psi_{\text{inc}}$  est déterminé à partir du champ  $\psi_{\text{inc}}^a$  sur la surface  $S_a$  et de sa dérivée normale  $\partial\psi_{\text{inc}}^a/\partial n = \partial_n\psi_{\text{inc}}^a$  par

$$\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) = \int_{S_a} [\partial_n g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) - g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) \partial_n \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a)] dS_a. \quad (\text{B.6})$$

Sous l'approximation du champ lointain, la dernière équation peut être simplifiée par

$$\begin{cases} \partial_n g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) \approx -jk_0 g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) \hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{n}_a \\ \partial_n \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \approx +jk_0 \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \hat{\mathbf{r}}_a \cdot \mathbf{n}_a \end{cases}, \quad (\text{B.7})$$

où  $\mathbf{n}_a$  est le vecteur unitaire perpendiculaire à l'ouverture de l'antenne,  $\hat{\mathbf{R}}$  et  $\hat{\mathbf{r}}_a$  sont respectivement les vecteurs unitaires des vecteurs  $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_a$  et  $\mathbf{r}_a$ . L'Eq. (B.6) s'écrit alors

$$\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \approx -jk_0 \int_{S_a} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) (\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{n}_a + \hat{\mathbf{r}}_a \cdot \mathbf{n}_a) dS_a. \quad (\text{B.8})$$

De plus, en supposant que le champ sur l'ouverture  $S_a$  est localement plan, nous avons  $\hat{\mathbf{r}}_a \cdot \mathbf{n}_a = 1$ . Si la direction de propagation  $\hat{\mathbf{R}}$  est proche de  $\mathbf{n}_a$  (comme en incidence rasante),  $\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{n}_a \approx 1$ . Le champ incident sur la surface de mer, donné par l'Eq. (B.6), peut alors être approché par

$$\psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}) \approx -2jk_0 \int_{S_a} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}) dS_a. \quad (\text{B.9})$$

Enfin, en utilisant la fonction de Green sous l'approximation PWE (Eq. (3.17)), à partir des Eqs. (B.5) et (B.9), avec  $z_a \in [z_{a,\text{min}}; z_{a,\text{max}}]$  et  $\mathbf{r} = (x, y)$ , nous avons

$$\begin{aligned} \psi_{\text{inc}}^a &\approx A \int_{z_{a,\text{min}}}^{z_{a,\text{max}}} e^{-az_a^2 + 2bz_a + c} dz_a \approx \frac{A\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a}} e^{(b^2/a) + c} \\ &\times \left[ \text{erf}\left(\sqrt{a}z_{a,\text{max}} - \frac{b}{\sqrt{a}}\right) - \text{erf}\left(\sqrt{a}z_{a,\text{min}} - \frac{b}{\sqrt{a}}\right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

où

$$\begin{cases} A = -2jk_0 \frac{e^{j\pi/4}}{2\sqrt{2\pi k_0 x}}, & a = \frac{1}{g_z^2} - \frac{jk_0}{2x}, \\ b = \frac{jk_0}{2} (\cos \theta_{\text{inc}} - \cos \theta) + \frac{z_{a,0}}{g_z^2}, \\ \cot \theta = \frac{\varepsilon x}{4} + \frac{z}{x}, \\ c = jk_0 \left[ x + \frac{z^2}{2x} - \frac{\varepsilon^2 x^3}{96} + \frac{\varepsilon(2h-z)x}{4} \right] - jk_0 z_{a,0} \cos \theta_{\text{inc}} - \frac{z_{a,0}^2}{g_z^2}. \end{cases} \quad (\text{B.11})$$



## Calcul de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2

D'après l'Eq. (4.24), l'Eq. (4.34) devient

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{coh}}^{(2)} &= -4 \int \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) \left\langle f(X_1) s(X_1, z_a, z_1) \right. \\ &\quad \left. \times \partial_n [f(X_2) s(X_2, z_1, z_2)] \right\rangle d\mathbf{x}_1 dS_a, \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

où  $X_1 = |x_a - x_1|$  et  $X_2 = |x_1 - x_2|$  sont respectivement les distances émetteur-premier rebond et premier-deuxième rebond. Le calcul de la moyenne d'ensemble de la dernière équation suit.

Sachant que les variables  $s_1 = s(X_1, z_a, z_1)$  et  $s_2 = s(X_2, z_1, z_2)$  sont aléatoires puisque les hauteurs de la surface  $z_1$  et  $z_2$  sont aléatoires et que  $f_1 = f(X_1)$  et  $f_2 = f(X_2)$  sont déterministes, toutes données par l'Eq. (4.24), la moyenne statistique de l'Eq. (C.1), notée ici  $M_2$ , devient

$$\begin{aligned} M_2 &= \left\langle f_1 s_1 \partial_{n_1} (f_2 s_2) \right\rangle \\ &= \left\langle f_1 s_1 [\partial_{z_1} (f_2 s_2) - \gamma_1 \partial_{x_1} (f_2 s_2)] \right\rangle \\ &= f_1 \left\langle f_2 s_1 \partial_{z_1} s_2 - \gamma_1 s_1 (f_2 \partial_{x_1} s_2 + s_2 \partial_{x_1} f_2) \right\rangle. \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Ceci nécessite le calcul des moyennes statistiques  $\langle s_1 s_2 \rangle$  et  $\langle \gamma_1 s_1 s_2 \rangle$ , où  $s_1$  et  $s_2$  sont donnés par  $s_1(z_1) = \exp(-a_{1,0} z_1^2 + 2b_{1,0} z_1 + c_{1,0})$  et  $s_2(z_1, z_2) = \exp(-a_{2,0} z_2^2 + 2b_{2,0} z_2 + c_{2,0})$ ,  $\gamma_1$  est la pente de la surface  $\partial_{x_1} z_1$ ,  $z_1$  est la hauteur de la surface au premier rebond et  $z_2$  est la hauteur de la surface au deuxième rebond. Supposons que les variables aléatoires  $z_1$  et  $\gamma_1$  définies au même point sont gaussiennes. Il est alors

possible de montrer que  $\langle \gamma_1 z_1 \rangle = -W'_z(0)$ , où  $W_z$  est la fonction d'autocorrélation des hauteurs de la surface ( $W_z(0) = \sigma_z^2$ ), et  $W'_z$  sa dérivée par rapport à  $x$ . Puisque  $W$  est une fonction paire, la propriété suivante est vérifiée  $W'(0) = 0$ , et par conséquent  $\langle \gamma_1 z_1 \rangle = 0$ . En supposant que la corrélation entre les deux variables aléatoires  $z_2$  et  $\gamma_1$  est négligeable, ceci implique que  $\langle \gamma_1 s_1 s_2 \rangle = 0$ , d'autant que  $\langle \gamma_1 \rangle = 0$ . Alors, l'Eq. (C.2) devient

$$M_2 = f_1 f_2 \langle s_1 \partial_{z_1} s_2 \rangle. \quad (\text{C.3})$$

A partir de la dernière équation, il faut déterminer la moyenne statistique  $\langle s_1 s_2 \rangle = \langle e^{u(z_1, z_2)} \rangle$ , où  $u(z_1, z_2) = -a_1 z_1^2 - a_2 z_2^2 + 2b_{12} z_1 z_2 + 2b_1 z_1 + 2b_2 z_2 + c$ , dans laquelle

