

Habilitation à Diriger des Recherches

Diffusion électromagnétique par des interfaces rugueuses
séparées par des milieux homogènes:
Application à la télédétection océanique microondes et infrarouge

TOME 1

Christophe BOURLIER
Chargé de Recherche CNRS à IREENA, Nantes

11 septembre 2007

Remerciements

J'adresse tout d'abord mes remerciements à Monsieur le Professeur Joseph Saillard, qui fut mon directeur de thèse, et qui m'a fait confiance tout au long de ces dix dernières années en me donnant les moyens de développer ma recherche dans de très bonnes conditions. Je remercie également Monsieur le Professeur Serge Toutain, Directeur du laboratoire IREENA, qui grâce à son soutien, m'a permis de devenir en 2002 Chargé de Recherche au sein du CNRS.

Je tiens à remercier vivement Messieurs Claude Amra, Directeur de Recherche au CNRS, le Professeur Jean-Louis Izbicki et le Professeur Marc Saillard, qui m'ont fait l'honneur de rapporter ce travail.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur Walid Tabarra, pour avoir accepté de présider le jury. J'ai été très heureux que Monsieur Jin Au Kong, Professeur au MIT, ait accepté de participer à ce jury. J'adresse également mes plus sincères remerciements à Monsieur Gérard Berginc, Responsable de Recherche à Thales Optronique et avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler, et aux Messieurs Bertrand Chapron, Chercheur à IFREMER, et Yvonick Hurtaud, Responsable de Recherche au CELAR, pour avoir examiné ce travail.

J'adresse mes remerciements aux étudiants que j'ai encadrés et que j'encadre, et plus particulièrement à Nicolas Déchamps et Nicolas Pinel, avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler, et Yohann Brelet, Gildas Kubické et Rémi Douvenot avec qui j'ai également beaucoup de plaisir à travailler. Nos échanges scientifiques m'ont permis d'approfondir et d'élargir mes connaissances dans le domaine de l'électromagnétisme.

Merci aux collègues que j'ai cotoyés au laboratoire pour leur bonne humeur et leur franchise.

Enfin un grand merci aux personnes qui ont contribué à leur manière à l'obtention de mon HDR, tout particulièrement à mes parents, beaux-parents, amis, et à Marie, celle qui partage ma vie. Je la remercie affectueusement pour avoir eu le courage de lire ce mémoire.

Table des matières

Notice Individuelle	i
Identité	i
Formation universitaire	ii
Cursus professionnel	ii
Activités administratives et collectives (responsabilités, animations, organisation et rayonnement)	ii
Résumé des travaux de recherche	v
Enseignement	vii
Electromagnétisme	vii
Mathématiques	viii
Electronique	viii
Informatique	ix
Bilan	ix
Publications	xi
Publications dans des revues internationales avec comité de lecture	xi
Publications dans des conférences internationales avec comité de sélection et publication des actes	xiii
Publications dans des conférences nationales avec comité de sélection et publication des actes	xvi
Présentation à des journées scientifiques	xvii
Rapports de recherches et de contrats industriels	xvii
Encadrements	xix
Encadrements de thèse	xix
Encadrements de stage de Master Recherche	xix
Encadrements d'élèves-ingénieurs	xx

I Synthèse des travaux de recherche : introduction générale	1
I.1 Contexte	1
I.2 Méthodologie de résolution	2
I.2.1 Introduction	2
I.2.2 Panorama non exhaustif des méthodes asymptotiques	3
I.2.3 Panorama non exhaustif des méthodes rigoureuses	5
I.3 Travaux de recherche	6
I.3.1 Cas d'une simple interface rugueuse	6
I.3.2 Cas de deux interfaces rugueuses	10
II Rayonnement infrarouge d'une surface de mer	13
II.1 Introduction	13
II.2 Fonction d'illumination	14
II.2.1 Surface 1D en configuration monostatique	14
II.2.1.1 Définition	14
II.2.1.2 Cas d'un processus décorréolé quelconque	15
II.2.1.3 Cas d'un processus corrélé gaussien centré	19
II.2.1.4 Simulations	20
II.2.1.5 Conclusion	22
II.2.2 Surface 1D en configuration bistatique	23
II.2.2.1 Définition	23
II.2.2.2 Cas d'un processus décorréolé quelconque	24
II.2.2.3 Cas d'un processus corrélé gaussien centré	26
II.2.2.4 Simulations	27
II.2.2.5 Cas où le récepteur est au-dessous de la surface	29
II.2.2.6 Conclusion	32
II.2.3 Surface 2D en configuration monostatique	32
II.2.3.1 Cas d'un processus décorréolé quelconque	33
II.2.3.2 Cas d'un processus corrélé gaussien	35
II.2.3.3 Simulations	36
II.2.3.4 Conclusion	36
II.2.4 Surface 2D en configuration bistatique	37
II.2.5 Prise en compte des réflexions multiples	39
II.2.5.1 Introduction	39
II.2.5.2 Surface 1D en configuration monostatique	40

II.2.5.3	Simulations	41
II.2.5.4	Discussion	44
II.2.5.5	Extension au cas bistatique et à une surface 2D	44
II.2.6	Conclusion	45
II.3	Emissivité et réflectivité avec ombre de la mer dans le domaine infrarouge	46
II.3.1	Introduction	46
II.3.2	Emissivité non polarisée	47
II.3.2.1	Emissivité du premier ordre	48
II.3.2.2	Emissivité avec multiple réflexion	56
II.3.3	Réflectivité non polarisée	59
II.3.3.1	Réflectivité du premier ordre	59
II.3.3.2	Simulations pour une DDP des pentes gaussienne	60
II.3.3.3	Discussion	61
II.3.4	Prise en compte de la résolution du capteur	63
II.3.4.1	Position du problème	63
II.3.4.2	Solution envisagée	64
II.3.5	Simulation	65
II.3.6	Conclusion	65

III Diffusion électromagnétique par une simple interface rugueuse : méthodes asymptotiques **69**

III.1	Introduction	69
III.2	Approximation de Kirchhoff	70
III.2.1	Introduction	70
III.2.2	Approximation de Kirchhoff du premier ordre	72
III.2.2.1	Expression du champ diffracté dans le milieu incident	72
III.2.2.2	Coefficient de rétrodiffusion incohérent	75
III.2.2.3	Approximations de la phase stationnaire et de l'optique géométrique	78
III.2.2.4	Simulations	79
III.2.2.5	Conclusion	81
III.2.3	Approximation de Kirchhoff du second ordre	81
III.2.3.1	Introduction	81
III.2.3.2	Expression du champ diffracté	82
III.2.3.3	Coefficient de diffusion incohérent du premier ordre sous l'AOG	85
III.2.3.4	Coefficient de diffusion incohérent du second ordre sous l'AOG	86

III.2.3.5	Discussion sur le calcul de la longueur horizontale L_m	89
III.2.3.6	Simulations pour une DDP gaussienne centrée	92
III.2.3.7	Conclusion	97
III.3	Modèles unifiés pour la rétrodiffusion par une surface de mer	99
III.3.1	Modèles SSA, WCA et LCA	100
III.3.1.1	Modèle SSA	101
III.3.1.2	Modèle WCA	102
III.3.1.3	Modèle LCA	102
III.3.2	Coefficients de diffusion incohérents d'une surface 2D de statistique gaussienne	103
III.3.2.1	Modèle SSA	103
III.3.2.2	Modèle WCA	105
III.3.2.3	LCA	107
III.3.2.4	Simulations sur une surface de mer 1D	107
III.3.3	Coefficient de diffusion incohérent du SSA du <i>premier ordre</i> d'une surface de mer anisotrope de statistique non gaussienne	112
III.3.3.1	Introduction	113
III.3.3.2	Calcul des moments statistiques supérieurs à deux	114
III.3.3.3	Coefficient de diffusion incohérent bistatique	119
III.3.3.4	Simulations en monostatique et comparaison avec des mesures	120
III.3.4	Conclusion	122
III.4	Diffusion sous incidences rasantes	125
III.4.1	DDP des hauteurs des points illuminés	126
III.4.2	Coefficient de réflexion de Ament avec ombre	129
III.4.3	Simulation	130
III.4.4	Facteur de propagation avec conduit d'évaporation	133
III.4.5	Conclusion	133

IV Diffusion électromagnétique par une simple interface 1D rugueuse : méthodes rigoureuses rapides **137**

IV.1	Introduction	137
IV.2	Méthode des moments appliquée à une interface rugueuse	139
IV.2.1	Rappels des équations intégrales	139
IV.2.2	Condition d'impédance sur la surface	140
IV.2.3	Méthode des moments	140
IV.2.4	Coefficient de diffusion	142

IV.3 Méthodes dites exactes et rapides	143
IV.3.1 Introduction	143
IV.3.2 Method of Ordered Multiple Interactions : MOMI	144
IV.3.2.1 Cas parfaitement conducteur	144
IV.3.2.2 Simulations	147
IV.3.2.3 Cas Diélectrique	149
IV.3.3 Banded Matrix Iterative Approach + CAnonical Grid : BMIA/CAG	150
IV.3.3.1 Cas parfaitement conducteur en TE	150
IV.3.3.2 Cas parfaitement conducteur en TM	152
IV.3.3.3 Complexité de la méthode	153
IV.3.3.4 Simulations	154
IV.3.3.5 Cas diélectrique	156
IV.3.4 Forward-Backward : FB	156
IV.3.5 Forward-Backward + Novel Spectral Acceleration : FB-NSA	159
IV.3.5.1 Condition aux limites de Dirichlet	160
IV.3.5.2 Condition aux limites de Neumann	167
IV.3.5.3 Simulations	169
IV.3.5.4 Cas diélectrique	171
IV.4 Conclusion	171
V Diffusion électromagnétique par une couche rugueuse homogène	175
V.1 Méthode exacte rapide	176
V.1.1 Equations intégrales et méthode des moments	176
V.1.2 Méthode PILE	180
V.1.2.1 Introduction	180
V.1.2.2 Algorithme itératif proposé : méthode PILE	180
V.1.2.3 Complexité de la méthode	182
V.1.2.4 Domaine de validité	183
V.1.3 Résultats numériques	184
V.1.3.1 Comparaison avec la référence [67]	184
V.1.3.2 Comparaison avec la référence [145]	186
V.1.3.3 Comparaison avec la référence [199]	189
V.1.3.4 Temps de calcul	190
V.1.4 Conclusion	191
V.2 Méthode asymptotique : approximation de l'optique géométrique	191

V.2.1	Cas d'une couche rugueuse 1D	193
V.2.1.1	Résumé de la méthode	193
V.2.1.2	Cas coïncident et anticoïncident	194
V.2.1.3	Cas des milieux à pertes	195
V.2.1.4	Propriétés physiques du modèle	196
V.2.1.5	Simulations	196
V.2.2	Cas d'une couche rugueuse 2D	202
V.2.2.1	Introduction	202
V.2.2.2	Expressions des champs diffractés	202
V.2.2.3	Coefficients de diffusion incohérents	205
V.2.2.4	Résultats numériques	206
V.2.3	Conclusion	208
VI	Conclusion et perspectives	209
	Conclusion et perspectives	209
	Bibliographie	217
A	Article de la référence [84]	I
B	Article de la référence [85]	III
C	Article de la référence [96]	V
D	Article de la référence [92]	VII
E	Article de la référence [91]	IX
F	Article de la référence [24]	XI
G	Article de la référence [109]	XIII
H	Article de la référence [16]	XV
I	Article de la référence [183]	XVII
J	Article de la référence [76]	XIX
K	Article de la référence [200]	XXI

L Article de la référence [138]

XXIII

TABLE DES MATIÈRES

Notice Individuelle

Sommaire

Identité	i
Formation universitaire	ii
Cursus professionnel	ii
Activités administratives et collectives (responsabilités, animations, organisation et rayonnement)	ii
Résumé des travaux de recherche	v

Identité

Nom : Bourlier

Prénom : Christophe

Date et lieu de Naissance : 06/07/1971, à La Flèche (72, Sarthe)

Fonction : Chargé de Recherche CNRS première classe à l'IREENA¹

Adresse professionnelle :

Laboratoire IREENA, Equipe Radar

Polytech'Nantes²

Rue Christian Pauc, La Chantrerie, BP 50609

44306 Nantes Cedex 3, France

Tel : (33) 2 40 68 32 25

Fax : (33) 2 40 68 32 33

Email : christophe.bourlier@univ-nantes.fr

Site web : <http://www.polytech.univ-nantes.fr/ireena/pagesperso/bourlier/index.htm>

¹IREENA : Institut de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Nantes Atlantique créé le 1^{er} janvier 2004.

²Ecole polytechnique de l'université de Nantes créée en janvier 2000.

Formation universitaire

1996-1999 : thèse de Doctorat, Spécialité Electronique, Université de Nantes à l'IRESTE³ (nom actuel, Polytech'Nantes), sous les directions de G. Berginc⁴ et J. Saillard : "Rayonnement infrarouge d'une surface stochastique - Application au domaine océanique", soutenue le 16 décembre 1999, devant le jury composé de W. Tabbara (président), P. F. Combes (rapporteur), J. Lotrian (rapporteur), G. Berginc (examinateur) et J. Saillard (examinateur). Mention très honorable avec les félicitations du jury.

1995-1996 : Diplôme d'Etudes Approfondies en "Electronique", INSA, Université de Rennes1. Mention bien.

1994-1995 : Maîtrise de Physique, Université du Maine, Le Mans. Mention à Bien.

1993-1994 : Licence de Physique, Université du Maine, Le Mans.

1992-1993 : DUT Mesures Physiques, Option Techniques Instrumentales, IUT de Caen.

Cursus professionnel

Oct. 2002 : Chargé de Recherche deuxième classe (CR2) à l'IRCCyN⁵. Depuis le 1^{er} janvier 2004, mis à la disposition de l'Université de Nantes à l'IREENA. Depuis le premier octobre 2006, Chargé de Recherche première classe (CR1).

2001-2002 : CDD de recherche CNRS à l'IRCCyN.

2000-2001 : ingénieur de Recherche sur contrat à Polytech'Nantes.

Depuis **2000** : vacataire à Polytech'Nantes.

1999-2000 : Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche (demi-poste), à l'IRESTE, Université de Nantes.

Depuis **1997** : vacataire à l'EMN⁶.

1996-1999 : thèse de Doctorat.

1995-1996 : service national en tant que secrétaire du commandement à Taverny.

1995 : stage de D.E.A., sous la direction du Professeur L. Bertel, "Etude du couplage entre antennes fonctionnant dans des gammes de fréquences différentes en présence du sol", au sein du laboratoire de Radiocommunications, Université de Rennes1.

Activités administratives et collectives (responsabilités, animations, organisation et rayonnement)

Depuis **janvier 2006** : membre nommé à la Commission Nationale Universitaire (CNU) en 63^{ème} section.

³IRESTE : Institut de Recherche et d'Enseignement Supérieur aux Techniques de l'Electrotechnique créé en 1986 et remplacé par Polytech'Nantes en janvier 2000.

⁴Ingénieur à THALES Optronique.

⁵IRCCyN : Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes - UMR CNRS 6597.

⁶EMN : Ecole des Mines de Nantes.

Depuis **novembre 2005** : responsable du suivi de thèse au sein du laboratoire sur le site de la Chantrerie.

2005 : participation à l'organisation des Journées Nationales Microondes se déroulant du 11 au 13 mai à Nantes.

Depuis **avril 2004** : membre suppléant à la commission des Spécialistes 63/30^{èmes} sections de l'Université de Nantes et depuis 2007 membre titulaire.

Depuis **janvier 2002** : membre nommé au conseil du laboratoire.

Depuis **janvier 2000** : animateur du thème "Diffusion électromagnétique par des interfaces rugueuses" dans l'équipe Radar.

Collaborations académiques

Depuis **juin 2005** : collaboration avec R. Vauzelle (Equipe OIC du Laboratoire SIC, Poitiers, UMR). Thème : prise en compte de la rugosité des murs pour la propagation indoor. Ceci fait a l'objet de la thèse de Y. Cocheril intitulée "Prise en compte de la diffusion sur des surfaces rugueuses dans une simulation du canal radioélectrique", soutenue le 20 novembre 2006.

Depuis **avril 2002** : collaboration avec V. Fabbro (ONERA/DEMR, Toulouse). Thème : prise en compte de l'ombrage dans le calcul du facteur de propagation d'une surface de mer en propagation avant et sous des incidences très proches de l'horizontale.

Juin-juillet 2005 : collaboration avec S. Allain (Equipe SAPHIR du Laboratoire IETR, Rennes, UMR 6164). Thème : calcul de la diffusion électromagnétique par des sols en rétrodiffusion. Ceci a fait l'objet d'un séjour de 3 semaines à Rennes. Cette expérience devrait se renouveler prochainement.

2004 : collaboration avec T. Elfouhaily (IRPHE, Marseille, UMR 6594) et J. T. Johnson (Department of Electrical Engineering, The Ohio State University, Columbus, USA). Thème : mise en oeuvre de modèles électromagnétiques prenant en compte les réflexions multiples. Ce travail à conduit à la publication d'un article dans la revue *Waves in Random Media* en 2004.

Reviewer

2006 : deux fois reviewer dans la revue *Waves in Random and Complex Media*.

2006 : reviewer pour le colloque *EUCAP*.

2006 : reviewer dans la revue *Applied Optics*.

2005 : reviewer dans la revue *Applied Optics*.

2005 : reviewer pour le colloque *EuMW/EuRAD*.

Depuis 2006 : membre du comité de lecture des colloques JNM et EuCAP.

2004 : reviewer dans la revue *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*.

2004 : reviewer dans la revue *Waves in Random Media*.

2003 : reviewer dans la revue *Waves in Random Media*.

2003 : deux fois reviewer dans la revue *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*.

2002 : deux fois reviewer dans la revue *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*.

2002 : reviewer dans la revue *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*.

2001 : reviewer dans la revue *IEICE Transactions Electronics*.

Participations à des jurys

2006 : membre du jury de la thèse de N. Pinel intitulée *Etude de modèle asymptotiques de la diffusion des ondes électromagnétiques par des interfaces naturelles - Application à une mer recouverte de pétrole* soutenue le 16 octobre 2006 à Nantes. Université de Nantes en Sciences et Technologies de l'Information et des Matériaux.

2006 : membre du jury de la thèse de Y. Cocheril intitulée *Prise en compte de la diffusion sur des surfaces rugueuses dans une simulation du canal radioélectrique* soutenue le 30 novembre 2006 à Poitiers. Université de Poitiers en Sciences pour l'Ingénieur.

2005 : membre du jury de la thèse de A. Mouche intitulée *Apport de la double polarisation pour l'étude expérimentale et théorique de la section efficace radar de la surface océanique* soutenue le 2 décembre 2005 au CETP. Université de Versailles Saint-Quentin-En-Yvelines en Méthodes Physiques en Télédétection.

2004 : membre du jury de la thèse de N. Déchamps intitulée *Diffusion électromagnétique par des surfaces naturelles. Etude de méthodes numériques* soutenue le 10 décembre 2004. Université de Nantes en Sciences et Technologies de l'Information et des Matériaux.

2003 : membre du jury de la thèse de N. Guillet intitulée *Diffusion par une cible complexe d'une onde électromagnétique se propageant en milieu hétérogène au-dessus d'une surface irrégulière* soutenue le 30 septembre 2003 à l'ONERA. Université Paul Sabatier Toulouse en Electronique-Microondes.

2001 : membre du jury de la thèse de A. Soubret intitulée *Diffusion des ondes électromagnétiques par des milieux et des surfaces aléatoires : Etude des effets cohérents dans le champ diffusé* soutenue le 20 décembre 2001 à Luminy (Centre de Physique théorique). Université de la Méditerranée-Aix Marseille II en Physique des particules, Physique mathématique et Modélisation.

2004 : co-chairman avec G. Berginc au colloque PIERS (Boston) dans la session intitulée *Surface and Volume scattering*.

Enseignement

Depuis **septembre 2003**, responsable de l'enseignement en mathématiques *Accueil scientifique : Analyse* en première année de SEII⁷ à Polytech'Nantes.

Depuis **octobre 2004**, responsable du module optionnel d'électromagnétisme *Diffraction électromagnétique par des obstacles* du MASTER2 Recherche *Systèmes Electroniques et Génie Electrique* à Nantes.

⁷SEII : Systèmes Electroniques et Informatique Industrielle.

Activités liées au GDR Ondes

2001-2002 : participation à l'Action Spécifique *Imagerie et Physique* animée par P. Refrégier et notamment dans la partie *Electromagnétisme/Surface océanique* animée par R. Garello et plus particulièrement sur le thème *Diffusion électromagnétique par des surfaces rugueuses*.

2003-2004 : participation à l'Action Spécifique *Influence d'environnements rugueux sur la propagation des ondes électromagnétiques* animée par A. Reinex.