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{jk_0}{2} \left( \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} \right) \\ a_2 = -\frac{jk_0}{2X_2} \\ b_1 = -\frac{jk_0}{2} \left( \cot \theta_1 + \frac{\varepsilon X_2}{4} \right) \\ b_2 = -\frac{jk_0}{2} \frac{\varepsilon X_2}{4} \\ b_{12} = -\frac{jk_0}{2X_2} = a_2 \\ c = \frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right) \end{cases}. \quad (\text{C.4})$$

Donc

$$\begin{aligned} \langle e^u \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{u(z_1, z_2)} p_z(z_1, z_2) dz_1 dz_2 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz_1 dz_2}{2\pi \sqrt{\sigma_z^4 - W_z^2}} \\ &\times e^{-\alpha_1 z_1^2 - \alpha_2 z_2^2 + 2\beta_{12} z_1 z_2 + 2b_1 z_1 + 2b_2 z_2 + c}, \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

où

$$\begin{cases} \alpha_1 = a_1 + \frac{\sigma_z^2}{2(\sigma_z^4 - W_z^2)} & \alpha_2 = a_2 + \frac{\sigma_z^2}{2(\sigma_z^4 - W_z^2)} \\ \beta_{12} = b_{12} + \frac{W_z}{2(\sigma_z^4 - W_z^2)} \end{cases}, \quad (\text{C.6})$$

et  $p_z(z_1, z_2)$  est la densité de probabilité conjointe des hauteurs de la surface en deux points quelconques séparés de la distance horizontale  $X_2 = |x_1 - x_2|$ . En outre,  $W_z = W_z(X_2)$  est la fonction d'autocorrélation des hauteurs de la surface et  $\sigma_z^2 = W_z(0)$  est sa variance.

L'introduction des changements de variables  $v_1 = \sqrt{\alpha_1} z_1 - b_1/\sqrt{\alpha_1}$  et  $v_2 = \sqrt{\alpha_2} z_2 - b_2/\sqrt{\alpha_2}$  conduit à

$$\begin{aligned} \langle e^u \rangle &= \frac{1}{2\pi \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} \sqrt{\sigma_z^4 - W_z^2}} e^{c + \frac{\alpha_1 b_2^2 + \alpha_2 b_1^2 + 2\beta_{12} b_1 b_2}{\alpha_1 \alpha_2}} \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-v_1^2 - v_2^2 + \frac{2\beta_{12}}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}} \left( v_1 v_2 + \frac{v_1 b_2}{\sqrt{\alpha_2}} + \frac{v_2 b_1}{\sqrt{\alpha_1}} \right)} dv_1 dv_2. \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

L'équation de la trajectoire de chaque rebond est une parabole. Alors, il est simple de montrer que la distance entre deux rebonds successifs est  $d = 4\sqrt{\cot^2 \theta_{\text{inc}}^2 + \varepsilon z_a / \varepsilon}$ , où  $z_a$  est la hauteur de l'émetteur,  $\theta_{\text{inc}}$  l'angle d'incidence par rapport à la verticale et  $\varepsilon$  est le paramètre du conduit. Pour  $z_a = 10$  m,  $\theta_{\text{inc}} = 88^\circ$  et  $\varepsilon = 5 \times 10^{-5}$ , la distance attendue entre deux rebonds est  $d \approx 3317$  m, ce qui est beaucoup plus grand que la longueur de corrélation des hauteurs de la surface. Ainsi, la corrélation entre les variables  $z_1$  et  $z_2$  peut être négligée, conduisant à  $W_z \approx 0$ . De plus, dès que  $\sigma_z \ll \sqrt{|X_1|/k_0}$  ( $|u_z| \approx 1$ ) et  $\sigma_z \ll \sqrt{|X_2|/k_0}$ , on a  $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1/(2\sigma_z^2)$  et  $|\beta_{12}/\sqrt{\alpha_1\alpha_2}| \approx |b_{12}/\alpha_1| \ll 1$ . Alors, le terme exponentiel dans l'Eq. (C.7) peut être approximé par  $e^{-v_1^2 - v_2^2}$  et le résultat de la double intégration sur  $v_1$  et  $v_2$  devient  $\pi$ . En conclusion,

$$\begin{aligned} \langle e^u \rangle &\approx e^{c + \frac{b_1^2}{\alpha_1} + \frac{b_2^2}{\alpha_2} + \frac{2\beta_{12}b_1b_2}{\alpha_1\alpha_2}} \\ &\approx e^{c + 2\sigma_z^2(b_1^2 + b_2^2) + 8\sigma_z^4\beta_{12}b_1b_2}. \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

En substituant les paramètres de l'Eq. (C.4) dans l'Eq. (C.8), la moyenne statistique devient alors

$$\begin{aligned} \langle e^u \rangle &\approx \exp \left[ \frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right) - \frac{k_0^2 \sigma_z^2}{2} ((\cot \theta_1 + \cot \theta_2)^2 + \cot^2 \theta_2) \right. \\ &\quad \left. + \frac{jk_0^3 \sigma_z^4 \varepsilon}{4} (\cot \theta_1 + \cot \theta_2) \right], \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

où  $\theta_2$  est l'angle de deuxième réflexion sur la surface défini par rapport à la verticale, i.e. l'angle de réflexion du deuxième rebond, et

$$\cot \theta_2 = \frac{\varepsilon X_2}{4}, \quad (\text{C.10})$$

obtenu par une approche rayon.

Si les intégrations sur  $v_1$  et  $v_2$  sont faites analytiquement et sans approximation, il est possible de montrer que

$$\langle e^u \rangle = \text{Eq. (C.8)} \times e^{\frac{\beta_{12}^2}{\alpha_1^2 \alpha_2^2} (2\beta_{12}b_1b_2 + \alpha_1 b_2^2 + \alpha_2 b_1^2)}, \quad (\text{C.11})$$

où  $|\beta_{12}/\sqrt{\alpha_1\alpha_2}| \ll 1$ . Le terme  $\beta_{12}^2/(\alpha_1^2\alpha_2^2)$  est proportionnel à  $\sigma_z^8$  et le terme exponentiel est approximativement égal à 1.