2003-2004 : participation à l'Equipe Projet Multi-Laboratoires (EPML) intitulée *Modélisation et simulation de surfaces (rugueuses) de l'océan vues par radar SAR* animée par R. Garello. Cette EPML a été acceptée par le RTP 50 *STIC et environnement* fin 2003, mais en 2004 elle a été annulée car le RTP associé a été dissout.

2003-2006 : participation (sous forme de présentation orale ou d'affiche) à 5 journées organisées par le groupe thématique 1 (modélisation des phénomènes de diffraction et de propagation électromagnétique et acoustique) du GDR ondes.

Résumé des travaux de recherche

Production scientifique :

- 29 articles en revue.
- 41 communications à des conférences internationales avec actes.
- 10 communications à des conférences nationales avec actes.
- 5 communications dans le cadre du GDR Ondes et 3 aux journées d'études OCOSS.
- 12 rapports de contrat.

Encadrement de chercheurs :

- 5 thèses dont 2 soutenues.
- 7 stages de Master Recherche.
- 4 stages d'élèves ingénieurs.

Enseignement

Sommaire

Electromagnétisme	vii
Mathématiques	viii
Electronique	viii
Informatique	ix
Bilan	ix

Depuis 1997, je suis vacataire à l'Ecole des Mines de Nantes (EMN) et depuis 2000 à Polytech'Nantes au sein du département Systèmes Electroniques et Informatique Industrielle (SEII). Dans le département SEII, Polytech'Nantes recrute à Bac+2 et forme des ingénieurs en informatique et électronique. L'EMN recrute à Bac+1 et forme des ingénieurs pluridisciplinaires. J'ai également bénéficié d'un demi-poste d'ATER durant l'année 1999-2000.

L'enseignement que j'effectue en Cours Magistral (CM), en Travaux Dirigés (TD) et en Travaux Pratiques (TP) peut être réparti en quatre catégories : électromagnétisme, mathématiques, électronique et informatique.

Electromagnétisme

• Depuis **octobre 2004** : responsable du module optionnel d'électromagnétisme *Diffraction électromagnétique par des obstacles* du MASTER2 Recherche *Systèmes Electroniques et Génie Electrique* à Nantes. Ce cours est composé de 4 chapitres qui traitent de la :

- propagation en espace libre (rappel des équations de Maxwell, régimes harmoniques, conditions aux limites, onde plane),
- diffraction par un objet en régime harmonique (fonction de Green, introduction des équations intégrales de surface),
- résolution des équations intégrales (cas d'objets de formes simples, approximations de Born et de Kirchhoff, méthode des moments),
- diffraction par des surfaces rugueuses.

J'ai rédigé un polycopié de 131 pages composé du cours et d'exercices. Ceci correspond à 12 heures de CM par an. Soit au total **36 heures CM**.

Depuis cette année, j'effectue le même enseignement en anglais dans le MASTER2 dédié aux étudiants chinois.

• **2001-2004** : propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu fini (théorie des lignes, guide d'onde en hyperfréquence, abaque de Smith) et introduction aux antennes

(rayonnement d'une ouverture, réseau, adaptation). Ceci correspond à 12 heures de TD par an dispensés à des élèves Bac+4 de Polytech'Nantes. Soit au total **36 heures TD**.

- **1997-1999** : électrostatique et magnétostatique (théorèmes d'Ampère et de Gauss, induction électromagnétique, ferromagnétisme). Ceci correspond à 7.5 heures de TD par an dispensés à des élèves Bac+2 de l'EMN. J'ai eu la charge de rédiger un sujet de TD. Soit au total **15 heures TD**.

- **1997-1999** : encadrement de 6 TP intitulés *Diffraction et interférences des ultrasons, Etude d'un matériau ferromagnétique, Propagation dans un guide d'onde, Théorème d'Ampère, Induction électromagnétique et Cuve électrolytique* dispensés à des élèves Bac+2 et Bac+3 de l'EMN. Soit au total **68 heures TP**.

Mathématiques

- Depuis **septembre 2003** : responsable de l'enseignement en mathématiques *Accueil scientifique : Analyse* en première année de SEII à Polytech'Nantes. Le but de ce cours est de mettre à niveau les élèves de première année provenant de BTS et de DUT en analyse. Ce cours est composé de 4 chapitres qui traitent :

- des fonctions à une seule variable réelle (limite, continuité, dérivée, intégrale et équation différentielle),
- des fonctions à plusieurs variables réelles (limite, continuité, dérivées partielles, développement limité, extremum, intégrales curvilignes, intégrales double et triple, équation aux dérivées partielles),
- des opérateurs différentiels (divergence, rotationnel, gradient, laplacien et leurs applications en physique),
- des courbes paramétriques dans le plan et dans l'espace (non enseigné pour faute de temps).

J'ai rédigé un polycopié de 92 pages composé du cours et d'exercices, corrigés durant les 6 TD. Ceci correspond à 12 heures de CM et 9 heures de TD par an. Soit au total **48 heures CM** et **36 heures TD**.

- **2001-2002** : introduction au traitement du signal (transformée et série de Fourier, transformées de Laplace et en z , théorème d'échantillonnage, signaux aléatoires). TD dispensés à des élèves Bac+3 de l'EMN. Soit au total **15 heures TD**.

Electronique

- Depuis **novembre 2005**, j'assure le module *Apprentissage par l'Action en sciences physiques* dispensé à des élèves Bac+2 de l'EMN. Soit au total **102 heures TP**.

C'est un enseignement étalé sur une période de 5 à 6 mois suivi en début de scolarité par tous les élèves-ingénieurs, et destiné à élargir considérablement le champ de leur vécu et de leur savoir-faire en sciences. C'est l'occasion, pour les élèves-ingénieurs, de mettre la "main à la pâte" en imaginant et réalisant des expériences de A à Z, les moyens matériels volontairement restreints devant être compensés par le développement d'une réelle intelligence des situations et

du réel. Les domaines scientifiques abordés sont l'électricité, la thermique et, plus généralement, la conception d'instruments de mesure. L'enseignement est réparti en séance de 2 à 4 heures (au total 51 heures) et est dispensé devant un groupe de 18 élèves. L'accent est mis sur la pratique et la méthodologie à adopter pour répondre à un cahier des charges.

- **1999-2005** : transistor bipolaire en basse fréquence, amplificateur opérationnel, filtres passifs et actifs. Ceci correspond à 20 heures de TD par an dispensés à des élèves Bac+2 de l'EMN. Soit au total **140 heures TD**.

- **1999-2004** : transistor bipolaire moyennes fréquences, modulations d'amplitude, de fréquence et de phase. Ceci correspond à 19 heures de TD en moyenne par an dispensés à des élèves Bac+4 de Polytech'Nantes. Soit au total **95 heures TD**.

- **1999-2000** : encadrement d'un mini-projet d'électronique analogique sur la conception d'un synthétiseur musical. Ceci correspond à 45 heures de TP dispensés à des élèves Bac+3 de Polytech'Nantes. Soit au total **45 heures TP**.

- **1998-1999** : TD d'électronique numérique (introduction à la logique combinatoire et séquentielle) dispensés à des élèves Bac+2 de l'EMN. Soit au total **10 heures TD**.

- **1997-1999** : encadrement de trois TP d'automatisme intitulés *porte de garage*, *traitement de surface à un chariot*, *robot manipulateur* (programmation sur automates TSXT317 et TSXT4070 de grafacets établis à partir du cahier des charges) et dispensés à des élèves Bac+2 de l'EMN. Soit au total **67 heures TP**.

Informatique

- **1999-2006** : encadrement de six TP intitulés *Initiation à Maple*, *Initiation à Matlab*, *Interpolation de Lagrange et Fonctions Splines*, *Méthode du point fixe et Technique de suritération*, *Résolution d'équations différentielles* et la dernière séance est réservée à l'examen que je rédige pour un groupe. J'ai eu en charge de rédiger un sujet de TP. Ceci correspond à 32 heures de TP en moyenne par an dispensés à des élèves Bac+3 de Polytech'Nantes. Soit au total **220 heures TP**.

J'ai arrêté l'encadrement de ces TP car ils ont été supprimés du programme à la rentrée 2006.

- **1999-2000** : programmation en C et introduction à l'algorithmie. Ceci correspond à 22.5 heures de TD dispensés à des élèves Bac+3 de Polytech'Nantes. Soit au total **22.5 heures TD**.

Bilan

Grâce à ma formation, j'ai pu participer à des enseignements divers et variés dispensés à des élèves-ingénieurs de niveau Bac+2 à Bac+5. Le tableau suivant synthétise le nombre d'heures effectuées selon la discipline et le type d'enseignement (TP, TD et CM).

	Electromagnétisme	Mathématiques	Electronique	Informatique	Total
TP	68	0	102+45+67	222	504
TD	36+15	36+15	140+95+10	22.5	369.5
CM	36	48	0	0	84

TAB. 1 – Heures de vacations dispensées à Polytech’Nantes et l’EMN entre les années 1998 et 2007. **Le total équivalent TD est de 831.5 heures soit 92 heures en moyenne par an.**

Actuellement, je continue à assurer :

- le cours de mathématiques (**12 heures CM**) dispensé à des élèves Bac+3 de Polytech’Nantes et les TD associés (**9 heures TD**),
- le cours d’électromagnétisme (**12 heures CM**) dispensé à des élèves Bac+5 (MASTER 2R),
- le module *Apprentissage par l’Action en sciences physiques* (**51 heures TP**) dispensé à des élèves Bac+2 de l’EMN.

Publications

Sommaire

Publications dans des revues internationales avec comité de lecture . . .	xi
Publications dans des conférences internationales avec comité de sélection et publication des actes	xiii
Publications dans des conférences nationales avec comité de sélection et publication des actes	xvi
Présentation à des journées scientifiques	xvii
Rapports de recherches et de contrats industriels	xvii

Publications dans des revues internationales avec comité de lecture

- [Rev1]. N. Déchamps and C. Bourlier, “Electromagnetic scattering from a rough layer : Propagation-Inside-Layer Expansion method combined to the Forward-Backward Novel Spectral Acceleration”, accepté à paraître dans la revue *IEEE Trans. Ant. Prop.* le 24 août **2007**.
- [Rev2]. N. Déchamps and C. Bourlier, “Electromagnetic scattering from a rough layer : Propagation-Inside-Layer Expansion method combined to an updated BMIA/CAG approach”, accepté à paraître dans la revue *IEEE Trans. Ant. Prop.* le 14 juin **2007**.
- [Rev3]. N. Pinel, N. Déchamps and C. Bourlier, “Modeling of the bistatic electromagnetic scattering from sea surfaces covered in oil for microwave applications”, accepté à paraître dans la revue *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.* le 11 mai **2007**.
- [Rev4]. K. Caillault, S. Fauqueux, C. Bourlier, P. Simoneau and L. Labarre, “Multiresolution optical characteristics of rough sea surface in the infrared”, *Applied Optics*, vol. 46, no. 22, pp. 5471-5481, **2007**.
- [Rev5]. N. Pinel, C. Bourlier and J. Saillard, “Forward Radar propagation over oil slicks on sea surfaces using the Ament model with shadowing effect”, *Progress In Electromagnetic Research*, vol. 76 , pp. 95-126, **2007**.
- [Rev6]. N. Pinel and C. Bourlier, “Rayleigh parameter of a rough layer : Application to forward radar propagation over oil slicks on sea surfaces under the Ament model”, *Micro. Opt. Tech. Letters*, vol. 49, no. 9, pp. 2285-2290, **2007**.
- [Rev7]. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, “Polarimetric bistatic signature of a faceted octahedron in high-frequency domain”, *Progress In Electromagnetic Research*, vol. 71, pp. 173-209, **2007**.

- [Rev8]. N. Pinel, N. Déchamps, C. Bourlier and J. Saillard, “Bistatic scattering from one-dimensional random rough homogeneous layers in the high-frequency limit with shadowing effect”, *Waves in Random and Complex Media*, vol. 17, no. 3, pp. 283-303, **2006**.
- [Rev9]. C. Bourlier, “Unpolarized emissivity with shadow and multiple reflections from random rough surfaces in the high-frequency limit. Application to Gaussian sea surfaces in the infrared band”, *Applied Optics*, vol. 45, no. 24, pp. 6241-6254, **2006**.
- [Rev10]. N. Déchamps, N. De Beaucoudrey, C. Bourlier and S. Toutain, “A fast numerical method for electromagnetic scattering by rough layered interfaces : Propagation-Inside-Layer Expansion (PILE) method”, *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 23, no. 2, pp. 359-369, **2006**.
- [Rev11]. V. Fabbro, C. Bourlier and P. F. Combes, “Forward propagation modeling above Gaussian rough surfaces by the Parabolic Wave Equation : Introduction of the shadowing effect”, Monograph : *Progress In Electromagnetic Research*(Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massahussets), vol. 58, pp. 243-269, **2006**.
- [Rev12]. N. Pinel, C. Bourlier and J. Saillard, “Energy conservation of the scattering from rough surfaces in the high-frequency limit”, *Optics Letters*, vol. 30, no. 15, pp. 2007-2009, **2005**.
- [Rev13]. C. Bourlier, “Unpolarized infrared emissivity with shadow from anisotropic rough sea surfaces with non-Gaussian statistics”, *Applied Optics*, vol. 44, no. 20, pp. 4335-4349, **2005**.
- [Rev14]. C. Bourlier, N. Déchamps and G. Berginc, “Comparison of asymptotic backscattering models (SSA, WCA and LCA) from one-dimensional ocean-like surfaces”, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 53, no. 5, pp. 1640-1652, **2005**.
- [Rev15]. C. Bourlier, “Azimuthal harmonic coefficients of the microwave backscattering from a non-Gaussian ocean surface with the first-order SSA model”, *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 42, no. 11, pp. 2600-2611, **2004**.
- [Rev16]. C. Bourlier and G. Berginc, “Multiple scattering in the high-frequency limit with second-order shadowing function from 2D anisotropic rough dielectric surfaces : II. Comparison with numerical results”, *Waves in Random Media*, vol. 14, no. 3, pp. 253-276, **2004**.
- [Rev17]. C. Bourlier and G. Berginc, “Multiple scattering in the high-frequency limit with second-order shadowing function from 2-D anisotropic rough dielectric surfaces : I. Theoretical study”, *Waves in Random Media*, vol. 14, no. 3, pp. 229-252, **2004**.
- [Rev18]. T. Elfouhaily, C. Bourlier and J. T. Johnson, “Two families of non-local scattering models and the weighted curvature approximation”, *Waves in Random Media*, vol. 14, no. 4, pp. 563-580, **2004**.
- [Rev19]. C. Bourlier and G. Berginc, “Shadowing function with single reflection from anisotropic Gaussian rough surface. Application to Gaussian, Lorentzian and sea correlations”, *Waves in Random Media*, vol. 13, no. 1, pp. 27-58, **2003**.
- [Rev20]. C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Monostatic and bistatic statistical shadowing functions from a one-dimensional stationary randomly rough surface : II. Multiple scattering”, *Waves in Random Media*, vol. 12, no. 2, pp. 175-200, **2002**.
- [Rev21]. C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Monostatic and bistatic statistical shadowing functions from a one-dimensional stationary randomly rough surface according to the observation length : I. Single scattering”, *Waves in Random Media*, vol. 12, no. 2, pp. 145-174, **2002**.
- [Rev22]. C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “One- and two- dimensional shadowing functions for any height and slope stationary uncorrelated surface in the monostatic and bistatic configurations”, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 50, no. 3, pp. 312-324, **2002**.

- [Rev23]. C. Bourlier and G. Berginc, “Microwave analytical backscattering models from randomly rough anisotropic sea surface - Comparison with experimental data in C and Ku bands”, Monograph : *Progress In Electromagnetic Research*(Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massahussets), vol. 37, pp. 31-78, **2002**.
- [Rev24]. C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Theoretical study on two-dimensional gaussian rough sea surface emission and reflection in the infrared frequencies with shadowing effect”, *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 39, no. 2, pp. 379-392, **2001**.
- [Rev25]. C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Theoretical study of the Kirchoff integral from a two-dimensional randomly rough surface with shadowing effect : application on the backscattering coefficient for a perfectly-conducting surface”, *Waves in Random Media*, vol. 11, no. 2, pp. 91-118, **2001**.
- [Rev26]. C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Bistatic scattering coefficient from one- and two-dimensional random surfaces using the stationary phase and scalar approximation with shadowing effect -comparisons with experiments and application to the sea surface”, *Waves in Random Media*, vol. 11, no. 2, pp. 119-147, **2001**.
- [Rev27]. C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Effect of correlation between shadowing and shadowed points on the Wagner and Smith monostatic one-dimensional shadowing functions”, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 48, no. 3, pp. 437-446, **2000**.
- [Rev28]. C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Intrinsic infrared radiation of the sea surface”, Monograph : *Progress In Electromagnetic Research*(Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massahussets), vol. 27, pp. 185-335, **2000**.
- [Rev29]. C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Effect of the observation length on the two-dimensional shadowing function of the sea surface : application on infrared 3-13 μm emissivity”, *Applied Optics*, vol. 39, no. 20, pp. 3433-3442, **2000**.

Publications dans des conférences internationales avec comité de sélection et publication des actes

- [ConfI1]. R. Douevenot, V. Fabbro, H. H. Fuchs, H. Essen, C. Bourlier and J. Saillard, ”Retrieving evaporation duct heights from measured propagation factors”, accepté à la conférence Radar, 15-18 october, **2007**, Edinburgh (Angleterre).
- [ConfI2]. N. Pinel, C. Bourlier and J. Saillard, “Bistatic radar cross section of two-dimensional random rough layers in the high-frequency limit”, accepté à la conférence EuRAD, 10-12 October, **2007**, Munich.
- [ConfI3]. N. Pinel, C. Bourlier and N. Déchamps, “Spectrum of rough sea surfaces covered in oil : Consequences on the radar cross section”, accepté à la conférence EuRAD, 10-12 October, **2007**, Munich.
- [ConfI4]. G. Kubické, N. Chevaux, C. Bourlier, P. Pouliguen and J. Saillard, “Localization, from the observed far-field, of radiating centers in a 2D-scene”, accepté à la conférence EuRAD, 10-12 October, **2007**, Munich.
- [ConfI5]. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, “Comparison of bistatic signatures of the octahedral and icosahedral reflectors in high-frequency domain”, accepté à la conférence EuRAD, 10-12 October, **2007**, Munich.
- [ConfI6]. Y. Brelet, N. Déchamps, C. Bourlier and J. Saillard, “Surface wave propagation above a one-dimensional rough sea surface at grazing angles”, accepté à la conférence PIERS, 27-30 August, **2007**, Prague.

- [ConfI7]. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, “Computation of the polarimetric bistatic signature of trihedral corner reflector arrays in high-frequency domain”, accepté à la conférence PIERS, 27-30 August, **2007**, Prague.
- [ConfI8]. N. Déchamps and C. Bourlier, “Propagation-Inside-Layer Expansion method for scattering by a stack of two rough surfaces : acceleration with the Forward-Backward method combined to the Novel Spectral Acceleration”, accepté à la conférence PIERS, 27-30 August, **2007**, Prague.
- [ConfI9]. S. Fauqueux, K. Caillault and C. Bourlier, “Multi resolution infrared optical infrared optical properties for Gaussian sea surfaces”, accepté à la conférence IASTED, 30 may-1 june **2007**, Canada.
- [ConfI10]. K. Caillault, S. Fauqueux, C. Bourlier and P. Simoneau, “Infrared multiscale sea surface modeling”, Proc. SPIE, no. 6360, 636006, **2006**.
- [ConfI11]. R. Douvenot, V. Fabbro, C. Bourlier and J. Saillard, “Radar coverage prediction over ocean : duct mapping using least squares support vector machines”, *EUCAP*, 6-10 November, (Nice, France), **2006**.
- [ConfI12]. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, “A physical optics solution for bistatic RCS of triangularly shaped trihedral corners for any incidence and observation angles”, *EUCAP*, 6-10 November, (Nice, France), **2006**.
- [ConfI13]. V. Fabbro and C. Bourlier, “Forward propagation above sea at grazing angles : Improvements of modelling by Parabolic Wave Equation”, *EUCAP*, 6-10 November, (Nice, France), **2006**.
- [ConfI14]. C. Bourlier, N. Pinel and V. Fabbro, “Illuminated height PDF of a random rough surface and its impact on the forward propagation above oceans at grazing angles”, *EUCAP*, 6-10 November, (Nice, France), **2006**.
- [ConfI15]. N. Déchamps, N. Pinel, C. Bourlier, N. De Beaucoudrey, J. Saillard and S. Toutain, “Bi-static electromagnetic scattering from a stack of two one-dimensional rough interfaces separating homogeneous media”, *EUCAP*, 6-10 November, (Nice, France), **2006**.
- [ConfI16]. N. Pinel, C. Bourlier and J. Saillard, “Bistatic electromagnetic scattering from a stack of two rough interfaces using the geometric optics approximation”, *AP-S/URSI/AMEREM*, 9-14 july, (Albuquerque, USA), 4 pages, **2006**.
- [ConfI17]. C. Bourlier “Emission and reflection from a thin oil film over a rough sea surface for optical application”, *AP-S/URSI/AMEREM*, 9-14 july, (Albuquerque, USA), 3 pages, **2006**.
- [ConfI18]. N. Pinel, C. Bourlier and J. Saillard, “Radar cross section from a stack of two one-dimensional rough interfaces in the high-frequency limit”, *EuRAD*, 6-7 October (Paris, France), 4 pages, **2005**.
- [ConfI19]. C. Bourlier, “Backscattering models from one-dimensional sea surfaces”, *AP-S/USNC/URSI*, 3-5 July (Washington, USA), 4 pages, **2005**.
- [ConfI20]. C. Bourlier, N. Déchamps and G. Berginc, “SSA and WCA scattering microwave models from sea rough surfaces”, *PIERS*, 28-31 March (Pise, Italie), 1 page, **2004**.
- [ConfI21]. N. Déchamps, C. Bourlier, N. De Beaucoudrey and S. Toutain, “Electromagnetic scattering by one-dimensional rough layers : fast numerical methods”, *PIERS*, 28-31 March (Pise, Italie), 1 page, **2004**.
- [ConfI22]. C. Bourlier, “Microwave backscattering from non-Gaussian ocean surfaces and comparison with experimental data”, *Radar*, 18-22 October (Toulouse, France), 6 pages, **2004**.

- [ConfI23]. N. Déchamps, N. de Beaucoudrey, C. Bourlier et S. Toutain, “Electromagnetic scattering by oil slicks on sea surface : rigorous numerical simulations”, *Radar*, 18-22 October (Toulouse, France), 6 pages, **2004**.
- [ConfI24]. N. Pinel, C. Bourlier and J. Saillard, “Electromagnetic scattering with shadow by a one-dimensional rough layer in the high-frequency limit”, *Radar*, 18-22 October (Toulouse, France), 6 pages, **2004**.
- [ConfI25]. C. Bourlier and G. Berginc, “Backscattering enhancement from anisotropic rough surfaces with the first- and second- order shadowed Kirchhoff approximation in high-frequency limit”, *PIERS*, 13-16 October (Honolulu, Hawai), 1 page, **2003**.
- [ConfI26]. G. Berginc, P. Schott and C. Bourlier, “Analysis of the Mueller matrix for scattering of electromagnetic waves from two-dimensional anisotropic rough surfaces”, *PIERS*, 13-16 October (Honolulu, Hawai), 1 page, **2003**.
- [ConfI27]. C. Bourlier, N. Déchamps and G. Berginc, “Electromagnetic scattering from rough surfaces with the first- and second- order Kirchhoff approximation in high-frequency limit”, *IGARSS*, 21-25 July (Toulouse, France), 3 pages, **2003**.
- [ConfI28]. N. Déchamps, C. Bourlier, N. De Beaucoudrey and S. Toutain, “Numerical simulations of scattering from multilayers separated by one-dimensional rough interfaces”, *IGARSS*, 21-25 July (Toulouse, France), 3 pages, **2003**.
- [ConfI29]. P. Schott, N. De Beaucoudrey and C. Bourlier, “Reflectivity from one-dimensional rough surfaces by ray tracing technique including multiple reflections”, *IGARSS*, 21-25 July (Toulouse, France), 3 pages, **2003**.
- [ConfI30]. N. De Beaucoudrey, P. Schott and C. Bourlier, “Detection of oil slicks on sea surface depending on layer thickness and sensor frequency”, *IGARSS*, 21-25 July (Toulouse, France), 3 pages, **2003**.
- [ConfI31]. N. Guillet, V. Fabbro, C. Bourlier and P. F. Combes, “Low grazing angle propagation above rough surface by the parabolic wave equation”, *IGARSS*, 21-25 July (Toulouse, France), 3 pages, **2003**.
- [ConfI32]. P. Schott, N. De Beaucoudrey and C. Bourlier, “Numerical study of reflectivity from one-dimensional rough surfaces with geometrical optics approximation”, *PSIP*, 29-31 January (Grenoble, France), pp. 133-136, **2003**.
- [ConfI33]. C. Bourlier and G. Berginc, “Shadowing function from one-dimensional rough surface with single reflection”, *PIERS*, 1-5 July (Cambridge-MA, USA), 1 page, **2002**.
- [ConfI34]. C. Bourlier and G. Berginc, “Shadowing function from two-dimensional rough surface with an uncorrelated arbitrary surface slope distribution”, *PIERS*, 1-5 July (Cambridge-MA, USA), 1 page, **2002**.
- [ConfI35]. C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “The Smith and Wagner monostatic shadowing functions for any rough two-dimensional height and slope uncorrelated surface”, *PSIP*, 23-24 juanary (Marseille, France), pp. 117-122, **2001**.
- [ConfI36]. C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “The Kirchhoff analysis from one- and two-dimensional random surface with the statistical shadowing function”, *IGARSS*, 9-13 July (Sydney, Australie) 3 pages, **2001**.
- [ConfI37]. C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Multiple scattering from isotropic surface perfectly-conducting surface with shadow for any process with large heights - Comparison with experimental data”, *Electromagnetic Optics 2*, 26-30 August (Paris, France), pp. 59, **2001**.

- [ConfI38]. C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, «Infrared Radiation of a Gaussian Wind-roughened Sea Surface : Modeling of the two-dimensional Emissivity and Reflectivity», *PIERS* 5-14 July (Cambridge, USA), pp. 145, **2000**.
- [ConfI39]. C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Spatial autocorrelation function of the heights of an even sea spectrum”, *Radar*, 17-21 May (Brest, France), Poster Sessions (Phenomenology), 5 pages, **1999**.
- [ConfI40]. C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Study of the slopes variance of the sea surface”, *PIERS*, 13-17 Juillet (Nantes, France), pp. 585, **1998**.
- [ConfI41]. C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Modeling of the spatial autocorrelation function of the heights of the sea”, *OCEANS*, 28 Sept-1 Oct (Nice, France), vol. 2, pp. 904-908, **1998**.

Publications dans des conférences nationales avec comité de sélection et publication des actes

- [ConfN1]. N. Pinel, C. Bourlier and J. Saillard, “Diffusion électromagnétique par une couche très rugueuse”, accepté au *JNM*, 23-25 May (Toulouse, France), 4 pages, **2007**.
- [ConfN2]. Y. Brelet, N. Déchamps, C. Bourlier and J. Saillard, “Diffusion électromagnétique sous incidences rasantes. Application en radar sur une surface de mer”, accepté au *JNM*, 23-25 May (Toulouse, France), 4 pages, **2007**.
- [ConfN3]. G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, “Signature polarimétrique bistatique d’un octaèdre parfaitement conducteur dans le domaine des hautes fréquences”, accepté au *JNM*, 23-25 May (Toulouse, France), 4 pages, **2007**.
- [ConfN4]. N. Pinel, C. Bourlier and J. Saillard, “Diffusion électromagnétique bistatique par une couche rugueuse dans la limite haute fréquence”, *JNM*, 11-13 May (Nantes, France), 4 pages, **2005**.
- [ConfN5]. C. Bourlier, N. Déchamps and G. Berginc, “Simple et Double diffusion avec ombre par une surface très rugueuse avec l’approximation de l’optique géométrique”, *JNM*, 21-23 May (Lille, France), 3 pages, **2003**.
- [ConfN6]. N. Déchamps, C. Bourlier, N. De Beaucoudrey and S. Toutain, “Méthodes numériques appliquées au calcul de la diffusion par des interfaces rugueuses 1D”, *JNM*, 21-23 May (Lille, France), 3 pages, **2003**.
- [ConfN7]. N. Déchamps, C. Bourlier, N. de Beaucoudrey and S. Toutain, “Méthode de Kirchhoff avec ombre appliquée à la diffusion électromagnétique par une couche rugueuse diélectrique 1D”, *NUMELEC*, 28-30 October (Toulouse, France), 2 pages, **2003**.
- [ConfN8]. C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Approches SSA et de Kirchhoff avec ombre pour le calcul du coefficient de rétrodiffusion par une surface de mer anisotrope”, *Propagation électromagnétique dans l’atmosphère du décimétrique à l’angström*, 13-15 March (Rennes, France), 8 pages, **2002**.
- [ConfN9]. N. de Beaucoudrey, C. Bourlier and J. Saillard, “Diffusion par des interfaces rugueuses. Application à la détection de nappes d’hydrocarbures sur la mer dans le domaine micro-onde”, *Propagation électromagnétique dans l’atmosphère du décimétrique à l’angström*, 13-15 March (Rennes, France), 5 pages, **2002**.
- [ConfN10]. C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Coefficient de rétrodiffusion d’une surface 2D rugueuse aléatoire calculé selon l’approche de Kirchhoff avec effet d’ombre”, *JNM*, 16-18 May (Poitiers, France), 3 pages, **2001**.

Présentation à des journées scientifiques

- [Jour1]. Y. Brelet, N. Déchamps, C. Bourlier et J. Saillard, “Champ bistatique électromagnétique diffusé par une surface de mer et reçu par un radar côtier”, Journées d’études OCOSS (Innovations dans les techniques pour l’observation des côtes et des océans : senseurs, modélisation et systèmes), Paris, 26-27 juin, **2007**.
- [Jour2]. N. Pinel, N. Déchamps et C. Bourlier, “Modélisation de la diffusion électromagnétique par des nappes de pétrole sur la mer pour des applications microondes”, Journées d’études OCOSS (Innovations dans les techniques pour l’observation des côtes et des océans : senseurs, modélisation et systèmes), Paris, 26-27 juin, **2007**.
- [Jour3]. S. Fauqueux, K. Caillault, C. Bourlier, P. Simoneau, L. Labarre, “Modélisation multi-résolution des propriétés optiques en infrarouge de mers Gaussiennes”, Journées d’études OCOSS (Innovations dans les techniques pour l’observation des côtes et des océans : senseurs, modélisation et systèmes), Paris, 26-27 juin, **2007**.
- [Jour4]. N. Déchamps, C. Bourlier, N. de Beaucoudrey et S. Toutain, “Méthode numérique rapide pour le calcul du champ électromagnétique diffusé par un empilement de deux interfaces rugueuses monodimensionnelles”, Journée spécialisée des GDR Ondes/Ultrasons, Paris, 09 mars **2006**,
- [Jour5]. Y. Brelet, C. Bourlier et J. Saillard, “Diffusion électromagnétique par une surface peu rugueuse monodimensionnelle sous incidences rasantes. Application au domaine maritime.”, *Journée spécialisée des GDR Ondes/Ultrasons*, Paris, 09 mars **2006**.
- [Jour6]. N. Pinel, C. Bourlier et J. Saillard, “Diffusion électromagnétique par un empilement de deux interfaces rugueuses monodimensionnelles dans la limite haute fréquence”, *Journée spécialisée des GDR Ondes/Ultrasons*, Paris, 09 mars **2006**.
- [Jour7]. N. Pinel, N. Déchamps, C. Bourlier, N. de Beaucoudrey, J. Saillard et S. Toutain, “Diffusion des ondes électromagnétiques par deux interfaces rugueuses monodimensionnelles superposées”, *Journées Interférences d’Ondes du GT1*, GDR Ondes, Besançon, 21-23 novembre **2005**.
- [Jour8]. N. Pinel, N. Déchamps, C. Bourlier, N. de Beaucoudrey, J. Saillard et S. Toutain, “Modélisation de la diffusion des ondes électromagnétiques par deux interfaces rugueuses”, *Journées Interférences d’Ondes du GT1*, GDR Ondes, Marseille, 8-10 décembre **2003**.

Rapports de recherches et de contrats industriels

- [Rap1]. G. Kubické, C. Bourlier et J. Saillard, “Etude de faisabilité d’une modélisation *centres rayonnants* d’antennes sur porteurs”, 66 pages, Convention DGA/CELAR⁸, marché 05-42-301, juin **2006**.
- [Rap2]. C. Bourlier, “Modélisation théorique d’images radiométriques d’une surface océanique *2D anisotrope* dans le domaine du visible et du proche infrarouge - Seconde partie : Cas haute résolution”, 35 pages, Commande 68482/DA/BHUG du 13/07/2005, ONERA Palaiseau⁹, juin **2006**.
- [Rap3]. C. Bourlier, “Modélisation théorique d’images radiométriques d’une surface océanique *2D anisotrope* dans le domaine du visible et du proche infrarouge - Première partie : Brique

⁸Correspondants : M. Pouliguen.

⁹ONERA/DOTA/MPSO. Correspondants : Pierre Simoneau, Karine Caillault et Sandrine Fauqueux.

élémentaire du modèle”, 29 pages, Commande 68482/DA/BHUG du 13/07/2005, ONERA Palaiseau, mai **2006**.

- [Rap4]. C. Bourlier, “Modélisation théorique d’images radiométriques d’une surface océanique 1D dans le domaine du visible et du proche infrarouge : seconde partie”, 21 pages, Commande 61145/DA/BHUG du 13/07/2005, ONERA Palaiseau, décembre **2005**.
- [Rap5]. C. Bourlier, “Modélisation théorique d’images radiométriques d’une surface océanique 1D dans le domaine du visible et du proche infrarouge”, 27 pages, Commande 61145/DA/BHUG du 13/07/2005, ONERA Palaiseau, Septembre **2005**.
- [Rap6]. C. Bourlier et P. Schott, “One- and two- order Kirchhoff approach from 1D rough surface. SSA approach for a sea surface : numerical implementation”, 50 pages, BC TSB285307 du 15/07/2002, Thales Optronique¹⁰, Mars **2003**.
- [Rap7]. C. Bourlier, “Modélisation radar pour un simulateur d’entraînement de navigation aérienne SESAME”, 27 pages, SITIA¹¹, décembre **2002**.
- [Rap8]. C. Bourlier, “Correlated shadowing function with single reflection from 2-D Gaussian rough surface. First- and second- order Kirchhoff approximation from 1-D Gaussian rough surface”, 70 pages, BC TSB185361 du 27/11/2001, Thales Optronique, juin **2002**.
- [Rap9]. C. Bourlier, G. Berginc et J. Saillard, “Shadowing function with single reflection. SSA and first-order Kirchhoff approaches”, 96 pages, BC TSB185012 du 26/01/2001, Thales Optronique, octobre **2001**.
- [Rap10]. C. Bourlier et J. Saillard, “Intrinsic infrared radiation of the sea surface”, 74 pages, BC GSB685541, Thomson Optronique, avril **1999**.
- [Rap11]. C. Bourlier et J. Saillard, “Rayonnement infrarouge intrinsèque de la surface de la mer”, 113 pages, BC GSB685541, Thomson Optronique, décembre **1998**.
- [Rap12]. C. Bourlier et J. Saillard, “Fonction d’ombre”, 124 pages, BC GSB685541, Thomson Optronique, décembre **1997**.

Dans cette liste, les rapports intermédiaires des années 1997-1999 ne sont pas référencés.

¹⁰Thales Optronique à Guyancour. Correspondant : Gérard Berginc.

¹¹SITIA : Société d’ingénierie avancée. Correspondant : Pascal Picard.

Encadrements

Sommaire

Encadrements de thèse	xix
Encadrements de stage de Master Recherche	xix
Encadrements d'élèves-ingénieurs	xx

Encadrements de thèse

- [Thes1]. Nicolas Déchamps, “Diffusion électromagnétique par des surfaces naturelles. Etude de méthodes numériques”, thèse co - encadrée par C. Bourlier (60%), N. de Beaucoudrey (30%) et S. Toutain (10%, directeur), **19/10/2001-10/12/2004**.
- [Thes2]. Nicolas Pinel, “Etude de modèle asymptotiques de la diffusion des ondes électromagnétiques par des interfaces naturelles - Application à une mer recouverte de pétrole”, thèse co-encadrée par C. Bourlier (50%) et J. Saillard (50%, directeur), **02/10/03-16/10/06**.
- [Thes3]. Yohan Brelet, “Diffusion électromagnétique par une surface rugueuse sous incidence rasante : application au domaine maritime”, thèse co-encadrée par C. Bourlier (50%) et J. Saillard (50%, directeur), **02/10/06 - soutenance prévue en novembre 2008**.
- [Thes4]. Gildas Kubické, “Signature polarimétrique d'obstacles composites constitués de leurres structuraux au dessus d'une mer”, thèse co-encadrée par C. Bourlier (50%) et J. Saillard (50%, directeur), **02/10/06 - soutenance prévue en novembre 2008**.
- [Thes5]. Douvenot Rémi, “Estimation des variations d'indice de réfraction par inversion des échos Radar de mer : Application à la prédiction de la couverture des systèmes électromagnétiques embarqués sur navire”, thèse co-encadrée par V. Fabbro (50%), C. Bourlier (30%) et J. Saillard (20%, directeur). Collaboration entre IREENA, ONERA-DEMIR et CELAR. **02/10/06 - soutenance prévue en novembre 2008**.

Encadrements de stage de Master Recherche

- [Mast1]. Jean Bosco Ntawukiruwabo, “Analyse de la diffusion électromagnétique par une couche composée d'une interface rugueuse à l'aide de l'approximation de l'optique géométrique”, encadré par C. Bourlier et N. Pinel, février-juillet **2006**.
- [Mast2]. Nicolas Cheveaux, “Extraction de centres rayonnants 3D”, encadré par J. Saillard et C. Bourlier, février-juillet **2006**.

- [Mast3]. Yohann Brelet, “Diffusion électromagnétique par une surface rugueuse en incidence rasant. Application à une surface de mer”, encadré par C. Bourlier et N. Pinel, février-juillet **2005**.
- [Mast4]. Gildas Kubické, “Extraction de centres rayonnants 2D”, encadré par J. Saillard et C. Bourlier, février-juillet **2005**.
- [Mast5]. Janic Chauveau, “Extraction des pôles de résonance de cibles enfouies dans le sol”, encadré par J. Saillard, C. Bourlier et N. de Beaucoudrey, février-juillet **2004**.
- [Mast6]. Nicolas Pinel, “Diffusion radar par une couche de pétrole sur la mer par une méthode analytique”, encadré par C. Bourlier, février-juillet **2003**.
- [Mast7]. Kouadir Anass, “Modélisation de la détection de nappes de pétrole par imagerie radar SAR”, encadré par N. de Beaucoudrey et C. Bourlier, février-juillet **2001**.

Encadrements d’élèves-ingénieurs

- [Inge1]. Boureau Gildas, “Génération d’une surface de mer asymétrique”, 8 semaines, stage ingénieur de 2^{ème} année encadré par C. Bourlier, juillet-septembre **2002**.
- [Inge2]. Nicolas Pinel, “Réflectivité de la surface de la mer par une méthode semi-analytique simple”, projet 150 heures ingénieur de 3^{ème} année encadré par C. Bourlier et P. Schott, **2002**.
- [Inge3]. A. Ouhmich et E. Cottais, “Calcul du pouvoir réflecteur (Surface Equivalente Radar) de la surface de la mer”, projet 150 heures ingénieur de 3^{ème} année encadré par C. Bourlier, **2001**.
- [Inge4]. Encadrement de quatre élèves-ingénieurs 1^{ère} année, “Liaison infrarouge sans fil”, mini-projet de 20 heures encadré par C. Bourlier, **1999**.

I Synthèse des travaux de recherche : introduction générale

Sommaire

I.1	Contexte	1
I.2	Méthodologie de résolution	2
I.2.1	Introduction	2
I.2.2	Panorama non exhaustif des méthodes asymptotiques	3
I.2.3	Panorama non exhaustif des méthodes rigoureuses	5
I.3	Travaux de recherche	6
I.3.1	Cas d'une simple interface rugueuse	6
I.3.2	Cas de deux interfaces rugueuses	10

I.1 Contexte

Les travaux de recherche présentés dans ce document concernent la diffusion des ondes électromagnétiques par des interfaces rugueuses. Une interface est dite rugueuse si elle présente des irrégularités. Nous pouvons citer par exemple des surfaces naturelles comme la mer ou un champ labouré ou des interfaces artificielles rencontrées en optique qui possèdent des irrégularités de l'ordre de la longueur d'onde. Le calcul du champ diffracté par une surface plane est très bien connu. Le problème abordé dans ce document est de calculer le champ diffracté lorsque la surface devient rugueuse. On parle alors de diffusion. La résolution des équations de Maxwell devient alors beaucoup plus difficile.