De plus, à partir de l'Eq. (C.3) la moyenne statistique est

$$M_2 = jk_0 f_1 f_2 \left\langle \left( \frac{z_1}{X_2} - \frac{z_2}{X_2} - \frac{\varepsilon X_2}{4} \right) e^u \right\rangle. \quad (\text{C.12})$$

Il faut donc déterminer  $\langle z_1 e^u \rangle$  et  $\langle z_2 e^u \rangle$ . Pour  $\langle z_1 e^u \rangle$ , on a

$$\begin{aligned} \langle z_1 e^u \rangle &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial b_1} \langle e^u \rangle \approx \frac{1}{\alpha_1} \left( b_1 + b_2 \frac{\beta_{12}}{\alpha_2} \right) \langle e^u \rangle \\ &\approx \frac{b_1}{\alpha_1} \langle e^u \rangle, \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$



car  $|\beta_{12}/\alpha_2| \approx |2\sigma_z^2 a_2| \ll 1$ . De la même manière,  $\langle z_2 e^u \rangle \approx (b_2/\alpha_2) \langle e^u \rangle$ .

Finalement, à partir des Eqs. (C.12) et (C.13), la moyenne statistique s'obtient comme

$$\begin{aligned} M_2 &\approx -jk_0 f_a f_1 \cot \theta_2 \left[ 1 - \frac{jk_0 \sigma_z^2 \cot \theta_1}{X_2 \cot \theta_2} \right] \langle e^u \rangle \\ &\approx -jk_0 f_a f_1 \cot \theta_2 \langle e^u \rangle \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

avec  $\sigma_z \ll \sqrt{|X_2|/k_0}$ .

A partir des Eqs. (C.1), (C.9) et (C.14), en supposant que les points de réflexions successives,  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$ , ne sont pas corrélés, la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre 2 s'écrit alors

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{coh}}^{(2)} &= 4jk_0 \int_{S_a} \int_{x_1} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_2 \cot \theta_2 e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} \\ &\times e^{-(R_{a,1}+R_{a,2})^2 - R_{a,2}^2} e^{\frac{jk_0^2 \sigma_z^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} (R_{a,1}+R_{a,2})} \mathbf{d}x_1 \mathbf{d}S_a, \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

où  $R_{a,1}$  et  $R_{a,2}$  correspondent aux paramètres de Rayleigh du modèle d'Ament divisé par  $\sqrt{2}$ , définis par l'Eq. (4.33) et

$$R_{a,2} = \frac{k_0 \sigma_z \cot \theta_2}{\sqrt{2}}. \quad (\text{C.16})$$



## Calcul de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre $m$

Afin d'obtenir une expression analytique à l'ordre  $m$ , il est nécessaire de déterminer la moyenne statistique  $M_m$ , définie comme

$$\begin{aligned} M_m &= \langle g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \dots \partial_{n_{m-1}} g(\mathbf{r}_{m-1}, \mathbf{r}_m) \rangle \\ &= \left\langle f_1 s_1 \prod_{i=2}^m (-\gamma_{i-1} \partial_{x_{i-1}} g_i + \partial_{z_{i-1}} g_i) \right\rangle, \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

où

$$g_i = g(\mathbf{r}_{i-1}, \mathbf{r}_i) = f_i s_i \quad (\text{D.2})$$

et

$$s_i = -a_{i,0} z_i^2 + 2b_{i,0} z_i + c_{i,0}. \quad (\text{D.3})$$

Les paramètres  $a_{1,0}$ ,  $b_{1,0}$  et  $c_{1,0}$  sont donnés par l'Eq. (4.26), et les paramètres  $a_{i,0}$ ,  $b_{i,0}$  et  $c_{i,0}$ , pour  $i \geq 2$ , sont définis par

$$\begin{cases} a_{i,0} = -\frac{jk_0}{2X_i} \\ b_{i,0} = -\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_{i-1}}{X_i} + \frac{\varepsilon X_i}{4} \right) \\ c_{i,0} = \frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_{i-1}^2}{X_i} + \frac{\varepsilon X_i z_{i-1}}{2} \right) \end{cases}. \quad (\text{D.4})$$

En supposant que  $\langle \gamma_i z_i \rangle = W'_z = 0$  quel que soit  $W_z$ , nous avons  $\langle \gamma_i f(z_i) \rangle = 0 \forall f$ . De plus, la corrélation entre les variables aléatoires  $(z_i, \gamma_i)$  et  $(z_j, \gamma_j)$  est considérée négligeable, conduisant à  $\langle \gamma_{i,j} f(z_i, z_j) \rangle = 0 \forall f$ . Ainsi, la moyenne statistique s'écrit

$$M_m \approx f_1 \left\langle s_1 \prod_{i=2}^m \partial_{z_{i-1}} g_i \right\rangle. \quad (\text{D.5})$$

Pour cela, il est nécessaire de calculer la moyenne statistique  $e^{u(z_1, \dots, z_m)}$ , où

$$e^u = \prod_{i=1}^m s_i \quad (\text{D.6})$$

conduisant à

$$\begin{aligned} u &= -a_1 z_1^2 \dots - a_m z_m^2 + 2b_{1,2} z_1 z_2 \dots + 2b_{m-1,m} z_{m-1} z_m \\ &+ 2b_1 z_1 \dots + 2b_m z_m + c \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

avec

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{jk_0}{2} \left( \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} \right) \\ a_{i,i \neq N} = -\frac{jk_0}{2} \left( \frac{1}{X_{i+1}} + \frac{1}{X_i} \right) \\ a_m = -\frac{jk_0}{2X_m} \\ b_{i-1,i} = -\frac{jk_0}{2X_i} \\ b_{i,i \neq m} = -\frac{jk_0}{2} (\cot \theta_i + \cot \theta_{i+1}) \\ b_m = -\frac{jk_0}{2} \cot \theta_m \\ c = \frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{D.8})$$

Par analogie avec le calcul de la moyenne statistique  $M_2$ , en négligeant la corrélation entre  $z_i$  et  $z_j$  (pour  $i \neq j$ ), on obtient

$$\langle e^u \rangle \approx e^{c + \sum_{i=1}^m \frac{b_i^2}{\alpha_i} + \sum_{j=2}^m \frac{2\beta_{j-1} b_{j-1} b_j}{\alpha_{j-1} \alpha_j}} \quad (\text{D.9})$$

avec

$$\begin{cases} \alpha_i \approx a_i + \frac{1}{2\sigma_z^2} \\ \beta_{j-1,j} \approx b_{j-1,j} \end{cases} \quad (\text{D.10})$$