Ces travaux de recherche sont motivés par de nombreuses applications rencontrées en télédétection, en télécommunication, en optique, ou encore, en imagerie médicale. Par exemple, dans le cas de la diffusion d'une onde électromagnétique par la surface de la mer, l'application visée concerne la télédétection en radar et en infrarouge, d'une part pour détecter des cibles sur la mer (bateaux, objets dérivants, . . .), d'autre part, et de plus en plus, pour mieux connaître l'environnement (état de mer, salinité, détection de pollutions, . . .). On peut également citer des applications en optique qui visent à mesurer le champ diffusé par une surface pour accéder à sa rugosité afin de mieux maîtriser sa fabrication. Ces applications sont des exemples de problèmes inverses : en illuminant l'objet avec une onde incidente (la cause), et à partir de la mesure du champ diffusé (l'effet), on tente de remonter aux caractéristiques de la surface. Avant de résoudre un problème inverse, le problème direct doit être maîtrisé. Dans ce document, on se focalise uniquement sur le problème direct : calculer le champ diffusé par une interface rugueuse de statistique connue, illuminée par une onde électromagnétique plane. Deux problématiques sont présentées :

- Cas d’une simple interface rugueuse avec une application au domaine maritime.
- Cas de deux interfaces rugueuses dont une des applications est de caractériser une surface de mer recouverte d’une nappe de pétrole.

En télédétection, afin d’exhiber ou d’accentuer des phénomènes physiques peu prépondérants dans le domaine microondes, des capteurs optique-proche infrarouge ont été développés. Par exemple, quelle que soit la direction d’observation, la réflectivité¹ de la surface de la mer dans le domaine proche infrarouge est proportionnelle à la distribution des pentes de la surface. C’est donc un moyen d’évaluer l’écart type des pentes et donc l’état de mer. Ceci est également transposable pour des fréquences microondes et pour des incidences très proches du nadir. En monostatique, ce principe est alors utilisé pour mesurer la hauteur des vagues. En revanche, pour des incidences modérées (supérieures à 20-30° par rapport au nadir), la SER² de la surface de la mer est sensible au spectre des courbures de la surface. Ainsi pour une telle configuration, la mesure du spectre Doppler de la SER permet de remonter directement au spectre des courbures de la surface sondée.

En complément des techniques actives (mesures de la SER ou de la réflectivité), des techniques passives de sondage sont également employées dans les domaines microondes et proche infrarouge. Elles consistent à mesurer le rayonnement intrinsèque de la surface quantifiée par l’émissivité ou la température apparente.

I.2 Méthodologie de résolution

I.2.1 Introduction

Mathématiquement, une surface rugueuse est une surface dont le comportement temporel ou/et spatial n’est pas connu pour tout instant t ou position $\mathbf{r} = (x, y)$. Le signal associé est alors non déterministe, contrairement au mouvement oscillant du pendule qui est connu à tout instant t . En revanche, à l’aide d’une description statistique, il peut être décrit à l’aide de grandeurs statistiques déterministes, comme la distribution et l’autocorrélation des hauteurs de la surface. Ceci suppose que la surface soit régie par un processus aléatoire, stationnaire³ et ergodique⁴. En général, le champ diffracté par la surface dépend de la hauteur, des pentes, de la dérivée des pentes, etc . . . C’est donc une variable aléatoire pour laquelle les moments statistiques peuvent être calculés. Le moment statistique d’ordre 1 (valeur moyenne) correspond à la composante cohérente du champ. Son module au carré s’appelle la puissance cohérente. Le moment statistique centré d’ordre 2 (variance) est appelé puissance incohérente, correspondant à la SER utilisée par les radaristes ou à la réflectivité par les opticiens (ou encore la BRDF⁵). Ce calcul peut être mené analytiquement si l’expression du champ diffracté est connue de façon explicite et est relativement simple, ou numériquement à l’aide d’une méthode de Monte Carlo consistant à générer un nombre suffisant de profils indépendants de statistiques maîtrisés.

Pour quantifier l’interaction électromagnétique onde-surface, deux types d’approches existent :

- Les approches **asymptotiques** fournissent une expression analytique approchée du

¹Réflectivité : équivalent de la Surface Equivalente Radar.

²SER : Surface Equivalente Radar.

³La stationnarité implique que les grandeurs statistiques sont *invariantes* dans le temps.

⁴Un processus ergodique signifie que les moyennes effectuées dans le domaine *temporel* sont égales à celles obtenues dans le domaine *spatial*.

⁵BRDF : Bidirectional Reflectance Differential Function.

champ électromagnétique diffracté par la surface, en se basant sur des hypothèses simplificatrices (liées à la longueur d'onde électromagnétique). Elles sont utilisées, d'une part, pour expliquer et prédire des phénomènes physiques mis en jeu lors de la diffusion ; d'autre part, elles sont moins gourmandes en volume de calcul comparativement à une méthode rigoureuse, et sont donc employées dans des applications, pour lesquelles la vitesse de calcul et la taille mémoire priment sur la précision (programmes en temps-réel embarqués dans des satellites, programmes de rendu d'image, ...).

- Les approches **rigoureuses** (basées par exemple sur la méthode des moments et ses variantes) cherchent à résoudre des équations intégrales pour calculer le champ diffracté. Elles servent de référence pour déterminer le domaine de validité des méthodes asymptotiques. Leur inconvénient est de nécessiter des volumes de calcul importants. Elles sont employées en recherche et développement lorsqu'une précision accrue est nécessaire. De plus, elles permettent d'étudier des configurations pour lesquelles les méthodes asymptotiques sont complexes à développer.

Ces deux techniques sont donc complémentaires.

I.2.2 Panorama non exhaustif des méthodes asymptotiques

Dans la résolution d'un problème électromagnétique, la longueur d'onde dans le vide λ_0 est un paramètre très important. Plus précisément le ratio de la longueur d'onde sur la dimension de l'objet. Pour une surface rugueuse, la dimension de l'objet peut être assimilée à la dispersion moyenne des hauteurs de la surface autour de sa valeur moyenne, correspondant à l'écart type des hauteurs, σ_z . Comme dans le cas de la diffraction par un objet, selon ce ratio, les méthodes asymptotiques utilisées peuvent être classées en 3 catégories :

- Méthodes *basses fréquences* correspondant à un ratio $\sigma_z/\lambda_0 < 1$. Dans notre communauté, les plus connues sont la MMP⁶ [1] (chapitre 9, surface 1D), [2] (chapitre 1, surface 2D), [3] (chapitre 4), et la MERR⁷ [4]. Ces méthodes consistent à développer le champ diffracté sur la surface en une série de Taylor en z/λ_0 , où z est la hauteur de la surface. Plus l'ordre du développement est élevé et plus la méthode devient exacte avec le désavantage que le temps de calcul associé devient plus important. Physiquement, l'ordre du développement limité correspond aux réflexions multiples et est donc lié à l'écart type des pentes.

- Méthodes *hautes fréquences* correspondant à un ratio $\sigma_z/\lambda_0 > 1$. La méthode la plus usitée est l'AK⁸ [5] (chapitre 12), [1] (chapitre 9 pour une surface 1D), [2] (chapitre 2), [3] (chapitre 5), et [6] (acoustique). Elle spécifie que le champ diffracté sur une portion quelconque de la surface, est le même que celui qui existerait sur une surface plane tangente infinie. Elle suppose que le rayon courbure R_c en tout point de la surface est supérieur à la longueur d'onde λ_0 (en toute rigueur, ce critère s'écrit $R_c > \lambda_0 \cos^3 \theta$ où θ est l'angle d'incidence, [7] (chapitre 7) et [8] (chapitre 3). Cette approximation est appelée également l'*approximation du plan tangent*. Afin de simplifier son expression, deux approximations supplémentaires sont utilisées. L'APS⁹ [9] qui stipule que la diffusion a lieu localement dans la direction spéculaire. Ceci permet de supprimer la dépendance des pentes dans l'intégrale de surface et ainsi simplifie grandement le calcul des moments statistiques. De plus, afin de s'affranchir de la dépendance des hauteurs qui apparaît dans le terme de phase, l'AOG¹⁰ est utilisée, ce qui suppose en plus que la surface soit

⁶MMP : Méthode des Petites Perturbations.

⁷MERR : Méthode des Equations de Rayleigh Réduites.

⁸AK : Approximation de Kirchhoff.

⁹APS : Approximation de la Phase Stationnaire.

¹⁰AOG : Approximation de l'Optique Géométrique.

très rugueuse, soit $\sigma_z \gg \lambda_0$.

• Méthodes *unifiées*. Théoriquement, ces méthodes ont l'avantage de posséder un domaine de validité indépendant de la longueur d'onde. Par exemple la méthode WCA¹¹ développée récemment par Elfouhaily [10] converge par construction vers l'AK et la MPP à l'ordre 1. On peut également citer le modèle SSA¹² de Voronovich [11] et [3] qui suppose que les pentes des faisceaux incident et réfléchi soient supérieurs à l'écart type des pentes. En d'autres termes, il ne peut pas s'appliquer pour des incidences proches de l'horizon. L'avantage principal de ces méthodes est de pouvoir les appliquer à une surface rugueuse composée de plusieurs échelles de rugosité. Un exemple typique est la surface de la mer qui possède des rugosités allant du centimètre à quelques mètres. Historiquement, le cas de la mer a été résolu en appliquant le modèle à deux échelles [12] et [13]. La contribution des vagues de gravité est calculée avec l'AOG, tandis que la petite échelle, correspondant aux vagues de capillarité, est calculée par la MPP modulée par la grande échelle. L'avantage de ce modèle est sa simplicité, son désavantage est l'introduction d'un nombre d'onde de coupure pour séparer la petite et la grande échelle. En effet, selon sa valeur, la SER varie. Pour des applications microondes, un bon compromis est de le prendre égal à $2/\lambda_0$ [14]. Le modèle SSA ne présente pas ce désavantage, mais en revanche pour prendre en compte la modulation de la petite échelle par la grande échelle [14] et [15], il est nécessaire de calculer le SSA du second ordre qui est très difficile à implanter numériquement dans le cas de la mer. Le modèle WCA a été testé dans le cas d'une surface de mer 1D [16] de statistique gaussienne et modélisée par le spectre de Elfouhaily [17], et comparé avec les modèles SSA et LCA¹³ [10]. Il a été également testé sur une surface 2D isotrope de statistique gaussienne et de spectre gaussien [18].

Dans la littérature de nombreuses méthodes asymptotiques ont été développées dans le cas de la diffusion par une simple interface rugueuse. Le lecteur pourra se reporter à la *Topical Review* de T. Elfouhaily et C. A. Guérin [19].

Dans la plupart des modèles asymptotiques, la double diffusion est omise, c'est à dire qu'on suppose que le faisceau incident ne subit qu'une seule réflexion sur la surface. On parle alors de modèles *locaux* et dans le cas contraire, ils sont dits *non locaux*. Cette hypothèse reste valide si l'écart type des pentes est suffisamment faible (surface peu chahutée). Dans le cas contraire, il est nécessaire dans le développement asymptotique du champ diffracté par la surface, soit de calculer les ordres supérieurs, soit d'itérer le modèle local. La complexité des équations est alors accrue conduisant à une implantation numérique plus difficile. Les modèles les plus connus sont le NLSSA¹⁴ de Voronovich [20], le modèle WCA de Elfouhaily [21] étendu au second ordre (NLWCA¹⁵), l'AK du second ordre développé par Ishimaru [22] et modifiée par C. Bourlier [23] et [24], FWM¹⁶ de Bahar [25], IEM¹⁷ de Fung [26], IEMM¹⁸ de Hsieh [27], IEMM¹⁹ de Chen [28], et IEM2M²⁰ de Alvarez-Pérez [29]. A noter que l'ensemble de ces méthodes est applicable sur une *simple* interface rugueuse.

¹¹WCA : Weighted Curvature Approximation.

¹²SSA : Small Slope Approximation.

¹³LCA : Local Curvature Approximation.

¹⁴NLSSA : Non Local Small Slope Approximation.

¹⁵NLWCA : Non Local Weighted Curvature Approximation.

¹⁶FWM : Full Wave méthode.

¹⁷IEM : Integral Equation Method.

¹⁸IEMM : Integral Equation Method Modified (prise en compte de la valeur absolue sur les hauteurs dans la décomposition de Weyl).

¹⁹Version de Hsieh modifiée qui prend en compte la valeur absolue dans l'expression des pentes.

²⁰IEM2M : Integral Equation Method Modified, seconde version (corrections des erreurs de la précédente version).

L'étude de la diffusion par *deux* interfaces rugueuses séparées par un milieu homogène est un problème plus complexe et plus contemporain que celui par une simple interface rugueuse. Néanmoins, la méthodologie de résolution est semblable. Tout d'abord, les scientifiques se sont intéressés en optique à la diffusion par des films peu rugueux par rapport à la longueur d'onde [30], [31], [32] et [33], [34]. La MMP [35] et la MERR [4] (thèse à consulter pour plus de références) et [36] ont été étendues au cas de deux interfaces rugueuses, également valides pour des faibles rugosités. Fuks et al. [37], [38] et [39] ont proposé un modèle traitant le cas d'une surface peu rugueuse déposée sur une surface très rugueuse. Bahar et al. [40] et [41] ont étendu la méthode FWM au cas de deux interfaces. Très récemment, Berginc et al. [42] ont généralisé le modèle SSA à une couche rugueuse. N. Pinel [43], [44] a étendu récemment l'AK au cas de deux interfaces rugueuses.

I.2.3 Panorama non exhaustif des méthodes rigoureuses

Puisque que dans ce manuscrit, nous nous intéressons à des milieux homogènes, les méthodes intégrales sont bien adaptées. La MdM²¹ [45] permet de discrétiser les équations intégrales et ainsi aboutir à un système linéaire. Ce système peut se résoudre de façon directe (par décomposition LU puis par inversion par substitution, par exemple). Cependant, devant le grand nombre d'inconnues souvent mis en jeu (cas d'une surface composée de plusieurs échelles de rugosité, cas des incidences très rasantes, cas d'une surface "moyennement" conductrice), on a recours quasi-systématiquement à des méthodes itératives. Dans la littérature, de nombreuses méthodes rigoureuses rapides ont été développées. Le lecteur pourra se reporter aux *Topical Review* de Warnick [46] et M. Saillard [47]. Parmi celles-ci, on peut citer les méthodes suivantes (consulter la thèse de N. Déchamps [48] pour plus de références) :

- MOMI²² [49] et [50],
- FB²³ [51], [52] et [53],
- FB-NSA²⁴ [54], [55], [56], [57] et [58],
- BMIA²⁵ [59], [60], et sa version améliorée, la BMIA/CAG²⁶ [61], [62] et
- FMM²⁷ [63], [64], et [65].

Comme dans le cas des méthodes asymptotiques, les méthodes rigoureuses rapides dédiées au cas de deux interfaces rugueuses sont moins nombreuses. Par rapport à une interface rugueuse, le nombre d'inconnues est multiplié par deux, qui explique que l'implantation numérique de la méthode des moments existe que depuis une dizaine d'années grâce aux performances de calcul des PC actuels. Le problème est alors très similaire au calcul de la diffraction électromagnétique d'un objet placé au-dessus ou au dessous d'une interface rugueuse [66]-[73]. Depuis 2000, des recherches sont conduites pour réduire la complexité numérique [73], [75] et [74] (voir également les références citées dans ces articles). En 2004, N. Déchamps [48] et [76] a développé une méthode rigoureuse rapide permettant de traiter des problèmes 2D avec un grand nombre d'inconnues.

²¹MdM : Méthode des Moments.

²²MOMI : Method of Ordered Multiple Interactions.

²³FB : Forward-Backward.

²⁴FB-NSA : Forward-Backward+Novel-Spectral-Acceleration.

²⁵BMIA : Banded Matrix Iterative Approach.

²⁶BMIA/CAG : BMIA/CAnonical Grid.

²⁷FMM : Fast Multipole Method.

I.3 Travaux de recherche

Depuis 1996, je m'intéresse à la diffusion électromagnétique par une simple interface rugueuse dans les domaines infrarouge (rayonnement thermique, $\lambda_0 \in [0.7; 12] \mu m$) et microondes. L'application principale visée est la surface océanique. Depuis 2002, cette modélisation est étendue au cas de deux interfaces rugueuses séparées par des milieux homogènes. Tout d'abord mon travail de recherche dans le cas d'une simple interface rugueuse est résumé puis dans le cas de deux interfaces rugueuses. A noter que les chapitres 2, 3, 4 et 5 étofferont cette présentation succincte.

I.3.1 Cas d'une simple interface rugueuse

• Domaine infrarouge

J'ai commencé mes recherches sur la modélisation du rayonnement infrarouge d'une interface rugueuse, afin de dimensionner le signal reçu par une caméra infrarouge posée sur un système embarqué (avion par exemple) observant la surface océanique. Ce problème théorique demande le calcul de la réflectivité, caractérisant le pouvoir réflecteur de la surface, et le calcul de l'émissivité, quantifiant le rayonnement intrinsèque de la surface. La résolution électromagnétique d'un tel problème est relativement simple car le rayon de courbure et la hauteur en tout point de la surface sont très supérieurs à la longueur d'onde, permettant ainsi d'utiliser l'AOG. En revanche, le phénomène d'ombrage doit être pris en compte avec soin. En effet, la rugosité de la surface implique qu'une partie de la surface est non visible par un observateur et ceci est d'autant plus important sous des incidences proches de l'horizon. Ce phénomène se quantifie mathématiquement à l'aide de la **fonction d'illumination**. En me basant sur les formulations de Smith [77], [78] et de Wagner [79], valides pour une surface monodimensionnelle (surface 1D, problème 2D) de DDP²⁸ supposée **gaussienne** et **décorrélée**, ces formulations ont été étendues au cas :

- d'une surface 1D de DDP **gaussienne** avec prise en compte de la **corrélation**,
- d'une surface 1D de DDP **quelconque décorrélée**,
- d'une surface 2D de DDP **gaussienne** avec prise en compte de la **corrélation**,
- d'une surface 2D de DDP **quelconque décorrélée**.
- de la transmission (cas où le récepteur est en dessous de la surface).

En comparant avec une méthode de référence [80], obtenue par un processus de Monte Carlo, les résultats numériques [81], [82], [83], [84], [85], [86] ont montré que la formulation de Smith est la meilleure, que la corrélation pouvait être négligée, simplifiant significativement les équations, aboutissant finalement à une expression simple de la fonction d'illumination valide pour une DDP quelconque d'une surface bidimensionnelle.

En se basant sur les travaux de Yoshimori et al. [87] et [88], et en considérant des statistiques gaussiennes, cette fonction d'illumination a été introduite dans les calculs de l'émissivité [81], [89] et [90], et de la réflectivité [91]. Dans le cas de la mer, il est montré sur l'émissivité que l'ombrage devient prépondérant pour des angles d'émission supérieurs à 60-75 degrés (ceci dépend de la vitesse du vent) et que pour $\theta = 90^\circ$, l'émissivité ne diverge pas grâce à la prise en compte de l'ombrage.

En fait, lorsque le phénomène d'ombrage n'est plus négligeable, les réflexions multiples contribuent. Pour quantifier ceci, l'émissivité a été calculée analytiquement, pour une surface 2D, en

²⁸DDP : Densité De Probabilité.

prenant en compte les réflexions multiples [92], nécessitant le calcul analytique de la fonction d'illumination avec multiple réflexions [93]. Pour une surface 1D, en comparant avec une méthode de Monte Carlo, un très bon accord est observé pour l'ordre un (simple réflexion) qui implique que la fonction d'illumination est correcte. En revanche, pour les ordres supérieurs, un désaccord est observé entre la méthode de référence et le modèle analytique. J'ai alors montré que c'était le calcul de la fonction d'ombre analytique qui était incorrect. Enfin, un modèle semi-empirique a été proposé afin d'obtenir un bon accord entre les deux méthodes. On observe que la contribution des réflexions multiples apparaît en même temps que le phénomène d'ombrage et qu'il s'exerce alors une compétition entre ces deux phénomènes. En fait, la contribution des réflexions multiples est maximale au voisinage de 75-85 degrés (ceci dépend de la vitesse du vent) et n'excède pas 0.03, puis diminue fortement dû à l'ombrage. A l'aide d'une méthode de Monte Carlo, la même remarque a été observée sur une surface 2D par Henderson et al. [94].

En première approximation, la distribution des pentes de la surface de la mer est modélisée par une gaussienne. Sa mesure, réalisée par Cox et Munk [95], montre que ce n'est pas exactement une gaussienne et qu'il faut introduire les moments statistiques d'ordre 3 (skewness) et 4 (kurtosis). En prenant en compte cette caractéristique dans le calcul de l'émissivité à l'ordre un (simple réflexion), $\epsilon^1(\theta, \phi)$ (θ est l'angle d'émission et ϕ la direction du vent), j'ai montré [96] que l'émissivité peut se décomposer en une série de Fourier tronquée à l'ordre deux, $\epsilon^1(\theta, \phi) \approx \epsilon_0^1(\theta) + \epsilon_1^1(\theta) \cos \phi + \epsilon_2^1(\theta) \cos(2\phi)$. Lorsque la surface est de statistique gaussienne, alors $\epsilon_1^1(\theta) = 0$. $\epsilon_0^1(\theta)$ caractérise la partie isotrope, tandis que $\epsilon_2^1(\theta)$ correspond à la partie anisotrope. $\epsilon_2^1(\theta)$ est une fonction croissante de la vitesse du vent comme la partie isotrope $\epsilon_0^1(\theta)$, et de l'angle d'incidence contrairement à $\epsilon_0^1(\theta)$. De plus, pour une surface non-gaussienne, la direction du vent pour laquelle l'émissivité est minimale, est donnée par $\phi = \pi/2 + \epsilon_1^1(\theta)/[4\epsilon_2^1(\theta)]$ produisant alors un décalage en azimut de $\epsilon_1^1(\theta)/[4\epsilon_2^1(\theta)]$ par rapport à une surface de statistique gaussienne. Cette modélisation permet à partir de trois mesures différentes selon ϕ , de connaître $\{\epsilon_{0,1,2}^1(\theta)\}$ donc $\epsilon^1(\theta, \phi)$. De plus, lorsque les réflexions multiples sont négligeables, un bon accord est observé entre les mesures [97] et [98], et le modèle.

Une partie de ce travail a été menée en collaboration avec la société Thales Optronique, dont le coordinateur était G. Berginc. De plus, depuis 2005, en collaboration avec l'ONERA, cette modélisation est étendue en prenant en compte la résolution du capteur qui est de l'ordre du mètre. Ceci a conduit à la rédaction de quatre rapports de contrat [99], [100], [101], [102], à la soumission d'un article dans la revue Applied Optics [104] et à la participation à deux colloques [104], [103] en tant que co-auteur.

• Domaine microondes

La fonction d'illumination a été introduite dans l'AK du premier ordre en considérant une surface 2D de statistique gaussienne. Tout d'abord, une surface parfaitement conductrice 2D a été étudiée en configuration monostatique [106]. Ceci a permis d'introduire l'ombrage rigoureusement et de mener analytiquement le calcul des moyennes statistiques pour aboutir à la SER. Pour une fonction d'autocorrélation gaussienne, les simulations montrent que le phénomène d'ombrage est négligeable et qu'une différence notable est observée entre l'AK et l'APS. Cette différence diminue lorsque la variance des pentes diminue. En considérant l'APS, ce travail a été étendu à une configuration bistatique sur une surface diélectrique 2D de statistique gaussienne et a été appliqué sur une surface de mer anisotrope [107].

Je me suis également intéressé à la prédiction du "Backscattering enhancement" (pic de rétrodiffusion). Ce phénomène apparaît lorsque plusieurs diffuseurs sont impliqués [2] (chapitre 8) comme par exemple dans la diffusion de volume ou dans la diffusion par une surface lorsque plusieurs réflexions ont lieu. Par conséquent, ce phénomène ne peut être prédit théoriquement

qu'à partir de modèles électromagnétiques dits *non locaux*. Il est alors observé expérimentalement une augmentation de la puissance dans la direction de rétrodiffusion dont la largeur du pic est très faible. Qualitativement, la largeur du pic est inversement proportionnelle à la distance entre les diffuseurs et puisque c'est un phénomène cohérent, cette distance doit être de l'ordre de ou inférieure à la longueur de corrélation de la surface. En m'appuyant sur les travaux d'Hishimaru et al. [22] et de Bahar [25], j'ai calculé la SER [23] polarimétrique (polarisations VV, HH, VH, HV), valide pour une DDP des pentes quelconques de la surface, sous l'hypothèse de l'AK réduit à l'AOG en incluant la seconde réflexion (AK du second ordre) et l'ombrage, précédemment étudié dans [93]. De plus, le modèle [24] a été comparé avec les résultats de D. Torrungrueng et J. T. Johnson [57], issus de la méthode rigoureuse rapide Forward-Backward (FB), qu'ils ont eu la gentillesse de me fournir. Les comparaisons indiquent que les résultats du modèle analytique sont sur estimés et un meilleur accord est observé pour des surfaces diélectriques et en polarisations croisées. De plus la largeur du pic prédit par notre modèle est sous évaluée. Ceci s'explique par le fait que la distance entre la première et la seconde réflexions est très difficile à calculer analytiquement. A noter que la contribution de la seconde réflexion devient notable pour un écart type des pentes supérieur à 0.5.

Nous avons vu que pour des fréquences microondes, la surface de la mer est multi-échelle et par conséquent pour résoudre ce type de problème à l'aide d'une méthode asymptotique, il est nécessaire d'appliquer une méthode dite *unifiée*. Ce travail a été mené [16] avec les modèles LCA, WCA [10] et SSA [11] dans le cas d'une surface de mer 1D diélectrique de statistique gaussienne dans les bandes C et Ku. A noter que la variance centrée du champ diffracté du modèle WCA d'une surface 2D a été calculée rigoureusement. En monostatique, pour des incidences inférieures à 70 degrés, il est montré que le second ordre du SSA doit être inclus pour des incidences supérieures à 20-30 degrés pour prédire la modulation de la petite échelle par la grande échelle (dite *modulation de Bragg*), et notamment pour la polarisation horizontale. Cet effet est beaucoup moins important pour l'approche WCA et non prédit par le modèle LCA. Par conséquent, le LCA n'est pas adéquat pour une surface de mer. Une comparaison avec une méthode rigoureuse (résultats fournis par Toporkov au cours d'échanges épistolaires) a permis de montrer que la contribution du SSA du second ordre avait tendance à sur estimer la SER. J'ai également participé à la construction de nouveaux modèles asymptotiques théoriques, dits *non locaux* [21], et notamment à l'extension du modèle WCA avec double réflexion.

Ce travail a été étendu au modèle SSA du premier ordre à une surface de mer 2D anisotrope de statistiques gaussienne [108] et non-gaussienne [109], en incluant les moments statistiques jusqu'à l'ordre 4, et pour une configuration bistatique. Contrairement au calcul de l'émissivité dans le domaine infrarouge, j'ai dû modéliser les fonctions de corrélation liées au skewness (moment statistique d'ordre 3) et au kurtosis (moment statistique d'ordre 4) de façon semi-empirique. Néanmoins, elles doivent obéir à des propriétés particulières [26], [110], [111] et [112]. En utilisant les propriétés azimutales de ces fonctions et du spectre de Elfouhaily, le nombre d'intégrations, qui est de quatre, a été réduit à deux. De plus, en configuration monostatique, j'ai montré, comme pour l'émissivité en infrarouge, que la SER s'écrit $\sigma(\theta, \phi) \approx \sigma_0(\theta) + \sigma_1(\theta) \cos \phi + \sigma_2(\theta) \cos(2\phi)$, qui est consistant avec les modèles empiriques construits expérimentalement [113], [114], [115], [116], [117], [118] et [119]. Dans le cas gaussien, $\sigma_1(\theta) = 0$. Une comparaison avec des mesures en Bande C (modèle CMOD2-I3 [119]) et Ku (modèle CMOD2-I3 [115]), montre un bon accord en polarisation VV. En polar HH, pour laquelle la modulation de Bragg est plus significative, l'accord est moins bon. Il faudrait alors calculer la contribution du SSA du second ordre. Quel que soit l'état de polarisation, une étude a été menée sur ce point, mais les résultats numériques ne sont pas satisfaisants. A noter qu'en configuration monostatique, les contributions du SSA du premier ordre en polarisations croisées sont nulles.

Depuis 2003, je mène une collaboration avec V. Fabbro de l'ONERA-DEMR, sur le problème de la propagation en avant (direction spéculaire) au-dessus de la mer pour des incidences rasantes très proches de l'horizon. Cette configuration apparaît entre une liaison terrestre et maritime. Pour ce type de problème, le coefficient de réflexion est modélisé tout simplement par le coefficient de Fresnel d'une surface plane multiplié par un terme de rugosité en $\exp(-R_a^2)$, où R_a est le paramètre de Rayleigh (modèles de Ament [121] ou Brown [122]). Dû à l'ombrage, nous avons montré [120] que le niveau moyen des hauteurs de la surface augmente avec l'angle d'incidence et que l'écart type des hauteurs se réduit. En incluant alors ce phénomène dans le modèle simple de Ament, on a montré que dans le facteur cohérent de propagation, les extrema sont déplacés. Ce qui est en accord avec des résultats numériques prédits par une méthode rigoureuse rapide [120] et [123]. Plus récemment, j'encadre avec V. Fabbro et J. Saillard, la thèse de Rémi Douvenot (30% C. Bourlier, 50% V. Fabbro et 20% J. Saillard, Directeur de thèse) intitulée *Estimation des variations de l'indice de réfraction par inversion des échos radar de mer. Application à la prédiction de la couverture des systèmes électromagnétiques embarqués sur navire*. L'objet de cette thèse est d'exploiter l'écho radar de la surface de la mer dans le but de générer une cartographie de l'indice de réfraction. La méthode développée dans cette thèse repose sur une inversion par machines à vecteurs supports à moindres carrés [124], [125]. Cette approche présente un temps de calcul particulièrement intéressant pour une bonne efficacité. Il s'agit donc de développer un code pouvant à terme être intégré à bord des navires pouvant retrouver l'indice de réfraction en basse troposphère sur quelques dizaines de kilomètres en temps réel. Dans ce travail, j'interviens tout particulièrement sur le calcul de la signature électromagnétique d'un écho de mer.

Sur le plan théorique, le problème de la diffraction sous incidence rasante, a été étudié initialement par Zenneck [126] et Sommerfeld [127] au travers du calcul du champ rayonné par un dipôle en présence d'une surface très conductrice plane. Ils ont montré qu'en polarisation verticale, une onde de surface pouvait se propager sur une longue distance. Cette onde est nommée *onde de Zenneck* et contribue fortement pour des fréquences comprises entre une dizaine et une centaine de MHz. Norton [128] et [129] a appliqué leurs travaux pour la propagation au-dessus de la terre. Un résumé de ces approches est fourni dans le livre de Wait [130] et dans l'article plus récent de Colin [131]. Plus récemment, King [132] a apporté une contribution contemporaine à ces travaux. Ces dernières années, Tatarskii [133], Fuks [134] et al., et Ishimaru et al. [135] et [136] s'intéressent au problème de la diffusion d'une onde électromagnétique par une surface 1D peu rugueuse et très conductrice (condition aux limites de Leontovitch), illuminée sous incidence rasante. Ce dernier auteur est surtout le plus actif puisqu'il tente de proposer un modèle de SER, basée sur la MMP, en polarisations horizontale et verticale en prenant en compte l'onde de Zenneck. Cette étude a débuté en octobre 2005 au travers de la thèse de Yohan Brelet (50% C. Bourlier et 50% J. Saillard, Directeur de thèse) intitulée *Diffusion électromagnétique par une surface rugueuse sous incidence rasante : application au domaine maritime*. La finalité de la thèse est de comprendre et de valider la formulation de Ishimaru par une méthode rigoureuse rapide [51]-[56], comme la Forward-Backward+Novel-Spectral-Acceleration (accélération spectrale), et de l'étendre à une surface 2D.

Classiquement, un navire peut se protéger d'une détection par une onde électromagnétique en déployant un nuage de dipôles. Mais ce leurrage présente des limitations, car il est parfois aisément décelable et donc vulnérable. Une étude a débuté en octobre 2005 au travers de la thèse de Gildas Kubické (50% C. Bourlier et 50% J. Saillard, Directeur de thèse) intitulée *Signature polarimétrique d'obstacles composites constitués de leurres structuraux au dessus d'une mer*. Son but est de mettre au point une méthode de calcul et d'analyse de la signature radar d'une cible composite, constituée de leurres structuraux : octaèdres parfaitement conducteurs, situés

au dessus de la mer, lorsque la scène est observée en visibilité directe et à site rasant. Ce problème vient donc en complément à la thèse de Y. Brelet. La modélisation des quatre termes de la matrice de diffraction d'un trièdre constituera la première phase de l'étude [137], [138]. La modélisation est basée sur L'AOP²⁹ combinée à l'AOG [139], [140], et [141] pour la prise en compte des réflexions multiples. De plus, la MCE³⁰ de Michaeli [142], [143], et [144] pour la diffraction par les arêtes est intégrée. La signature prendra également en compte l'effet de la mer. Pour tout angle d'excitation et d'observation, la formulation sera étendue à l'octaèdre, qui est formé de huit trièdres à faces triangulaires isocèles rectangles. Enfin, le calcul d'un modèle de signature radar composite d'un ensemble de leurres structuraux sera entrepris de façon à générer un écho réaliste. Le but ultime de cette étude serait d'intégrer les lois de fluctuations temporelles et spectrales des leurres, ainsi que leur comportement polarimétrique.

I.3.2 Cas de deux interfaces rugueuses

L'étude du champ diffracté par deux interfaces rugueuses séparées par un milieu homogène a été menée au travers de deux thèses :

- La thèse de Nicolas Déchamps [48] (60% C. Bourlier, 30% N. De Beaucoudrey et 10% S. Toutain, Directeur de thèse) qui a développé une méthode rigoureuse rapide basée sur la méthode des moments.

Le champ électromagnétique diffracté par deux interfaces rugueuses monodimensionnelles, séparées par un milieu homogène, est calculé à l'aide de la méthode des moments. Cette dernière nécessitant des ressources informatiques importantes, nous avons alors développé la méthode PILE³¹ afin de nous affranchir de cet inconvénient. Cette méthode repose sur le partitionnement de la matrice impédance, en quatre blocs ayant chacun une interprétation physique simple : deux sont dédiés à la diffraction sur chacune des interfaces et les deux autres correspondent au couplage électromagnétique entre les deux interfaces. Ceci permet de diviser le nombre d'inconnues par deux.

Le champ sur l'interface supérieure est ensuite décomposé en une série de Taylor selon une matrice caractéristique de la couche, fonction des quatre blocs de la matrice impédance précédemment décrits. On montre alors que chaque ordre de ce développement correspond physiquement aux réflexions multiples successives de l'onde diffractée dans la couche. La structure même de cette matrice caractéristique permet d'utiliser, sur chacune des deux interfaces, les algorithmes rapides qui existent déjà pour une simple interface. Par rapport à une inversion matricielle directe, cette nouvelle méthode permet de traiter des problèmes avec un grand nombre d'inconnues à partir d'un PC standard. Cette méthode a été validée en la comparant avec des résultats issus de la littérature [67], [145] et [146].

- La thèse de Nicolas Pinel [43] (50% C. Bourlier et 50% J. Saillard, Directeur de thèse) qui a développé une méthode asymptotique basée sur l'AK.

Dans l'AK, chaque interface est modélisée par des facettes réfléchissant et transmettant localement le champ dans la direction spéculaire. Ceci permet de calculer les différents champs diffractés par l'interface supérieure qui émanent des réflexions multiples à l'intérieur de la couche. La méthode est ensuite réduite à l'AOG (ou limite haute fréquence). Ainsi, on peut obtenir une expression simple des coefficients de diffusion résultants des champs diffractés : ils s'expriment

²⁹AOP : Approximation de l'Optique. Physique

³⁰MCE : Méthode des Courants Equivalents.

³¹PILE : Propagation-Inside-Layer-Expansion.

comme le produit de coefficients de diffusion élémentaires en chaque point de diffusion par le guide d'onde diélectrique. De plus, le phénomène d'ombrage des surfaces [86], conséquent pour des angles rasants, est pris en compte par le modèle, permettant d'en améliorer ses performances. Pour un problème 2D, cette méthode a été validée par la méthode PILE et étendue à un problème 3D en calculant également les polarisations croisées. Le modèle permet d'envisager différentes applications intéressantes, notamment la détection de nappes de pétrole sur la mer par un moyen rapide.

Ces deux méthodes donnent également le champ transmis par le système composé des deux interfaces.

II Rayonnement infrarouge d'une surface de mer

Sommaire

II.1 Introduction	13
II.2 Fonction d'illumination	14
II.2.1 Surface 1D en configuration monostatique	14
II.2.2 Surface 1D en configuration bistatique	23
II.2.3 Surface 2D en configuration monostatique	32
II.2.4 Surface 2D en configuration bistatique	37
II.2.5 Prise en compte des réflexions multiples	39
II.2.6 Conclusion	45
II.3 Emissivité et réflectivité avec ombre de la mer dans le domaine infrarouge	46
II.3.1 Introduction	46
II.3.2 Emissivité non polarisée	47
II.3.3 Réflectivité non polarisée	59
II.3.4 Prise en compte de la résolution du capteur	63
II.3.5 Simulation	65
II.3.6 Conclusion	65

II.1 Introduction

Dans ce chapitre, le rayonnement infrarouge d'une surface de mer est calculé via les déterminations de l'émissivité et de la réflectivité, dans lesquelles le phénomène d'ombrage est pris en compte.

Lorsque la surface est éclairée, une partie de celle-ci est cachée en raison des creux de la surface. La grandeur mathématique quantifiant ce phénomène est la fonction d'illumination. C'est une grandeur *statistique*, donnant la probabilité qu'un point arbitraire de la surface soit illuminé sous une incidence donnée. En anglais, elle est appelée "shadowing function", mais en toute rigueur elle devrait être nommée "illumination function". En se basant sur les formulations de Smith [77], [78] et de Wagner [79], valides pour une surface monodimensionnelle (surface 1D, problème 2D) de DDP (Densité De Probabilité) supposée **gaussienne** centrée et **décorrélée**, leurs formulations ont été étendues aux cas :

- d'une surface 1D de DDP **gaussienne** centrée avec prise en compte de la **corrélation**,
- d'une surface 1D de DDP **quelconque décorrélée**,
- d'une surface 2D de DDP **gaussienne** centrée avec prise en compte de la **corrélation**,

- d’une surface 2D de DDP **quelconque décorrélée**.
- où plusieurs réflexions se produisent sur la surface.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, le calcul de la fonction d’illumination, initié durant ma thèse [81], sera résumé. Son calcul a fait l’objet de cinq publications en revues [82], [83], [84], [85] et [43]. Les références [84] et [85] sont fournies respectivement en annexes A et B.

Afin de calculer le rayonnement infrarouge d’une surface de mer 2D anisotrope pour des incidences quelconques, et notamment sous incidence rasante, la fonction d’illumination a été incluse dans les calculs de l’émissivité et de la réflectivité, obtenues à l’aide de l’AOG. Ce travail a débuté durant ma thèse et a fait l’objet de cinq publications en revues [89], [90], [91], [92] et [96]. Ces trois dernières sont fournies respectivement en annexes E, C et D. La troisième partie résumera cette étude.

II.2 Fonction d’illumination

Dans cette partie, le calcul de la fonction d’illumination est présenté. Tout d’abord, nous allons nous intéresser au cas d’une surface monodimensionnelle (1D) en configuration monostatique et étendre son calcul au cas bistatique dans le deuxième paragraphe. Dans les troisième et quatrième paragraphes, la formulation est généralisée à une surface bidimensionnelle (2D), et dans le dernier paragraphe, la fonction d’illumination avec multiple réflexion est calculée.

II.2.1 Surface 1D en configuration monostatique

II.2.1.1 Définition

Historiquement, la fonction d’illumination *monostatique* et *statistique* d’une surface *monodimensionnelle*, notée S , a été calculée dans le but de corriger le coefficient de diffusion déterminé avec l’AOG [9], [151]. Ce problème théorique a été étudié analytiquement par Bass et Fuks [147], [7]. Il est basé sur le calcul des points d’intersection de deux fonctions aléatoires [148]. Dans notre cas, une fonction est déterministe, correspondant à l’équation du rayon incident. La fonction d’illumination s’exprime alors comme une série infinie d’intégrales multiples de Rice [147], [7], [149], [150], et donne la probabilité qu’un point arbitraire de la surface de pente γ_0 et de hauteur z_0 , illuminé sous une incidence θ , soit vu (figure II.1). Elle s’écrit

$$S(\theta|F; L_0) = \Upsilon(\mu - \gamma_0) \exp \left[- \int_0^{L_0} g(\theta|F; x) dx \right], \quad (\text{II.1})$$

avec

$$\Upsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}. \quad (\text{II.2})$$

g est la probabilité conditionnelle que le rayon de pente $\mu = \cot \theta \geq 0$, où $\theta \geq 0$ est l’angle d’incidence, intercepte la surface dans l’intervalle $[x; x + dx]$ sachant qu’il ne la coupe pas dans l’intervalle $[0; x]$. Υ est la fonction de Heaviside, qui apporte une restriction sur la pente γ_0 au point F . En d’autres termes, le point F est illuminé si la pente du rayon incident μ est supérieure à celle de la surface au point F (figure II.1). Rigoureusement, $g = g_R$ (indice “R” pour Rice) s’écrit

$$g_R(\theta|F; x) = \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n I_n(\theta|F; x), \quad (\text{II.3})$$

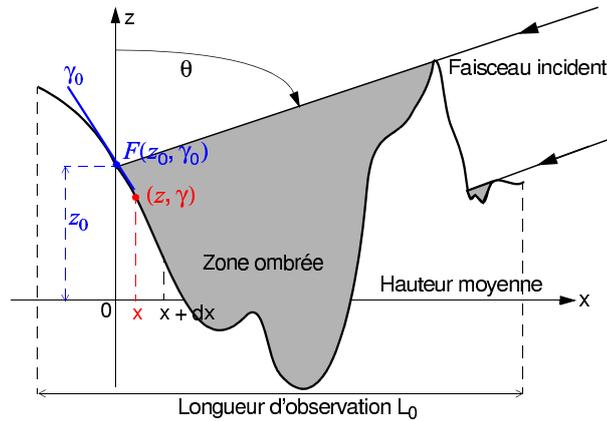


FIG. II.1 – Illustration de la fonction d'illumination statistique d'une surface monodimensionnelle avec $\theta \geq 0$ pour une configuration monostatique.

où

$$\begin{cases} I_0(\theta|F; x) = \int_{\mu}^{\infty} (\gamma - \mu) p_2(z, \gamma|z_0, \gamma_0; x) d\gamma & \text{si } n = 0 \\ I_n(\theta|F; x) = \int_0^x dx_1 \int_{x_1}^x dx_2 \dots \int_{x_{n-1}}^x W_n(\theta|F; x, x_1, \dots, x_n) dx_n & \text{si } n > 0 \end{cases}, \quad (\text{II.4})$$

avec

$$W_n(\theta|F; x, x_1, \dots, x_n) = \int_{\mu}^{\infty} \left\{ (\gamma - \mu) \left[\prod_{m=1}^{m=n} \int_{\mu}^{\infty} (\gamma_m - \mu) \right] p_{2m+2}(\mathbf{Z}, \gamma|F; x, x_1, \dots, x_m) \right\} d\gamma. \quad (\text{II.5})$$

$W_n dx dx_1 dx_2 \dots dx_n$ est la DDP conditionnelle conjointe que le rayon incident d'équation $Z_n = z_0 + \mu x_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$ et $z = z_0 + \mu x$) coupe la surface en $z(x_n) = z_n$ avec $\mu \leq \gamma_n = \gamma(x_n)$ dans les intervalles $[x; x + dx]$, $[x_1; x_1 + dx_1]$, $[x_2; x_2 + dx_2]$, \dots , $[x_n; x_n + dx_n]$ sachant $F(z_0, \gamma_0)$. p_{2m+2} est la DDP conditionnelle conjointe du vecteur $\mathbf{Z} = [z \ Z_1 \ Z_2 \ \dots \ Z_m]^T$ et $\gamma = [\gamma \ \gamma_1 \ \gamma_2 \ \dots \ \gamma_m]^T$ sachant $F(z_0, \gamma_0)$. Le symbole "T" désigne le transposé.