En substituant les paramètres de l'Eq. (D.8) dans l'Eq. (D.9), on a

$$\begin{aligned} \langle e^u \rangle &= \exp \left[ \frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right) \right. \\ &+ \sum_{i=1}^{m-1} 2\sigma_z^2 \left( -\frac{jk_0}{2} (\cot \theta_i + \cot \theta_{i+1}) \right)^2 + 2\sigma_z^2 \left( -\frac{jk_0}{2} \cot \theta_m \right)^2 \\ &+ \sum_{j=1}^{m-1} 8\sigma_z^4 \left( -\frac{jk_0}{2X_j} \right) \left( -\frac{jk_0}{2} (\cot \theta_{j-1} + \cot \theta_j) \right) \left( -\frac{jk_0}{2} (\cot \theta_j + \cot \theta_{j+1}) \right) \\ &\left. + 8\sigma_z^4 \left( -\frac{jk_0}{2X_m} \right) \left( -\frac{jk_0}{2} (\cot \theta_{m-1} + \cot \theta_m) \right) \left( -\frac{jk_0}{2} \cot \theta_m \right) \right] \quad (\text{D.11}) \end{aligned}$$

où  $\theta_i$  est l'angle de réflexion du  $i^{\text{e}}$  rebond par rapport la verticale, obtenu par l'approche rayon de l'optique géométrique,

$$\cot \theta_i = \frac{\varepsilon X_i}{4} \text{ avec } i \geq 2. \quad (\text{D.12})$$

Par suite

$$\begin{aligned}
\langle e^u \rangle &= \exp \left[ \frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right) + \sum_{i=1}^{m-1} -\frac{k_0^2 \sigma_z^2}{2} (\cot \theta_i + \cot \theta_{i+1})^2 - \frac{k_0^2 \sigma_z^2}{2} \cot \theta_m^2 \right. \\
&+ \sum_{j=1}^{m-1} \frac{jk_0^3 \sigma_z^4 \varepsilon}{4 \cot \theta_j} (\cot \theta_{j-1} + \cot \theta_j) (\cot \theta_j + \cot \theta_{j+1}) \\
&\left. + \frac{jk_0^3 \sigma_z^4 \varepsilon}{4} (\cot \theta_{m-1} + \cot \theta_m) \right]. \tag{D.13}
\end{aligned}$$

Enfin, à partir des Eqs. (D.4), (D.5) et (D.9), en introduisant certaines approximations, la moyenne statistique de la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre  $m$  devient

$$\begin{aligned}
M_m &= f_1 \left\langle \prod_{k=2}^m jk_0 f_k \left( \frac{z_{k-1}}{X_k} - \frac{z_k}{X_k} - \frac{\varepsilon X_k}{4} \right) e^u \right\rangle \\
&\approx (-jk_0)^{m-1} \langle e^u \rangle \prod_{k=1}^{m-1} f_k \cot \theta_k. \tag{D.14}
\end{aligned}$$

Ainsi, à partir des Eqs. (4.43), (D.13) et (D.14), la composante cohérente des courants sur la surface à l'ordre  $m$  s'écrit

$$\begin{aligned}
\Psi_{\text{coh}}^{(m)} &= (jk_0)^{m-1} 2^m \int \dots \int \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 \prod_{k=2}^m f_k \cot \theta_k e^{\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} \\
&\times \exp \left[ -R_{a,m}^2 - \sum_{i=1}^{m-1} (R_{a,i} + R_{a,i+1})^2 \right] \\
&\times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_z^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} \sum_{j=2}^{m-1} R_{a,j} \left( 1 + \frac{R_{a,j-1}}{R_{a,j}} \right) \left( 1 + \frac{R_{a,j+1}}{R_{a,j}} \right) \right] \\
&\times \exp \left[ \frac{jk_0^2 \sigma_z^3 \varepsilon}{2\sqrt{2}} (R_{a,m-1} + R_{a,m}) \right] dx_{m-1} \dots dx_1 dS_a, \tag{D.15}
\end{aligned}$$

où  $R_{a,i}$  correspond au paramètre de rugosité de Rayleigh modifié du modèle d'Ament pour le  $i$ -ème rebond. Ce paramètre est défini par

$$R_{a,i} = \frac{k_0 \sigma_z \cot \theta_i}{\sqrt{2}}. \tag{D.16}$$





## Calcul de la composante cohérente du champ diffusé à l'ordre 1

Afin d'obtenir l'équation de la composante cohérente du champ, il faut calculer la moyenne statistique

$$M_{1,sca} = \langle g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) \partial_{n_1} g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) \rangle \quad (\text{E.1})$$

où

$$g(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_1) = g_1 = f_1 s_1, \quad s_1 = \exp(-a_1 z_1^2 + 2b_1 z_1 + c_1) \quad (\text{E.2})$$

et

$$g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}'_1) = g'_1 = f'_1 s'_1, \quad s'_1 = \exp(-a'_1 z_1^2 + 2b'_1 z_1 + c'_1) \quad (\text{E.3})$$

avec

$$\begin{cases} a_1 = -\frac{jk_0}{2X_1} \\ b_1 = -\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a}{X_1} + \frac{\varepsilon X_1}{4} \right) = -\frac{jk_0}{2} \cot \theta_1 \\ c_1 = \frac{jk_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{E.4})$$

et

$$\begin{cases} a'_1 = -\frac{jk_0}{2X'_1} \\ b'_1 = -\frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'_1}{X'_1} + \frac{\varepsilon X'_1}{4} \right) = -\frac{jk_0}{2} \cot \theta'_1 \\ c'_1 = \frac{jk_0}{2} \left( \frac{z'^2_1}{X'_1} - \frac{\varepsilon X'_1 z'_1}{2} \right) \end{cases} \quad (\text{E.5})$$

$X'_1 = |x_1 - x'_1|$  est la distance horizontale entre le point du premier rebond et le point d'observation (entre les points d'intégration).

Après quelques simplifications qui suivent l'introduction des hypothèses concernant les variables aléatoires  $z_1$  et  $\gamma_1$ , comme dans le calcul des composantes cohérentes

des courants sur la surface, la moyenne statistique de l'Eq. (E.1) devient

$$M_{1,\text{sca}} = f_1 f_1' \langle s_1 \partial_{z_1} s_1' \rangle = f_1 f_1' \langle 2(-a_1' z_1 + b_1') s_1 s_1' \rangle \quad (\text{E.6})$$

puis

$$M_{1,\text{sca}} = j k_0 f_1 f_1' \left\langle \left( \frac{z_1}{X_1'} + \cot \theta_1' \right) e^u \right\rangle \quad (\text{E.7})$$

avec

$$u = -(a_1 + a_1') z_1^2 + 2(b_1 + b_1') z_1 + c_1 + c_1' = -a_{1,t} z_1^2 + 2b_{1,t} z_1 + c_{1,t} \quad (\text{E.8})$$