La formulation de Wagner [79], qui est une approximation, consiste à retenir uniquement le *premier terme* I_0 de la série de Rice, soit

$$g_W(\theta|F; x) = I_0(\theta|F; x) = \int_{\mu}^{\infty} (\gamma - \mu) p_2(z, \gamma|z_0, \gamma_0; x) d\gamma. \quad (\text{II.6})$$

La formulation de Smith [77, 78] repose sur l'approche de Wagner et introduit un terme de normalisation. Elle s'écrit

$$g_S(\theta|F; x) = \frac{g_W(\theta|F; x)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{z_0 + \mu x} p_2(z, \gamma|z_0, \gamma_0; x) dz d\gamma}. \quad (\text{II.7})$$

II.2.1.2 Cas d'un processus décorréolé quelconque

Soient A et B deux variables aléatoires. D'après le théorème de Bayes, la probabilité conditionnelle $p(A/B)$ s'écrit $p(A/B) = p(A, B)/p(B)$. Si A et B sont *décorréolées*, alors

$p(A/B) = p(A)p(B)/p(B) = p(A)$. Par conséquent si les variables aléatoires $\{z, \gamma, z_0, \gamma_0\}$ sont décorréliées alors

$$\left\{ \begin{array}{l} p_2(z, \gamma | z_0, \gamma_0; x) = p_z(z)p_\gamma(\gamma) \\ p_{2m+2}(\mathbf{Z}, \gamma | z_0, \gamma_0; x, x_1, \dots, x_m) = p_z(z)p_\gamma(\gamma) \prod_{i=1}^{i=m} p_z(Z_i)p_\gamma(\gamma_i) \end{array} \right. . \quad (\text{II.8})$$

p_z est la DDP des hauteurs de la surface et p_γ celle des pentes. La décorrélation entre les variables aléatoires implique que les DDPs deviennent indépendantes des abscisses x, x_1, \dots, x_m . L'équation (II.5) s'écrit alors

$$W_n(\theta|F; x, x_1, \dots, x_n) = g_W(\theta|F) \prod_{m=1}^{m=n} (\mu\Lambda)p_z(Z_m) = \mu\Lambda p_z(z) \prod_{m=1}^{m=n} (\mu\Lambda)p_z(Z_m), \quad (\text{II.9})$$

avec

$$\Lambda = \frac{1}{\mu} \int_{\mu}^{+\infty} (\gamma - \mu)p_\gamma(\gamma). \quad (\text{II.10})$$

La dépendance de W_n sur x, x_1, \dots, x_n provient uniquement des $Z_m = z_0 + \mu x_m$ ($m > 0$ et $z = z_0 + \mu x$).

En substituant (II.9) dans (II.4) puis dans (II.3), (II.6) et (II.7), on montre alors que (section 2.1 de l'annexe A)

$$\left\{ \begin{array}{ll} g_R(\theta|F; x) = g_W(\theta|F; x) \times \exp\{-\Lambda [P_z(z_0 + \mu x) - P_z(-\infty)]\} & \text{Rice} \\ g_S(\theta|F; x) = \frac{g_W(\theta|F; x)}{P_z(z_0 + \mu x) - P_z(-\infty)} & \text{Smith} \\ g_W(\theta|F; x) = \mu\Lambda p_z(z_0 + \mu x) & \text{Wagner} \end{array} \right. , \quad (\text{II.11})$$

où $P_z(z) = \int p_z(z)dz$ est une primitive de p_z . On peut alors montrer que $0 \leq g_R \leq g_W \leq g_S$.

La substitution de (II.11) dans (II.1) conduit après intégration sur x à

$$S(\theta|F; L_0) = \Upsilon(\mu - \gamma_0)S_z(\theta, z_0; L_0), \quad (\text{II.12})$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{ll} S_{z,R}(\theta, z_0; L_0) = \exp(S_{z,W} - 1) & \text{Rice} \\ S_{z,S}(\theta, z_0; L_0) = \left[\frac{P_z(z_0) - P_z(-\infty)}{P_z(z_0 + \mu L_0) - P_z(-\infty)} \right]^\Lambda & \text{Smith} \\ S_{z,W}(\theta, z_0; L_0) = \exp\{-\Lambda [P_z(z_0 + \mu L_0) - P_z(z_0)]\} & \text{Wagner} \end{array} \right. . \quad (\text{II.13})$$

On peut alors montrer que $0 \leq S_{z,S} \leq S_{z,W} \leq S_{z,R} \leq 1$. L'équation ci-dessus peut être interprétée géométriquement. Prenons l'exemple de la formulation de Smith avec une surface de longueur infinie ($L_0 \rightarrow \infty$ et $P_z(z_0 + \mu L_0) - P_z(z_0) = 1$). $[P_z(z_0) - P_z(-\infty)]^{\Lambda(\mu)}$ opère une restriction sur la hauteur de la surface z_0 . Le terme $[P_z(z_0) - P_z(-\infty)]$ tend vers 1 lorsque le point F est situé à une élévation z_0 élevée (comparativement à l'écart type des hauteurs), et la fonction d'illumination statistique est alors maximale, c'est-à-dire que le phénomène d'ombrage est faible. En effet, plus le point F est élevé, moins la probabilité qu'un rayon incident ou

réfléchi dans le milieu supérieur traverse la surface avant de l'atteindre en F est importante. A l'inverse, ce terme tend vers 0 lorsque le point F est situé à une altitude z_0 basse (creux de la vague), et la fonction d'illumination statistique tend vers 0 également, c'est-à-dire que le phénomène d'ombrage est maximal. En effet, plus le point F est bas, plus la probabilité qu'un rayon incident ou réfléchi dans le milieu supérieur traverse la surface avant de l'atteindre en F est importante. Ceci est illustré sur la figure de gauche II.2, dans laquelle le point F' d'altitude plus basse que celle de F , est dans l'ombre du faisceau de pente μ .

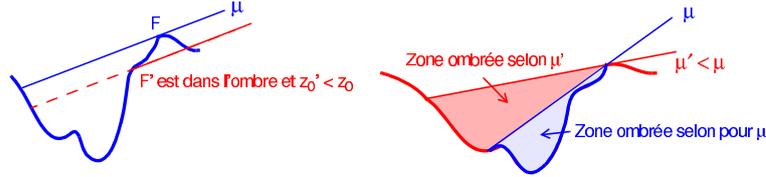


FIG. II.2 – Influence de la hauteur du point F (figure de gauche) et de la pente du faisceau incident μ (figure de droite) sur le phénomène d'ombrage.

De plus, la fonction de répartition $[P_z(z_0) - P_z(-\infty)]$ est pondérée par le terme $\Lambda(\mu)$ qui prend en compte les pentes γ_0 de la surface supérieures à la pente μ du rayon incident ou réfléchi. Lorsque $\mu \rightarrow 0$ (correspondant à un angle rasant), la fonction $\Lambda(\mu) \rightarrow +\infty$, donc $S \rightarrow 0$ (car $0 \leq P_z(z_0) - P_z(-\infty) \leq 1$) : l'ombrage est maximal. A l'inverse, lorsque $\mu \rightarrow +\infty$ (correspondant à un angle nul), la fonction $\Lambda(\mu) \rightarrow 0$, donc $S \rightarrow 1$: l'ombrage est nul. Ainsi, cette fonction traduit le fait que pour un point donné F de la surface, plus la pente du faisceau est faible, plus il y a, statistiquement, de l'ombre. Ceci est illustré sur la figure de droite de II.2, dans laquelle le faisceau de pente μ' plus faible que le faisceau de pente μ induit un ombrage plus important.

La fonction d'illumination $S(\theta|F; L_0)$ est une grandeur statistique puisqu'elle dépend de la hauteur z_0 et de la pente γ_0 qui sont des variables aléatoires. Nous allons donc calculer la valeur moyenne de $S(\theta|F; L_0)$. Elle est définie par

$$\begin{aligned} \bar{S}(\theta; L_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\theta|F; L_0) p_z(z_0) p_\gamma(\gamma_0) dz_0 d\gamma_0 \\ &= \left[\int_{-\infty}^{+\infty} S_z(\theta, z_0; L_0) p_z(z_0) dz_0 \right] \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \Upsilon(\mu - \gamma_0) p_\gamma(\gamma_0) d\gamma_0 \right]. \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

On peut alors montrer pour un processus *décorrélé quelconque* et pour une surface de longueur infinie ($L_0 \rightarrow +\infty$) que

$$\begin{cases} \bar{S}_W(\theta; +\infty) = \Omega \times \frac{1 - \exp(-\Lambda)}{\Lambda} \\ \bar{S}_S(\theta; +\infty) = \Omega \times \frac{1}{1 + \Lambda} \end{cases}, \quad (\text{II.15})$$

avec

$$\Omega = \int_{-\infty}^{+\mu} p_\gamma(\gamma_0) d\gamma_0. \quad (\text{II.16})$$

Ce calcul constitue la première originalité du travail mené sur la fonction d'illumination monostatique.

De plus, dans le cas d'un processus *gaussien* centré, il est aisé de montrer d'après (II.10) et (II.16) que

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda(v) = \frac{\exp(-v^2) - v\sqrt{\pi}\operatorname{erfc}(v)}{2v\sqrt{\pi}} \\ \Omega(v) = \frac{1 + \operatorname{erf}(v)}{2} \\ v = \frac{\mu}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} = \frac{\cot \theta}{\sqrt{2}\sigma_\gamma} \end{array} \right. , \quad (\text{II.17})$$

où σ_γ est l'écart type des pentes de la surface, erf la fonction erreur et $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$. De plus, d'après (II.11) et (II.14), la fonction d'illumination moyennée sur (z_0, γ_0) et obtenue à partir de la formulation rigoureuse (somme (II.3) non tronquée) s'écrit

$$\bar{\bar{S}}_R(\theta; +\infty) = \Omega \times \frac{E_1(-e^{-\Lambda}) - E_1(-1)}{\Lambda e^1}, \quad (\text{II.18})$$

où la fonction E_1 est la fonction exponentielle intégrale définie par $E_1(x) = \int_1^{+\infty} \frac{e^{-xt}}{t} dt$ [152].

Les équations (II.15), (II.17) et (II.18) montrent que les fonctions d'illumination moyennées $\{\bar{\bar{S}}_{W,S,R}(v; +\infty)\}$ dépendent uniquement de la variable v , proportionnelle au rapport de la pente du rayon incident sur l'écart type des pentes de la surface.

La figure II.3 représente les fonctions d'illumination moyennées $\{\bar{\bar{S}}_{W,S,R}(v; +\infty)\}$ sur (z_0, γ_0) en fonction du paramètre v .

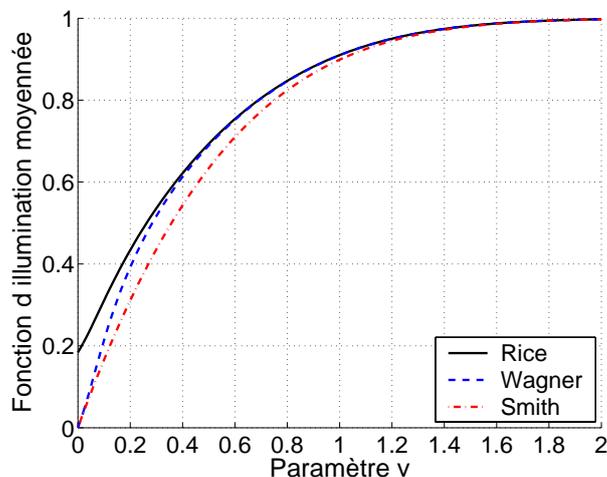


FIG. II.3 – Fonctions d'illumination moyennées $\{\bar{\bar{S}}_{W,S,R}(v; +\infty)\}$ sur (z_0, γ_0) en fonction du paramètre v pour une configuration monostatique.

On observe que les résultats de Smith sont inférieurs à ceux de Wagner qui sont inférieurs à ceux de Rice. En fait, on peut montrer que $\forall (v, L_0), 1 \geq \bar{\bar{S}}_R(v; L_0) \geq \bar{\bar{S}}_W(v; L_0) \geq \bar{\bar{S}}_S(v; L_0) \geq 0$. De plus, les courbes de Wagner et de Rice se superposent pour des valeurs de $v \geq 0.6$ (si $\sigma_\gamma = 0.3$ alors $\theta \leq 75.7^\circ$). Ceci montre que la série (II.3) peut être tronquée à l'ordre 0 au-dessus de cette valeur et que les ordres supérieurs contribuent pour des valeurs de v proches de zéro, correspondant à des incidences rasantes ($\theta \rightarrow \pi/2 \Rightarrow \mu = \cot \theta \rightarrow 0 \Rightarrow v \rightarrow 0$).

Pour $v \geq 2$, la fonction d'illumination vaut 1 ($\bar{\bar{S}}_W(v; +\infty) \approx \bar{\bar{S}}_S(v; +\infty) \approx 0.9974$), impliquant que le phénomène d'ombrage peut être négligé au-dessus de cette valeur. On peut

donc associer un angle θ_0 à cette valeur limite $v_0 = 2$ *au-dessous* duquel l'ombrage est négligeable. Soit $\theta_0 = \arccot(v_0\sqrt{2}\sigma_\gamma)$. Par exemple avec $v_0 = 2$ et pour $\sigma_\gamma = \{0.1, 0.2, 0.3\}$, $\theta_0 = \{74.2, 60.5, 49.7\}^\circ$.

Lorsque $v \rightarrow 0$, les résultats de Smith et de Wagner convergent vers zéro, tandis que ceux de Rice tendent vers une valeur *différente de zéro* et égale à $\bar{S}_R(\pi/2; +\infty) = 1/(2e^1) = 0.184$. Ce résultat n'a pas de sens physique car pour $\theta = \pi/2$, aucun des points de la surface est illuminé, impliquant que la fonction d'illumination moyennée doit être nulle.

La formulation de Rice étant rigoureuse, la seule explication possible est que nous avons considéré un processus *décorrélé* gaussien. Il serait donc intéressant d'inclure la corrélation. Malheureusement, la complexité des équations (II.4) et (II.5) rend la détermination analytique et même numérique de la fonction g_R (équation (II.3)) très difficile voire impossible. Néanmoins, afin de quantifier l'effet de la corrélation sur la fonction d'illumination, les approches de Smith et de Wagner vont être étendues en considérant un processus *corrélé gaussien* centré de la surface. De plus, les différentes formulations seront comparées à une solution de référence, permettant ainsi de retenir la meilleure des formulations par la suite.

II.2.1.3 Cas d'un processus corrélé gaussien centré

D'après les équations (II.6) et (II.7), les calculs de $\{g_{W,S}\}$ nécessitent la détermination de la DDP conditionnelle conjointe $p_2(z, \gamma | z_0, \gamma_0; x)$ des hauteurs (z_0, z) et des pentes (γ_0, γ) de deux points de la surface séparés par la distance horizontale x . Pour un processus corrélé gaussien centré et d'après le théorème de Bayes, elle s'écrit

$$p_2(z, \gamma | z_0, \gamma_0; x) = \frac{p_4(z_0, z, \gamma_0, \gamma; x)}{p_{z,\gamma}(z_0, \gamma_0)} = \frac{\sigma_\gamma \sigma_z}{2\pi \sqrt{|[C_4]|}} \exp \left[-\frac{1}{2} \mathbf{V}_4^T [C_4]^{-1} \mathbf{V}_4 + \frac{z_0^2}{2\sigma_z^2} + \frac{\gamma_0^2}{2\sigma_\gamma^2} \right]. \quad (\text{II.19})$$

\mathbf{V}_4 est le vecteur de composantes $[z_0 \ z \ \gamma_0 \ \gamma]$, $[C_4]$ la matrice de covariance du vecteur \mathbf{V}_4 , $|[C_4]|$ le déterminant de $[C_4]$, σ_z l'écart type des hauteurs de la surface et σ_γ celui des pentes. Les éléments de la matrice de covariance, notés C_{4ij} , sont égaux à $\langle V_{4i} V_{4j} \rangle$. $\{V_{4i}\} \in \mathbb{R}^4$ ($i = \{1, 2, 3, 4\}$) sont les composantes du vecteur \mathbf{V}_4 , et $\langle \dots \rangle$ est l'opérateur espérance mathématique. De plus, on montre que la matrice de covariance s'écrit :

$$[C_4] = \begin{bmatrix} \sigma_z^2 & W_0(x) & 0 & W_1(x) \\ W_0(x) & \sigma_z^2 & -W_1(x) & 0 \\ 0 & -W_1(x) & \sigma_\gamma^2 & -W_2(x) \\ W_1(x) & 0 & -W_2(x) & \sigma_\gamma^2 \end{bmatrix}. \quad (\text{II.20})$$

W_0 est la fonction d'autocorrélation¹ des *hauteurs* de la surface ($\sigma_z^2 = W(0)$), $W_1 = dW_0/dx$ l'intercorrélacion entre les hauteurs et les pentes de la surface, et $W_2 = dW_1/dx$ la fonction d'autocorrélation des *pentcs* de la surface ($\sigma_\gamma^2 = -W_2(0)$). A noter que puisque W_0 est une fonction paire, W_1 est une fonction impaire et W_2 est une fonction paire. De plus, $W_1(0) = 0$, ce qui implique que l'intercorrélacion entre z_0 et γ_0 est nulle et ce qui permet d'écrire que $p_{z,\gamma}(z_0, \gamma_0) = p_z(z_0)p_\gamma(\gamma_0)$.

A partir de (II.20), les calculs de $[C_4]^{-1}$ et de $|[C_4]|$ sont menés analytiquement. De plus, les intégrations sur γ et z pour les calculs de $\{g_{W,S}\}$ (équations (II.6) et (II.7)) sont également menées analytiquement. Enfin, l'intégration sur x de la fonction g (équation (II.1)) est effectuée numériquement. Au final, les fonctions d'illumination statistiques $S_z(\theta, z_0, \gamma_0; L_0)$ (second terme

¹Dans la suite, par abus de langage, le terme *autocorrélacion* sera quelquefois remplacé par *corrélacion*.

de droite de l'équation (II.1)) de Smith et de Wagner dépendent des variables aléatoires z_0 et γ_0 . A noter que dans le cas où la corrélation est négligée, $S_z(\theta, z_0, \gamma_0; L_0)$ est indépendante de γ_0 (équation (II.13)), permettant de dissocier la double intégrale (II.14) en 2 intégrales indépendantes.

Au final, la fonction d'illumination de Wagner ou de Smith moyennée sur les pentes γ_0 et sur les hauteurs z_0 , $\{\bar{S}_{W,S}(\theta; L_0)\}$, définie par (II.14), nécessite trois intégrations numériques imbriquées sur $\{x, \gamma_0, z_0\}$. Dans le cas décorrélé et pour une surface de longueur infinie, aucune intégration numérique n'est nécessaire. Par conséquent, la prise en compte de la corrélation complique grandement l'évaluation numérique de \bar{S} . L'ensemble des calculs numériques est détaillé dans l'annexe A et un résumé sous forme de tableau est donné pour les expressions de $S_{W,S}(\theta|F; L_0)$. La prise en compte de la corrélation constitue la seconde originalité du travail mené sur la fonction d'illumination monostatique.

II.2.1.4 Simulations

Afin de valider les différentes formulations, une méthode de référence, basée sur une méthode de Monte Carlo², est mise en place. L'algorithme est présenté sur la figure II.4. Il a été validé sur une surface sinusoïdale dont les points illuminés peuvent être déterminés analytiquement.

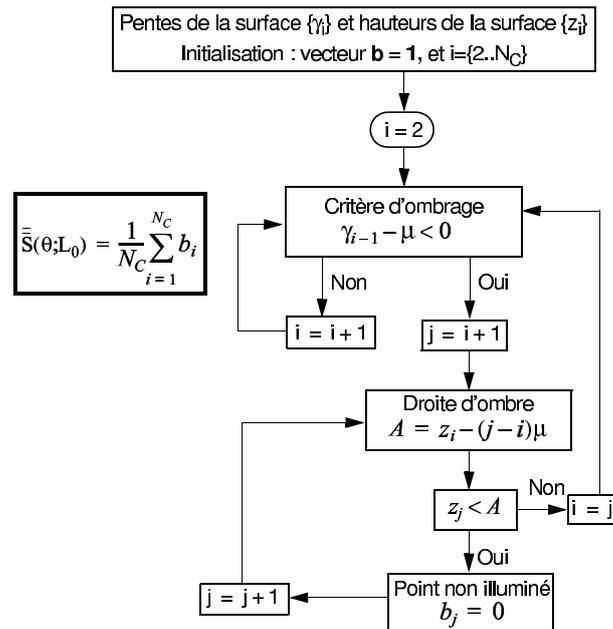


FIG. II.4 – Algorithme pour le calcul de la fonction d'illumination moyennée d'une surface monodimensionnelle dans le cas monostatique.

La figure II.5 représente les hauteurs normalisées, $z/(\sqrt{2}\sigma_z)$, d'une surface de corrélation des hauteurs gaussienne ($W_0(x) = \sigma_z^2 \exp(-x^2/L_c)$ où $L_c = 200$ unités est la longueur de corrélation) et de DDP également gaussienne, en fonction des indices des échantillons. L'écart type des pentes $\sigma_\gamma = 0.1$ et l'écart type des hauteurs $\sigma_z = L_c \sigma_\gamma / \sqrt{2} = 14.14$ unités. De plus, sont présentés les

²La méthode de Monte Carlo consiste à générer un nombre donné de profils indépendants de statistique connue, puis de faire des moyennes statistiques sur l'ensemble des profils. Ceci permet ainsi d'augmenter artificiellement la longueur de la surface. Pour une surface 1D, il n'est pas toujours nécessaire de construire plusieurs profils car la surface générée peut être très grande (jusqu'à 2 000 000 échantillons).

points illuminés de la surface pour $v = 0.1$ (si $\sigma_\gamma = 0.1$ alors $\theta = 89.2^\circ$).

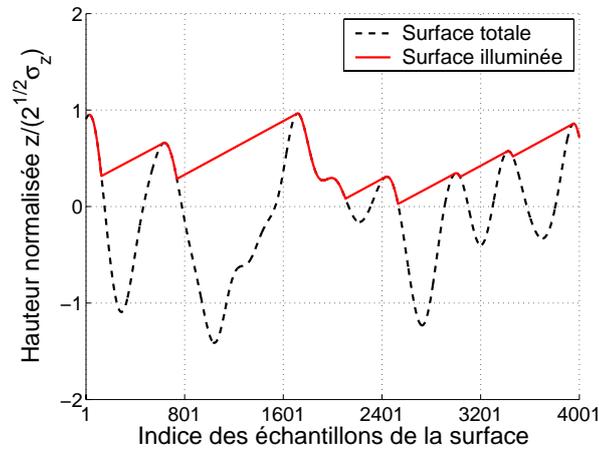


FIG. II.5 – Hauteurs normalisées $z/(\sqrt{2}\sigma_z)$ de la surface et points illuminés de la surface pour $v = 0.1$, en fonction des indices des échantillons.

La figure II.6 représente les fonctions d'illumination moyennées en fonction du paramètre v . Les cinq courbes correspondent à :

- La solution de référence, dénotée dans la légende par “MC”.
- L'approche de Wagner sans corrélation, dénotée dans la légende par “De Wagner”.
- L'approche de Wagner avec corrélation, dénotée dans la légende par “Co Wagner”.
- L'approche de Smith sans corrélation, dénotée dans la légende par “De Smith”.
- L'approche de Smith avec corrélation, dénotée dans la légende par “Co Smith”.

Les résultats sont obtenus en générant une surface composée de $400\,000 = 2000L_c$ échantillons et possède les mêmes propriétés statistiques que la surface présentée sur la figure précédente. On observe que les fonctions d'illumination ont des comportements similaires et que l'effet de la corrélation diminue les résultats.

La figure II.7 représente la différence des courbes présentées sur la figure II.6, par rapport à la solution de référence en fonction du paramètre v . On observe que la corrélation diminue en moyenne par deux la différence et que les résultats de Smith sont meilleurs que ceux de Wagner. De plus, l'approche de Smith sans corrélation présente des résultats très satisfaisants.

La figure II.8 représente la différence de la fonction d'illumination moyennée par rapport à la solution de référence obtenue en considérant une fonction d'autocorrélation des hauteurs gaussienne, W_0 . Les trois courbes correspondent à :

- La différence calculée avec l'approche de Smith avec corrélation et en considérant W_0 comme Gaussienne. Différence dénotée dans la légende par “Co Smith G”.
- La différence calculée avec l'approche de Smith avec corrélation et en considérant W_0 comme Lorentzienne ($W_0(x) = \sigma_z^2/(1 + x^2/L_c^2)$ avec $L_c = 200$ unités). Différence dénotée dans la légende par “Co Smith L”.
- La différence obtenue à partir de la solution de référence en considérant W_0 comme Lorentzien. Différence dénotée dans la légende par “MC L”.

Pour le dernier cas, la surface possède le même écart type des pentes, $\sigma_\gamma = \sqrt{-W''(0)} = \sqrt{2}\sigma_z/L_c$ que la surface de corrélation gaussienne utilisée pour l'obtention des résultats présentés sur la figure II.8.

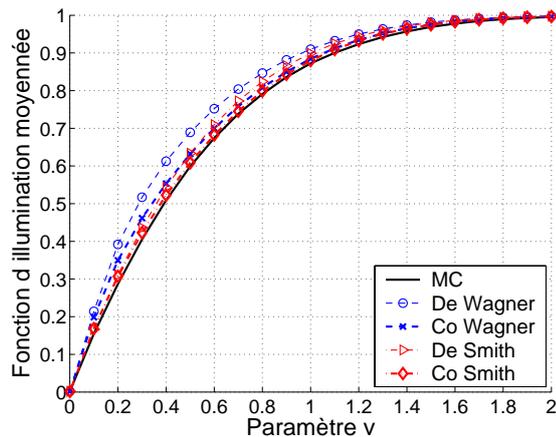


FIG. II.6 – Comparaison des fonctions d’illumination moyennées en configuration monostatique d’une surface 1D de corrélation et de DDP gaussiennes en fonction du paramètre ν .

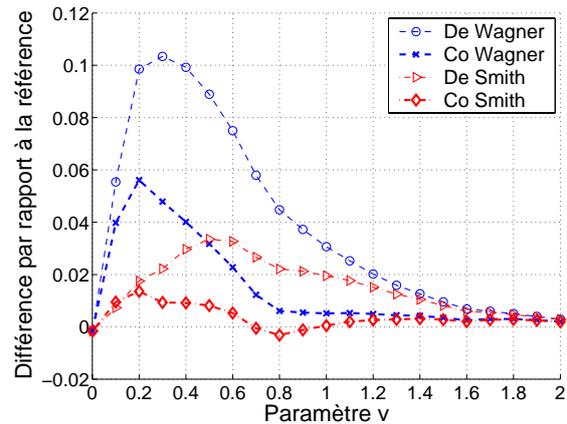


FIG. II.7 – Différence des courbes présentées sur la figure II.6 par rapport à la solution de référence .

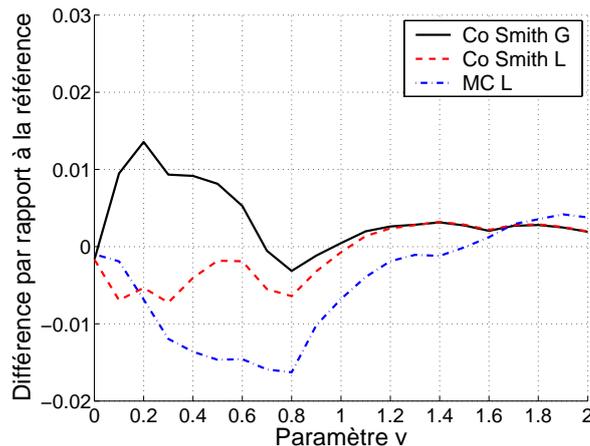


FIG. II.8 – Différence des fonctions d’illumination moyennées par rapport à la solution de référence qui considère une fonction d’autocorrélation gaussienne des hauteurs.

On observe sur la figure II.8 que le choix du profil de la corrélation a peu d’effet sur les résultats. Ceci est confirmé sur la solution de référence.

En conclusion, la fonction d’illumination est peu sensible à la corrélation de la surface. De plus, l’approche de Smith sans corrélation est un bon compromis entre simplicité et précision.

II.2.1.5 Conclusion

Dans cette partie pour une configuration monostatique, les fonctions d’illumination statistiques de Smith et de Wagner, qui supposent un processus décorrélé *gaussien* centré, ont été étendues au cas d’un processus décorrélé *quelconque*. De plus, l’effet de la corrélation a été introduit dans ces approches en considérant un processus *corrélé gaussien* centré.

Pour les simulations, nous avons considéré une surface de longueur infinie ($L_0 \rightarrow \infty$) car l'empreinte observée par un radar est généralement très grande devant la longueur de corrélation des hauteurs de la surface. En fait, l'introduction de L_0 est nécessaire dans les calculs pour l'extension de la fonction d'illumination avec multiple réflexion (paragraphe II.2.5).

En considérant des profils gaussien et lorentzien, des comparaisons avec une méthode de référence ont montré que les résultats corrélés sont meilleurs que ceux décorrélés, mais que l'ombrage dépend peu de la corrélation de la surface. De plus, la prise en compte de la corrélation permet de diviser par deux la différence entre les résultats corrélés et décorrélés, et la formulation de Smith est plus précise que celle de Wagner. L'approche de Smith sans corrélation est également très satisfaisante et est un bon compromis entre sa simplicité et sa précision. Des résultats obtenus sur des profils d'autocorrélation gaussien ($W_0(x) = \sigma_z^2 \exp(-x^2/L_c^2) \cos(ax)$ avec $a \in \mathbb{R}$) et lorentzien ($W_0(x) = \sigma_z^2/(1+x^2/L_c^2) \cos(ax)$) amortis [81] conduisent à la même conclusion.

Un critère simple permet de dire si l'ombrage doit être pris en compte ou pas. Il est donné par $\theta_0 < \arccot(v_0\sqrt{2}\sigma_\gamma)$, où $v_0 \approx 2 \Rightarrow \bar{S}_S(v_0; +\infty) = 0.9974$, σ_γ est l'écart type des pentes, et θ_0 l'angle d'incidence *au-dessous* duquel l'ombre peut être négligée. Par exemple pour $\sigma_\gamma = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4\}$, $\theta_0 \approx \{74.4, 60.5, 49.7, 41.5\}^\circ$.

II.2.2 Surface 1D en configuration bistatique

Les approches exposées dans le paragraphe précédent sont étendues au cas *bistatique*. Tout d'abord le cas où le récepteur est *au-dessus* (cas de la *réflexion*) de la surface est abordé, puis le cas où le récepteur est *au-dessous* (cas de la *transmission*) est étudié.

II.2.2.1 Définition

Wagner [79] a montré que la fonction d'illumination statistique bistatique s'écrivait (figure II.9)

$$S_b(\theta_i, \theta_s | F; L_0) = \begin{cases} S_-(\theta_i, |F; L_0) S_+(\theta_s, |F; L_0) & \theta_i \theta_s \geq 0 \\ S_-(\theta_s, |F; L_0) & \begin{cases} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| \leq |\theta_s| \end{cases} \\ S_-(\theta_i, |F; L_0) & \begin{cases} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| > |\theta_s| \end{cases} \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

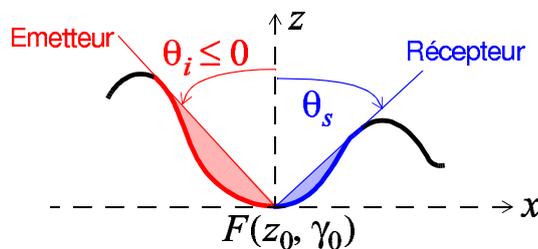


FIG. II.9 – Fonction d'illumination bistatique d'une surface monodimensionnelle avec $\theta_i \in [-\pi/2; 0]$ l'angle d'incidence de l'émetteur et $\theta_s \in [-\pi/2; \pi/2]$ l'angle du récepteur.

$S_-(\theta, |F; L_0)$ et $S_+(\theta, |F; L_0)$ sont les fonctions d'illumination statistiques monostatiques lorsque le rayon arrive respectivement par la gauche (angles négatifs) et par la droite (angles

positifs). Si la surface obéit à un processus pair, alors $S_- = S_+$. Physiquement, ceci signifie que si la surface est observée par la gauche ou par la droite, alors les propriétés statistiques restent inchangées. Ceci est vérifié par exemple pour un processus gaussien *centré*.

L'équation (II.21) montre que la fonction d'illumination bistatique statistique s'exprime à partir de deux fonctions d'illumination *monostatiques* statistiques.

II.2.2.2 Cas d'un processus décorrélé quelconque

En collaboration avec l'ONERA [100], j'ai alors montré que les formulations de Wagner et de Smith pour un processus décorrélé quelconque deviennent

$$S_{s_\theta}(\theta|F; L_0) = \Upsilon(\mu - s_\theta\gamma_0)S_{z,s_\theta}(\theta, z_0; L_0), \quad (\text{II.22})$$

où $S_z(\theta, z_0; L_0)$ donnée par (II.13) et valide en monostatique devient $S_{z,s_\theta}(\theta, z_0; L_0)$ définie par

$$\left\{ \begin{array}{ll} S_{z,s_\theta,W}(\theta, z_0; L_0) = \exp\{-\Lambda_{s_\theta}[P_z(z_0 + \mu L_0) - P_z(z_0)]\} & \text{Wagner} \\ S_{z,s_\theta,S}(\theta, z_0; L_0) = \left[\frac{P_z(z_0) - P_z(-\infty)}{P_z(z_0 + \mu L_0) - P_z(-\infty)} \right]^{\Lambda_{s_\theta}} & \text{Smith} \end{array} \right. \quad (\text{II.23})$$

Λ_{s_θ} est alors donné par

$$\Lambda_{s_\theta}(\theta) = \frac{1}{\mu} \int_{\mu}^{+\infty} (\gamma_0 - \mu) p_\gamma(s_\theta\gamma_0) d\gamma_0 \quad s_\theta = \text{sign}(\theta) = \pm 1 \quad \mu = |\cot \theta| > 0. \quad (\text{II.24})$$

La fonction d'illumination bistatique moyennée sur (z_0, γ_0) s'écrit alors

$$\bar{\bar{S}}_b(\theta_i, \theta_s; L_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_b(\theta_i, \theta_s|F; L_0) p_z(z_0) p_\gamma(\gamma_0) dz_0 d\gamma_0. \quad (\text{II.25})$$

En substituant (II.23) et (II.22) dans (II.25), on montre pour $L_0 \rightarrow +\infty$ avec la formulation de Wagner que

$$\bar{\bar{S}}_{b,W}(\theta_i, \theta_s; +\infty) = \left\{ \begin{array}{ll} (\Omega_{i-} + \Omega_{s+}) \times \frac{1 - \exp(-\Lambda_{i-} - \Lambda_{s+})}{\Lambda_{i-} + \Lambda_{s+}} & \theta_i \theta_s \geq 0 \\ \Omega_{s-} \times \frac{1 - \exp(-\Lambda_{s-})}{\Lambda_{s-}} & \left\{ \begin{array}{l} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| \leq |\theta_s| \end{array} \right. \\ \Omega_{i-} \times \frac{1 - \exp(-\Lambda_{i-})}{\Lambda_{i-}} & \left\{ \begin{array}{l} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| > |\theta_s| \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (\text{II.26})$$

où $\Lambda_{n\pm} = \Lambda_{\pm}(\theta_n)$ avec $n = \{i, s\}$ et

$$\Omega_{n\pm} = \int_{-\infty}^{|\cot \theta_n|} p_\gamma(\pm\gamma_0) d\gamma_0. \quad (\text{II.27})$$

Avec la formulation de Smith, on montre que

$$\bar{\bar{S}}_{b,S}(\theta_i, \theta_s; +\infty) = \begin{cases} (\Omega_{i-} + \Omega_{s+}) \times \frac{1}{1 + \Lambda_{i-} + \Lambda_{s+}} & \theta_i \theta_s \geq 0 \\ \Omega_{s-} \times \frac{1}{1 + \Lambda_{s-}} & \begin{cases} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| \leq |\theta_s| \end{cases} \\ \Omega_{i-} \times \frac{1}{1 + \Lambda_{i-}} & \begin{cases} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| > |\theta_s| \end{cases} \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

Pour un processus gaussien centré, nous avons $\Omega_{n\pm} = \Omega(v_n)$ et $\Lambda_{n\pm} = \Lambda(v_n)$ donnés par (II.17) dans laquelle $v_n = \frac{|\cot \theta_n|}{\sqrt{2}\sigma_\gamma}$.

La figure II.10 représente $\bar{\bar{S}}_{b,W}(\theta_i; \theta_s; +\infty)$ et $\bar{\bar{S}}_{b,S}(\theta_i; \theta_s; +\infty)$ en fonction de l'angle θ_s pour $\theta_i = \{0, -60, -80\}^\circ$ et $\sigma_\gamma = 0.3$.

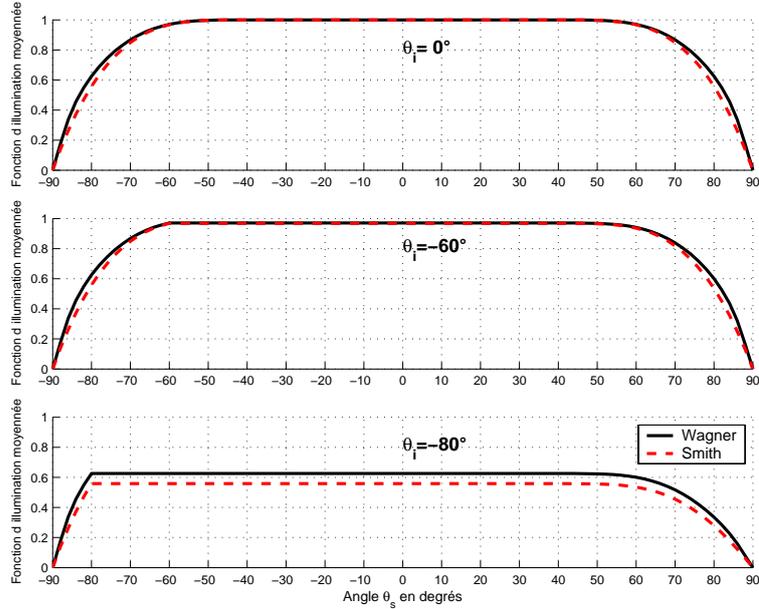


FIG. II.10 – Fonctions d'illumination moyennées sur (z_0, γ_0) de Wagner $\{\bar{\bar{S}}_{b,W}(\theta_i; \theta_s; +\infty)\}$ et de Smith $\{\bar{\bar{S}}_{b,S}(\theta_i; \theta_s; +\infty)\}$ en fonction de l'angle θ_s , pour $\theta_i = \{0, -60, -80\}^\circ$ et $\sigma_\gamma = 0.3$.

Pour $\theta_i = 0^\circ$, on observe que $\bar{\bar{S}}_b$ est paire selon θ_s car la DDP est paire. Pour $|\theta_s| > 50^\circ$, la fonction d'illumination décroît pour converger vers zéro lorsque $|\theta_s| = 90^\circ$. Cette décroissance est due au fait que le récepteur ne perçoit qu'une partie de la surface, tandis que l'émetteur illumine toute la surface puisque $\theta_i = 0^\circ$. Cette configuration est donc similaire au cas monostatique. Dans le cas monostatique, nous avons montré que la surface est entièrement illuminée si l'angle d'incidence $\theta < \text{arccot}(2\sqrt{2}\sigma_\gamma) \approx 50^\circ$ avec $\sigma_\gamma = 0.3$. Ce résultat est donc en accord avec les observations.