La moyenne statistique  $\langle e^u \rangle$  est

$$\langle e^u \rangle = \left\langle e^{-a_{1,t} z_1^2 + 2b_{1,t} z_1 + c_{1,t}} \right\rangle \quad (\text{E.9})$$

et finalement (pour une densité de probabilité des hauteurs supposée gaussienne)

$$\langle e^u \rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + 2a_{1,t} \sigma_z^2}} e^{c_{1,t} + \frac{2b_{1,t}^2 \sigma_z^2}{1 + 2a_{1,t} \sigma_z^2}} \approx e^{c_{1,t} + 2b_{1,t}^2 \sigma_z^2}. \quad (\text{E.10})$$

De plus, il faut déterminer  $\langle z_1 e^u \rangle$ . On a

$$\langle z_1 e^u \rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial b_{1,t}} \langle e^u \rangle = 2b_{1,t} \sigma_z^2 \langle e^u \rangle \quad (\text{E.11})$$

Enfin, à partir des Eqs. (E.4), (E.5), (E.7), (E.10) et (E.11), la moyenne statistique  $M_{1,\text{sca}}$  s'écrit

$$M_{1,\text{sca}} = -j k_0 f_1 f_1' \cot \theta_1' \left( 1 + \frac{j k_0 \sigma_z^2 \cot \theta_1 + \cot \theta_1'}{X_1' \cot \theta_1'} \right) \langle e^u \rangle \approx -j k_0 f_1 f_1' \cot \theta_1' \langle e^u \rangle \quad (\text{E.12})$$

avec  $\sigma_z \ll \sqrt{X_1'/k_0}$ .

A partir des Eqs. (4.62), (E.10) et (E.12), la composante cohérente du champ à l'ordre 1 s'écrit alors

$$\begin{aligned} \Psi_{\text{sca,coh}}^{(1)} &= -2j k_0 \int_{S_a} \int_{x_1} \psi_{\text{inc}}^a(\mathbf{r}_a) f_1 f_1' \cot \theta_1' e^{\frac{j k_0}{2} \left( \frac{z_a^2}{X_1'} - \frac{\varepsilon X_1 z_a}{2} \right)} e^{\frac{j k_0}{2} \left( \frac{z_1'^2}{X_1'} - \frac{\varepsilon X_1' z_1'}{2} \right)} \\ &\times \exp -(R_{a,1} + R_{a,1}')^2 dx_1 dS_a \end{aligned} \quad (\text{E.13})$$

où les coefficients  $R_{a,1}$  et  $R_{a,1}'$  sont donnés par

$$\begin{cases} R_{a,1} = \frac{k_0 \sigma_z \cot \theta_1}{\sqrt{2}} = \frac{k_0 \sigma_z}{\sqrt{2}} \left( \frac{z_a}{X_1'} + \frac{\varepsilon X_1}{4} \right) \\ R_{a,1}' = \frac{k_0 \sigma_z \cot \theta_1'}{\sqrt{2}} = \frac{k_0 \sigma_z}{\sqrt{2}} \left( \frac{z_1'}{X_1'} + \frac{\varepsilon X_1'}{4} \right) \end{cases} \quad (\text{E.14})$$

Les conditions  $k_0 \sigma_z^2 / |X_1| \ll 1$  et  $k_0 \sigma_z^2 / |X_1'| \ll 1$  sont supposées valides.

## Bibliographie

- [1] L.M. BREKHOVSKIKH. *Waves in Layered Media*. Academic Press, inc, 2 edition, 1980. [11](#), [38](#)
- [2] J.A. KONG. *Electromagnetic Wave Theory*. John Wiley & Sons, Inc, 1986. [19](#), [20](#)
- [3] M. BORN AND E. WOLF. *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 7 edition, 1999. [19](#), [50](#)
- [4] L. BOITHIAS. *Radiowave Propagation*. Mc Graw-Hill, 1987. [26](#), [27](#)
- [5] H. SIZUN. *Radio Wave Propagation for Telecommunication Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1 edition, 2005. [26](#)
- [6] E.K. SMITH AND S. WEINTRAUB. **The Constants in the Equation for Atmospheric Refractive Index at Radio Frequencies**. *Proceedings of the IRE*, **41**(8) :1035–1037, 1953. [27](#)
- [7] W.L. PATTERSON, C.P. HATTAN, H.V. HITNEY, R.A. PAULUS, A.E. BARRIOS, G.E. LINDEM, AND K.D. ANDERSON. **Engineer’s Refractive Effects Prediction System EREPS Revision 2.0**. Technical report, Naval Ocean Systems Center, San Diego, California, Febraury 1990. [27](#), [28](#)
- [8] I. SIRKOVA. **Propagation Factor and Path Loss Simulation Results for Two Rough Surface Reflection Coefficients Applied to the Microwave Ducting Propagation over the Sea**. *Progress In Electromagnetics Research M*, **17** :151–166, 2011. [27](#)
- [9] R.A. PAULUS. **Specification for Environmental Measurements to Asses Radar Sensors**. Technical report, Naval Ocean Systems Center, San Diego, California, November 1989. [27](#), [28](#), [30](#)
- [10] P. GERSTOFT, L.T. ROGERS, W.S. HODGKISS, AND L.J. WAGNER. **Refractivity estimation using multiple elevation angles**. *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, **28**(3) :513–525, July 2003. [28](#)



- [11] R. DOUVENOT, V. FABBRO, P. GERTSOFT, C. BOURLIER, AND J. SAILLARD. **A duct mapping method used least squares support vector machines.** *Radio Science*, **43**, 2008. 28
- [12] H.V. HITNEY, J.H. RICHTER, R.A. PAPPERT, K.D. ANDERSON, AND JR. BAUMGARTNER, G.B. **Tropospheric radio propagation assessment.** *Proceedings of the IEEE*, **73**(2) :265–283, 1985. 28
- [13] R. DOUVENOT. *Estimation des variations de l'indice de réfraction par inversion des échos radars de mer.* PhD thesis, Université de Nantes, 2008. 29
- [14] A.S. MONIN AND A.M. OBUKHOV. **A New Model of the Oceanic Evaporation Duct.** *Tr. Akad. Nauk SSSR Geophys. Inst.*, **24**(151) :163–187, 1954. 30
- [15] H. JESKE. **State and Limits of Prediction Methods of Radar Wave Propagation Conditions Over Sea.** In A. ZANCLA, editor, *Modern Topics in Microwave Propagation and Air-Sea Interaction*, **5** of NATO Advanced Study Institutes Series, pages 130–148. Springer Netherlands, 1973. 30
- [16] S.M. BABIN, S.Y. GEORGE, AND J.A. CARTON. **A New Model of the Oceanic Evaporation Duct.** *Journal of Applied Meteorology*, **36**(3) :193–204, March 1997. 30
- [17] R.A. PAULUS AND K.D. ANDERSON. **Application of an Evaporation Duct Climatology in the Littoral.** In *Proceedings of the Battlespace Atmospheric & Cloud Impact on Military Operations Conference*, 2000. 30
- [18] J.-P. ZHANG, Z.-S. WU, Q.-L. ZHU, AND B WANG. **A four-parameter m-profile model for the evaporation duct estimation from radar clutter.** *Progress In Electromagnetics Research*, **114** :353–368, 2011. 30
- [19] P.-O. LEYE. *Propagation radar au-dessus d'une surface de mer en visée rasante en présence d'un conduit.* Master's thesis, Ecole polytechnique de l'Université de Nantes, France, 2010. 30
- [20] A. KUKUSHKIN. *Radio Wave Propagation in the Marine Boundary Layer.* WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 1 edition, 2004. 30
- [21] H.W. FRÜCHTENICHT. **Notes on duct influences on Line-of-Sight Propagation.** *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **22**(2) :295–302, 1974. 38
- [22] H.W. FRÜCHTENICHT. *Atmosphärische Einflüsse auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen (cm-Band) über See innerhalb des radiooptischen Horizonts.* Hamburg : De Gruyter, 1971. 38

- [23] L. FEHLHABER. **Beitrag zur Ausbreitung der dm- und cm- Wellen über See.** Technical Report 5501, Fernmeldetechnisches Zentralamt der Deutschen Bundespost, Darmstadt, Germany, 1960. [38](#)
- [24] YU.A. KRAVTSOV AND YU.I. ORLOV. *Geometrical Optics for Inhomogeneous Media.* Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 1990. [39](#), [50](#)
- [25] L.M. BREKHOVSKIKH AND YU.P. LYSANOV. *Fundamentals of Ocean Acoustics.* Springer-Verlag New York, 2003. [40](#)
- [26] N. PINEL. *Étude des modèles asymptotiques de la diffusion des ondes électromagnétiques par des interfaces naturelles : application à une mer recouverte de pétrole.* PhD thesis, Université de Nantes, 2006. [40](#)
- [27] C. BOURLIER. *Rayonnement infrarouge d'une surface stochastique - Application au domaine océanique -.* PhD thesis, École polytechnique de l'Université de Nantes, 1999. [42](#)
- [28] F.T. ULABY, R.K. MOORE, AND A.K. FUNG. *Microwave Remote Sensing, Volume III From Theory to Applications.* Artech House Publishers, 1986. [42](#)
- [29] J.R. APEL. **An improved model of the ocean surface wave vector spectrum and its effects on radar backscatter.** *Journal of Geophysical Research : Oceans*, **99**(C8) :16269–16291, 1994. [42](#)
- [30] T. ELFOUHAILY, B. CHAPRON, K. KATSAROS, AND D. VANDEMARK. **A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves.** *Journal of Geophysical Research : Oceans*, **102**(C7) :15781–15796, 1997. [42](#), [43](#)
- [31] V. N. KUDRYAVTSEV, V. K. MAKIN, AND B. CHAPRON. **Coupled sea surface-atmosphere model : 2. Spectrum of short wind waves.** *Journal of Geophysical Research : Oceans*, **104**(C4) :7625–7639, 1999. [42](#)
- [32] V. KUDRYAVTSEV, D. AKIMOV, J. JOHANNESSEN, AND B. CHAPRON. **On radar imaging of current features : 1. Model and comparison with observations.** *Journal of Geophysical Research : Oceans*, **110**(C7), 2005. C07016. [42](#)
- [33] M.V. KOSNIK AND V.A. DULOV. **Extraction of short wind wave spectra from stereo images of the sea surface.** *Measurement Science and Technology*, **22**(1) :015504. [42](#)
- [34] A. BRINGER, C. GUERIN, B. CHAPRON, AND A.A. MOUCHE. **Peakedness Effects in Near-Nadir Radar Observations of the Sea Surface.** *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, **50**(9) :3293–3301, 2012. [42](#)

- [35] A. BRINGER, B. CHAPRON, A. MOUCHE, AND C.-A. GUERIN. **Revisiting the Short-Wave Spectrum of the Sea Surface in the Light of the Weighted Curvature Approximation.** *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, **52**(1) :679–689, 2014. [42](#)
- [36] C. BOURLIER AND G. BERGINC. **Microwave Analytical Backscattering Models from Randomly Rough Anisotropic Sea Surface - Comparison with Experimental data in C and Ku Bands.** *Progress In Electromagnetics Research*, **37** :31–78, 2002. [45](#), [75](#)
- [37] V. FABBRO, C. BOURLIER, AND P. COMBES. **Forward Propagation Modeling above Gaussian Rough Surfaces by the Parabolic Shadowing Effect.** *Progress in Electromagnetics Research*, **58** :243–269, 2006. [45](#), [57](#), [113](#)
- [38] J. OGILVY. *Theory of Wave Scattering from Random Surfaces.* Bristol and Philadelphia : Institute of Physics Publishing, 1991. [46](#), [57](#)
- [39] R.E. COLLIN. *Antennas and Radiowave Propagation.* McGraw-Hill, New York, 1985. [50](#)
- [40] J.R. WAIT. **Review of Mode Theory of Radio Propagation in Terrestrial Waveguides.** *Reviews of Geophysics*, **1**(4) :481–505, 1963. [50](#)
- [41] M.A. LEONTOVITCH AND V.A. FOCK. **Solution of the problem of propagation of electromagnetic waves along the Earth’s surface by the method of parabolic equation.** *Journal of Physics, USSR*, **19** :13–23, 1946. [51](#)
- [42] R.H. HARDIN AND F.D. TAPPERT. **Applications of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations.** *SIAM review*, **15** :423, 1973. [51](#)
- [43] G.D. DOCKERY. **Development and use of electromagnetic parabolic equation propagation models for U.S. navy applications.** *John Hopkins APL Technical Digest*, **19**(3) :283–292, 1998. [51](#)
- [44] I. SIRKOVA. **Brief review on PE method application to propagation channel modeling in sea environment.** *Central European Journal of Engineering*, **2**(1) :19–38, 2012. [51](#)
- [45] M. LEVY. *Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation.* IEE Electromagnetic Waves Series 45, UK, 2000. [51](#)
- [46] C. BOURLIER, H. LI, AND V. FABBRO. **LOT 2, T2.1 et T2.2 : Rapport d’étude sur le calcul du champ diffracté par une surface de mer en présence d’un conduit. Partie II.** Technical report, Projet RAPID PRORASEM, 2014. [52](#)

- [47] R.S. AWADALLAH. *Rough Surface Scattering and Propagation over Rough Terrain in Ducting Environments*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 1998. [53](#)
- [48] R.S. AWADALLAH AND G.S. BROWN. **Low-grazing angle scattering from rough surfaces in a duct formed by a linear-square refractive index profile**. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, **48**(9) :1461–1474, 2000. [53](#)
- [49] C. BOURLIER AND N. PINEL. **Spatial Green Function of a Constant Medium Overlying a Duct With Linear-Square Refractive Index Profile**. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, **61**(6) :3172–3181, 2013. [53](#)
- [50] M. ABRAMOWITZ AND I.A. STEGUN. *Handbook of Mathematical functions*. Dover Publications, New York, 1972. [53](#)
- [51] G.R. VALENZUELA. **Theories for the interaction of electromagnetic and oceanic waves - A review**. *Boundary-Layer Meteorology*, **13**(1) :61–85, 1978. [55](#)
- [52] A.G. VORONOVICH. *Wave Scattering from Rough Surfaces*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999. [55](#), [57](#)
- [53] J.W.S. RAILEIGH. *The Theory of Sound*. Dover, New York, 1945. [56](#)
- [54] S.O. RICE. **Reflection of EM waves from slightly rough surfaces**. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **4**(2-3) :351–378, 1951. [56](#)
- [55] L.M. BREKHOVSKIKH. **Difrakciya voln na nerovnoy poverhnosti : 1-2 (in Russian)**. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki*, **23**(3(9)) :275–304, 1952. [56](#)
- [56] M.A. ISAKOVICH. **Rasseyanie voln ot statisticheskoi sherohovatoy poverhnosti (in Russian)**. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki*, **23**(3(9)) :305–314, 1952. [56](#)
- [57] E.I. THORSOS AND D.R. JACKSON. **The validity of the perturbation approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum**. *Journal of the Acoustical Society of America*, **86**(1) :261–277, 1989. [56](#)
- [58] C. BOURLIER, BERGINC. G, AND J. SAILLARD. **Monostatic and bistatic statistical shadowing functions from a onedimensional stationary randomly rough surface according to the observation length : I. Single scattering**. *Waves in Random Media*, **12** :145–173, 2002. [57](#), [113](#)
- [59] C. BOURLIER, BERGINC. G, AND J. SAILLARD. **Monostatic and bistatic statistical shadowing functions from a onedimensional stationary randomly rough surface according to the observation length : II. Multiple scattering**. *Waves in Random Media*, **12** :175–200, 2002. [57](#), [113](#)

- [60] D.M. MILDER. **Surface shadowing at small grazing angle.** *Waves in Random Media*, **13**(2) :89–94, 2003. [57](#), [113](#)
- [61] N. PINEL, C. BOURLIER, AND J. SAILLARD. **Forward Radar Propagation over Oil Slicks on Sea Surfaces Using the Ament Model with Shadowing Effect.** *Progress in Electromagnetics Research*, **76** :95–126, 2007. [57](#), [59](#), [113](#)
- [62] P. BECKMANN AND A. SPIZZICHINO. *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces.* Oxford : Pergamon Press, 1963. [57](#)
- [63] F.G. BASS AND I.M. FUKS. *Wave scattering from statistically rough surfaces.* Oxford : Pergamon Press, 1978. [57](#), [67](#)
- [64] A. STOGRYN. **Electromagnetic scattering from rough, finitely conducting surfaces.** *Radio Science*, **2** :415–428, 1967. [57](#)
- [65] C. ECKART. **The scattering of sound from the sea surface.** *Journal of the Acoustical Society of America*, **25** :566–570, 1953. [57](#)
- [66] B.F. KUR'YANOV. **The scattering of sound at a rough surface with two types of irregularity.** *Soviet Physics - Acoustic*, **8** :252–257, 1963. [58](#)
- [67] T.M. ELFOUHAILY AND C.-A. GUÉRIN. **Topical review : A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces.** *Waves in Random Media*, **14**(4) :R1–R40, 2004. [58](#)
- [68] A.G. VORONOVICH. **Small-slope approximation in wave scattering by rough surfaces.** *Waves in Random Media*, **62** :65–70, 1985. [58](#)
- [69] A.G. VORONOVICH. **Small-slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces.** *Waves in Random Media*, **4**(3) :337–367, 1994. [58](#)
- [70] D.P. WINEBRENNER AND A. ISHIMARU. **Application of the phase-perturbation technique to randomly rough surfaces.** *Journal of Optical Science of America*, **2** :2285–2294, 1985. [58](#)
- [71] D.P. WINEBRENNER AND A. ISHIMARU. **Investigation of a surface field phase perturbation technique for scattering from rough surfaces.** *Radio Science*, **20**(2) :161–170, 1985. [58](#)
- [72] E. BAHAR. **Depolarisation of electromagnetic waves excited by distributions of electric and magnetic sources in inhomogeneous multilayered structures of arbitrarily varying thickness. Full wave solutions.** *Journal of Mathematical Physics*, **14** :1510–1515, 1973. [58](#)

- [73] E. BAHAR AND G. RAJAN. **Depolarization and scattering of electromagnetic waves by irregular boundaries for arbitrary incident and scatter angles full-wave solutions.** *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **AP-27** :214–225, 1979. 58
- [74] A.K. FUNG, Z. LI, AND K.S. CHEN. **Backscattering from a randomly rough dielectric surface.** *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, **30**(2) :356–369, 1992. 58
- [75] A.K. FUNG. *Microwave scattering and emission models and their applications.* Boston - London : Artech House, 1994. 58
- [76] W.S. AMENT. **Toward a Theory of Reflection by a Rough Surface.** *Proceedings of the IRE*, **41**(1) :142–146, 1953. 58, 65, 81
- [77] R.M. BROWN AND A.R. MILLER. **Geometric-optics theory for coherent scattering of microwaves from the ocean surface.** Technical report, Naval Research Laboratory, Washington, D.C., June 1974. 59
- [78] A.R. MILLER, R.M. BROWN, AND E. VEGH. **New derivation for the rough-surface reflection coefficient and for the distribution of sea-wave elevations.** *Microwaves, Optics and Antennas, IEE Proceedings H*, **131**(2) :114–116, 1984. 59
- [79] R.S. AWADALLAH, M.T. LAMAR, AND J.R. KUTTLER. **An accelerated boundary integral equation scheme for propagation over the ocean surface.** *Radio Science*, **37**(5) :8–1–8–16, 2002. 59
- [80] D.E. FREUND, N.E. WOODS, H.-C. KU, AND R.S. AWADALLAH. **Forward radar propagation over a rough sea surface : A numerical assessment of the Miller-Brown approximation using a horizontally polarized 3-Ghz line source.** *Antenna and Propagation, IEEE Transactions on*, **54**(4) :1292–1304, 2006. 59, 114
- [81] D.E. FREUND, N.E. WOODS, H.-C. KU, AND R.S. AWADALLAH. **The effects of shadowing on modelling forward radar propagation over a rough sea surface.** *Waves in Random and Complex Media*, **18**(3) :387–408, 2008. 59, 114
- [82] T.S. HRISTOV, K.D. ANDERSON, AND C.A. FRIEHE. **Scattering Properties of the Ocean Surface : The Miller-Brown-Vegh Model Revisited.** *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, **56**(4) :1103–1109, 2008. 59
- [83] L. TSANG, J.A. KONG, DING K.-H., AND AO C.O. *Scattering of electromagnetic Waves : Numerical simulations.* Wiley Interscience, New York, 2001. 60
- [84] C. BOURLIER, N. PINEL, AND G. KUBICKÉ. *Method of moments for 2d scattering problems. Basic concepts and applications.* FOCUS SERIES in WAVES, Wiley-ISTE, 2013. 60, 62

- [85] C. BOURLIER, S. BELLEZ, H. LI, AND G. KUBICKÉ. **Iterative method combined with ACA : an efficient technique for the scattering from large highly conducting rough sea surface.** *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, **63**(2) :659–666, 2015. [62](#), [63](#), [64](#)
- [86] N. PINEL AND C. BOURLIER. *Electromagnetic Wave Scattering from Random Rough Surfaces : Asymptotic Models.* FOCUS SERIES in WAVES, Wiley-ISTE, 2013. [65](#)
- [87] M.A. LEONTOVICH. *Issledovaniya po rasprostraneniyu radiovoln, sb. 2.* Printing House of the Academy of Sciences, Moscow, 1948. [66](#)
- [88] C. BOURLIER, H. LI, AND N. PINEL. **Low-Grazing Angle Propagation and Scattering Above the Sea Surface in the Presence of a Duct Jointly Solved by Boundary Integral Equations.** *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, **63**(2) :667–677, 2015. [67](#), [70](#)
- [89] J.V. TOPORKOV, R.S. AWADALLAH, AND G.S. BROWN. **Issues related to the use of a Gaussian like incident field for low-grazing-angle scattering.** *Journal of the Optical Society of America*, (2) :176–187, 1999. [70](#), [129](#)
- [90] B.J. USCINSKI. **Sound propagation with a linear sound-speed profile over a rough surface.** *J. Acoust. Soc. Am*, **94**(1) :491–498, 1993. [72](#)
- [91] I.M. FUKS, V.I. TATARSKII, AND D.E. BARRICK. **Behaviour of scattering from a rough surface at small grazing angles.** *Waves in Random Media*, **9**(3), 1999. [114](#), [115](#)
- [92] A. ISHIMARU, J. D. ROCKWAY, AND Y. KUGA. **Rough Surface Green’s Function based on the First-order Modified Perturbation and Smoothed Diagram Methods.** *Waves in Random Media*, **10**, 2000. [114](#)
- [93] Y. BRELET AND C. BOURLIER. **SPM Numerical Results from an Effective Surface Impedance for a One-dimensional Perfectly-conducting Rough Surface.** *Progress in Electromagnetics Research*, **81**, 2008. [114](#), [115](#)
- [94] F.G. BASS. **Boundary conditions for a mean electromagnetic field on a surface with random irregularities and with impedance fluctuations.** *Izv. Vuzov, Radiofizika 3*, (1), 1960. [114](#)
- [95] S. ITO. **Analysis of scalar wave scattering from slightly rough random surfaces : A multiple scattering theory.** *Radio Science*, **20**(1), 1985. [114](#)
- [96] J.H. NAKAYAMA, H. OGURA, AND B. MATSUMOTO. **A probabilistic theory of scattering from a random rough surface.** *Radio Science*, **15**(6), 1980. [114](#)





# Thèse de Doctorat

Dušan CVETKOVIĆ

Equation parabolique hybridée à l'optique physique  
pour le calcul de la propagation et de la diffusion dans un environnement maritime

A hybrid parabolic equation-physical optics method for the propagation  
and scattering in a marine environment

## Résumé

L'objectif de cette thèse est d'évaluer le champ diffracté par une surface de mer rugueuse en présence d'un conduit, lorsque la surface est illuminée par un radar côtier en visée rasante. La configuration bi-statique pour laquelle l'émetteur et le récepteur sont délocalisés et dans le conduit est particulièrement étudiée. Pour une telle configuration, le conduit d'évaporation, qui se manifeste par des variations du profil d'indice de réfraction avec la hauteur au voisinage de la surface, peut influencer significativement les performances du système radar. C'est un problème à la fois de propagation et de diffraction, avec la difficulté supplémentaire que les incidences sont rasantes.

Cette thèse vise à développer une méthode approchée (dite asymptotique) pour résoudre conjointement la diffraction par la surface de mer et la propagation dans le conduit. La méthode développée est basée sur l'approximation de l'optique physique (PO) et permet de calculer les composantes cohérentes et incohérentes des courants sur la surface rugueuse et du champ diffusé dans le conduit. Pour la composante cohérente, le modèle classique dit d'Ament est alors étendu à des rebonds multiples sur la surface et à un conduit dont le profil d'indice de réfraction suit une loi affine. De plus, les résultats sont comparés avec une méthode rigoureuse basée sur la méthode des moments. Afin de corriger le modèle de la PO en polarisation verticale, l'impédance effective, obtenue à partir de la méthode des petites perturbations, est alors introduite.

## Mots clés

Propagation dans un conduit, Surface rugueuse de mer, Diffusion électromagnétique, Optique physique, Equation parabolique, Impédance effective.

## Abstract

The aim of this thesis is to estimate the field scattered by a rough sea surface in the presence of a duct. The surface is illuminated by a coastal radar under low grazing incidence. The case of a bistatic configuration, for which both transmitter and receiver **are located in the duct, is particularly studied. For such a configuration, an evaporation duct, characterised by the vertical variations of the refraction index profile in the vicinity of the sea surface**, can strongly affect the radar system performances. Thus, this is a problem of propagation and scattering under low grazing incidences.

This thesis aims to develop an approximate method (asymptotic) to jointly solve the scattering caused by the sea surface and the propagation within the duct. The studied method is based on the physical optics (PO) approximation. It allows us to calculate the coherent and the incoherent components of the currents on a rough surface and the field scattered inside the duct. For the coherent component, a classical model introduced by Ament is hence extended to multiple rebounds from the surface and for a duct with a linear-square refraction index profile. In addition, the results are compared with a rigorous method based on Method of Moments. Finally, the effective impedance, derived from the Small Perturbation Method, is introduced in order to correct the PO-based model for the vertical polarisation.

## Key Words

Propagation in ducts, Rough sea surface, Electromagnetic Scattering, Physical optics, Parabolic Wave Equation, Effective impedance.