Pour $\theta_i = -60^\circ$, on observe qu'au voisinage de $|\theta_s| = 0^\circ$, la fonction d'illumination bistatique moyennée est légèrement inférieure à 1 car une petite portion de la surface est non visible par l'émetteur. En effet, pour $\theta_i = -60^\circ$, $v_i = |\cot \theta_i|/(\sqrt{2}\sigma_\gamma) \approx 1.36 < 2$. Pour $\theta_i = -80^\circ$, ce phénomène est bien sûr accentué ($v_i \approx 0.42$). De plus, on peut noter que $\bar{\bar{S}}_b$ n'est pas une

fonction paire. En effet, pour $\theta_s \geq 0$, $\bar{S}_{b,W}$ et $\bar{S}_{b,S}$ sont données respectivement par la première ligne des équations (II.26) et (II.28), tandis que pour $\theta_s < 0$, elles sont données respectivement par les deux dernières lignes. Ceci explique également que pour $\theta_s \geq 0$, les niveaux sont plus faibles que pour $\theta_s < 0$, car à la fois l'émetteur et le récepteur illuminent une portion de la surface. Enfin, comme dans le cas monostatique, les résultats issus de l'approche de Wagner sont supérieurs à ceux de Smith.

II.2.2.3 Cas d'un processus corrélé gaussien centré

L'équation (II.1) est valide pour $\theta \geq 0$ correspondant à $S_+(\theta|F; L_0)$. Dans le cas où $\theta < 0$ ($s_\theta = -1$), un raisonnement géométrique conduit à

$$S_{s_\theta}(\theta|F; L_0) = \Upsilon(\mu - s_\theta\gamma_0) \exp \left[- \int_0^{L_0} g_{s_\theta}(\theta|F; x) dx \right], \quad (\text{II.29})$$

où $g_{s_\theta}(\theta|F; x) = g(\theta|F; s_\theta x)$. Pour $s_\theta = -1$, $g_-(\theta|F; x) = g(\theta|F; -x)$ où le signe moins devant x vient du changement de variable $x \in [-L_0; 0] \rightarrow -x \in [0; +L_0]$. De plus, pour $s_\theta = -1$ et en posant $\mu = |\cot \theta|$, les formulations de Wagner (II.6) et de Smith (II.7) deviennent

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{-,W}(\theta|F; x) = \int_{-\infty}^{-\mu} (\gamma + \mu) p_2(z, \gamma|z_0, \gamma_0; -x) d\gamma \quad \text{Wagner} \\ g_{-,S}(\theta|F; x) = \frac{g_{-,W}(\theta|F; x)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{z_0 + \mu x} p_2(z, \gamma|z_0, \gamma_0; -x) dz d\gamma} \quad \text{Smith} \end{array} \right. \quad (\text{II.30})$$

En comparant respectivement les équations (II.6)-(II.7) avec (II.30), et en effectuant le changement de variable $\gamma \rightarrow -\gamma$ dans le cas où $s_\theta = -1$, il est alors aisé de montrer que

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{s_\theta,W}(\theta|F; x) = \int_{\mu}^{\infty} (\gamma + \mu) p_2(z, s_\theta\gamma|z_0, \gamma_0; s_\theta x) d\gamma \quad \text{Wagner} \\ g_{s_\theta,S}(\theta|F; x) = \frac{g_{s_\theta,W}(\theta|F; x)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{z_0 + \mu x} p_2(z, s_\theta\gamma|z_0, \gamma_0; s_\theta x) dz d\gamma} \quad \text{Smith} \end{array} \right. \quad (\text{II.31})$$

En conclusion, d'après (II.31) et (II.29), le passage de $\theta \geq 0$ à $\theta < 0$ se fait en permutant $\{+x, +\gamma_0, +\gamma\}$ en $\{-x, -\gamma_0, -\gamma\}$. Ceci conduit pour un processus pair à $g_{+,W} = g_{-,W} \equiv g_W$ et $g_{+,S} = g_{-,S} \equiv g_S$. Pour s'en persuader, effectuons le raisonnement dans le cas d'un processus gaussien centré. L'élément clef à déterminer est la probabilité conjointe $p_2(z, s_\theta\gamma|z_0, s_\theta\gamma_0; s_\theta x)$. Pour $s_\theta = +1$, elle est donnée par (II.19), fonction de la matrice de covariance $[C_4]$ du vecteur $\mathbf{V}_4 = [z_0 \ z \ +\gamma_0 \ +\gamma]$ exprimée par (II.20). Dans le cas où $s_\theta = -1$, le vecteur à considérer est $\mathbf{V}_4 = [z_0 \ z \ -\gamma_0 \ -\gamma]$ avec $x \rightarrow -x$. Puisque $W_0(-x) = +W_0(x)$, $W_1(-x) = -W_1(x)$ et $W_2(-x) = +W_2(x)$, il est facile de montrer que la matrice de covariance correspondante reste égale à (II.20). Par conséquent, $g_{+,W} = g_{-,W}$. Avec la formulation de Smith, en utilisant le même raisonnement, nous pouvons également montrer que le dénominateur reste inchangé, conduisant à $g_{+,S} = g_{-,S}$.

En substituant (II.29) dans (II.21), la fonction d'illumination bistatique statistique s'écrit

$$S_b(\theta_i, \theta_s | F; L_0) = \begin{cases} \Pi(\gamma_0)_{[-\mu_i; \mu_s]} \exp \left\{ - \int_0^{L_0} [g_-(\theta_i | F; x) + g_+(\theta_s | F; x)] dx \right\} & \theta_i \theta_s \geq 0 \\ \Upsilon(\mu_s + \gamma_0) \exp \left[- \int_0^{L_0} g_-(\theta_s | F; x) dx \right] & \begin{cases} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| \leq |\theta_s| \end{cases} \\ \Upsilon(\mu_i + \gamma_0) \exp \left[- \int_0^{L_0} g_-(\theta_i | F; x) dx \right] & \begin{cases} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| > |\theta_s| \end{cases} \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

avec $\Pi(\gamma_0)_{[-\mu_i; \mu_s]} = \Upsilon(\mu_i + \gamma_0) \Upsilon(\mu_s - \gamma_0) = 1$ si $\gamma_0 \in [-\mu_i; \mu_s]$, 0 sinon, avec $\mu_n = |\cot \theta_n|$ ($n = \{i, s\}$).

La fonction d'illumination bistatique moyennée sur (γ_0, z_0) , $\bar{S}_b(\theta_i, \theta_s; L_0)$, se calcule à partir de (II.25).

II.2.2.4 Simulations

Comme dans le cas monostatique, $\bar{S}_b(\theta_i, \theta_s; L_0)$ est comparée à une solution de référence obtenue à partir d'une méthode de Monte Carlo. Elle consiste à générer un profil de DDP gaussienne répondant à une fonction d'autocorrélation des hauteurs donnée et d'appliquer deux fois l'algorithme présenté sur la figure II.4 :

- Une fois pour déterminer les points vus par l'émetteur, donnant un vecteur booléen \mathbf{b}_i .
- Une seconde fois pour déterminer les points vus par le récepteur, correspondant à \mathbf{b}_s .

Un point de la surface est illuminé, s'il est visible à la fois par l'émetteur et le récepteur, conduisant au vecteur booléen suivant $\mathbf{b} = (\mathbf{b}_i \text{ et } \mathbf{b}_s)$.

La figure II.11 représente les hauteurs normalisées, $z/(\sqrt{2}\sigma_z)$, d'une surface de corrélation des hauteurs gaussienne ($W_0(x) = \sigma_z^2 \exp(-x^2/L_c)$ où $L_c = 200$ unités est la longueur de corrélation) et de DDP également gaussienne, en fonction des indices des échantillons. L'écart type des pentes $\sigma_\gamma = 0.3$. De plus, sont présentés les points illuminés de la surface selon l'émetteur ("Surface vue E") et le récepteur ("Surface vue R") pour un θ_i et un θ_s donnés.

La figure II.12 représente les fonctions d'illumination moyennées en fonction de l'angle θ_s pour $\theta_i = \{-60, -80\}^\circ$, et $\sigma_\gamma = 0.3$. Les cinq courbes correspondent à :

- La solution de référence, dénotée dans la légende par "MC".
- L'approche de Wagner sans corrélation, dénotée dans la légende par "De Wagner".
- L'approche de Wagner avec corrélation, dénotée dans la légende par "Co Wagner".
- L'approche de Smith sans corrélation, dénotée dans la légende par "De Smith".
- L'approche de Smith avec corrélation, dénotée dans la légende par "Co Smith".

Les résultats sont obtenus en générant une surface composée de $400\,000 = 2\,000L_c$ échantillons et possède les mêmes propriétés statistiques que la surface présentée sur la figure précédente. On observe que les fonctions d'illumination sont similaires et que l'effet de la corrélation fait diminuer les niveaux.

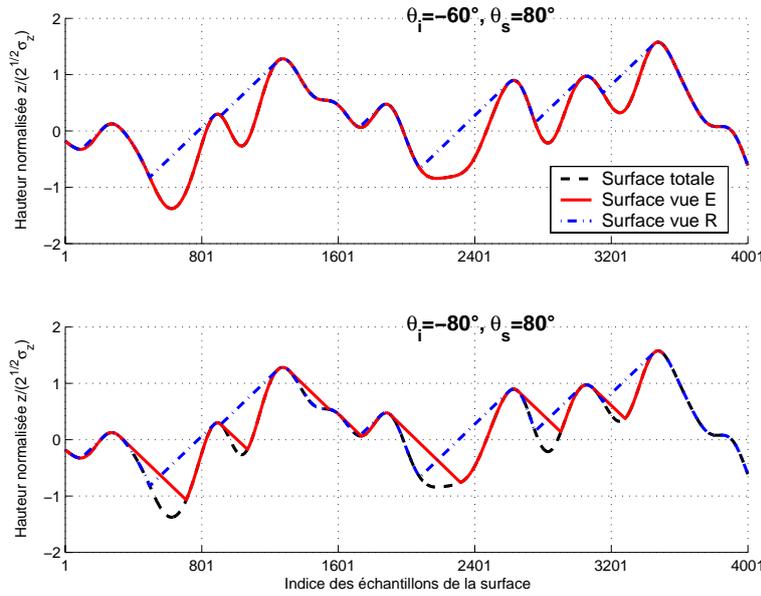


FIG. II.11 – Hauteurs normalisées $z/(\sqrt{2}\sigma_z)$ de la surface et des points illuminés de la surface pour un θ_i et un θ_s donnés, en fonction des indices des échantillons.

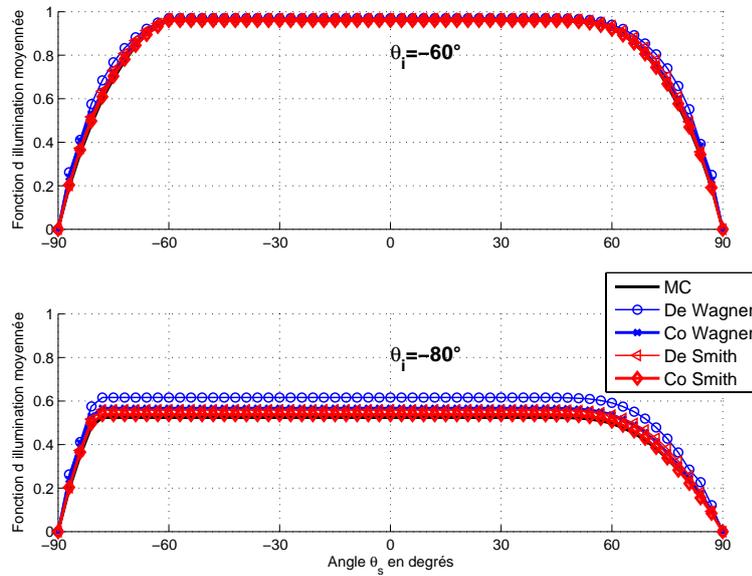


FIG. II.12 – Comparaison des fonctions d'illumination moyennées en configuration bistatique d'une surface 1D de corrélation et de DDP gaussiennes en fonction de l'angle θ_s pour $\theta_i = \{-60, -80\}^\circ$, et $\sigma_\gamma = 0.3$.

La figure II.13 représente la différence des courbes présentées sur la figure II.12, par rapport à la solution de référence en fonction de l'angle θ_s . On observe que la corrélation divise en moyenne par deux la différence et que les résultats de Smith sont meilleurs que ceux de Wagner. De plus, l'approche de Smith sans corrélation présente des résultats très satisfaisants. Les conclusions sont donc similaires à celles dressées dans le cas monostatique.

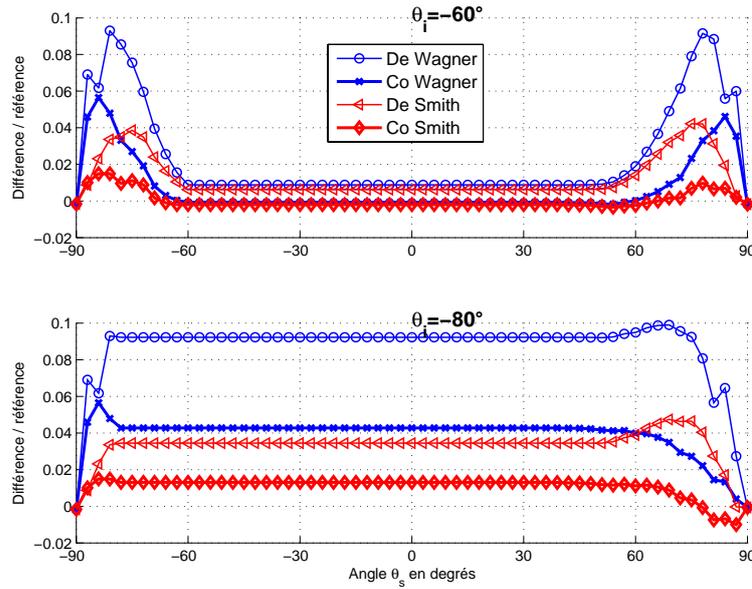


FIG. II.13 – Différence des courbes présentées sur la figure II.12 par rapport à la solution de référence.

II.2.2.5 Cas où le récepteur est au-dessous de la surface

Le cas où le récepteur est au-dessous de la surface est étudié, car cette configuration intervient lors du calcul du champ électromagnétique transmis par la surface.

La fonction d'ombre monostatique statistique $S'(\theta|F, L_0)$ à l'intérieur du milieu Ω_2 en un point F de la surface résulte de l'interaction d'un rayon d'incidence θ avec la surface, qui sépare les milieux supérieur Ω_1 et inférieur Ω_2 (figure II.14). Ainsi, comme la fonction d'ombre est basée sur des considérations géométriques, on peut observer que la différence majeure entre $S'(\theta|F, L_0)$ et $S(\theta|F, L_0)$ (cas de la réflexion) est que la surface est "vue" avec la direction θ par en-dessous, et non plus par au-dessus. Cela revient à opérer une symétrie axiale autour de l'axe $z = 0$ de la surface rugueuse. En d'autres termes, les points de la surface qui sont concernés dans la fonction d'ombre ne sont plus $z \in]-\infty; z_0]$, mais $z \in [z_0; +\infty[$. Ceci est illustré sur la figure II.14.

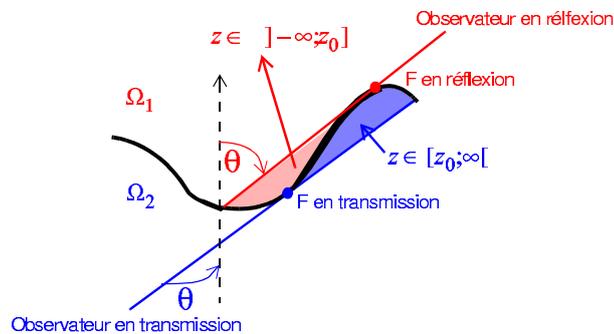


FIG. II.14 – Illustration de la fonction d'illumination statistique d'une surface monodimensionnelle avec $\theta \geq 0$ pour une configuration monostatique et en transmission. F est un point arbitraire de la surface de hauteur z_0 . En transmission, le rayon arrive de la gauche correspondant à $\theta \geq 0$.

Alors, dans le cas d'un processus *décorrélé* quelconque, la fonction d'ombre monostatique

statistique S' dans le milieu inférieur s'écrit d'après (II.22) et (II.23) avec les formulations de Wagner et de Smith

$$S'_{s_\theta}(\theta|F; L_0) = \Upsilon(\mu - s_\theta\gamma_0)S'_z(\theta, z_0; L_0), \quad (\text{II.33})$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} S'_{z,s_\theta,S}(\theta, z_0; L_0) = \left\{ \frac{1 - [P_z(z_0) - P_z(-\infty)]}{1 - [P_z(z_0 + \mu L_0) - P_z(-\infty)]} \right\}^{\Lambda_{s_\theta}} \quad \text{Smith} \\ S'_{z,s_\theta,W}(\theta, z_0; L_0) = \exp(-\Lambda_{s_\theta} \{1 - [P_z(z_0 + \mu L_0) - P_z(z_0)]\}) \quad \text{Wagner} \end{array} \right. \quad (\text{II.34})$$

A noter que $P_z(\infty) - P_z(z_0) = 1 - [P_z(z_0) - P_z(-\infty)]$ car $P_z(\infty) - P_z(-\infty) = 1$, et $\mu = |\cot \theta|$.

En s'inspirant de l'équation (II.21), dans le cas bistatique, la fonction d'illumination statistique en transmission est alors donnée par

$$S'_b(\theta_i, \theta_t|F; L_0) = \begin{cases} S_-(\theta_i, |F; L_0)S'_-(\theta_t, |F; L_0) & \theta_i\theta_t \geq 0 \\ S_-(\theta_s, |F; L_0)S'_+(\theta_t, |F; L_0) & \begin{cases} \theta_i\theta_t < 0 \\ |\theta_i| \leq |\theta_t| \end{cases} \\ S_-(\theta_i, |F; L_0)S'_+(\theta_t, |F; L_0) & \begin{cases} \theta_i\theta_t < 0 \\ |\theta_i| > |\theta_t| \end{cases} \end{cases}, \quad (\text{II.35})$$

où θ_t est l'angle de transmission. $\theta_t \geq 0$ si le rayon illumine la surface par la gauche. La fonction d'illumination bistatique moyennée sur les hauteurs et sur les pentes de la surface s'écrit alors avec la formulation de Smith pour une surface infinie

$$\bar{S}'_{b,S}(\theta_i, \theta_t; +\infty) = \begin{cases} (\Omega_{i-} + \Omega_{t+}) \times B(1 + \Lambda_{i-}, 1 + \Lambda_{t+}) & \theta_i\theta_t \geq 0 \\ \Omega_{t-} \times B(1 + \Lambda_{i-}, 1 + \Lambda_{t-}) & \begin{cases} \theta_i\theta_t < 0 \\ |\theta_i| \leq |\theta_t| \end{cases} \\ \Omega_{i-} \times B(1 + \Lambda_{i-}, 1 + \Lambda_{t-}) & \begin{cases} \theta_i\theta_t < 0 \\ |\theta_i| > |\theta_t| \end{cases} \end{cases}, \quad (\text{II.36})$$

où B est la fonction Béta, appelée également fonction Eulérienne de première espèce [152]. Comme dans le cas de la réflexion, $\bar{S}'_{b,S}(\theta_i, \theta_t; \infty)$ est comparée à une solution de référence obtenue à partir d'une méthode de Monte Carlo.

La figure II.15 représente les hauteurs normalisées, $z/(\sqrt{2}\sigma_z)$, d'une surface de corrélation des hauteurs gaussienne ($W_0(x) = \sigma_z^2 \exp(-x^2/L_c)$ où $L_c = 200$ unités est la longueur de corrélation) et de DDP également gaussienne, en fonction des indices des échantillons de la surface. L'écart type des pentes $\sigma_\gamma = 0.3$. De plus, sont présentés les points illuminés de la surface selon l'émetteur ("Surface vue E") et le récepteur ("Surface vue R") pour un θ_i et un θ_t donnés.

La figure II.16 représente les fonctions d'illumination moyennées en fonction de l'angle θ_t pour $\theta_i = -80^\circ$, et $\sigma_\gamma = 0.3$. Les trois courbes correspondent à :

- La solution de référence, dénotée dans la légende par "MC".
- L'approche de Smith sans corrélation, dénotée dans la légende par "De Smith".
- L'approche de Tsang et al. qui consiste à appliquer la fonction d'illumination moyennée de Smith sans corrélation en *réflexion* dans le cas $\theta_i\theta_s \geq 0$ (équation (II.28)), dénotée dans la légende par "Tsang".

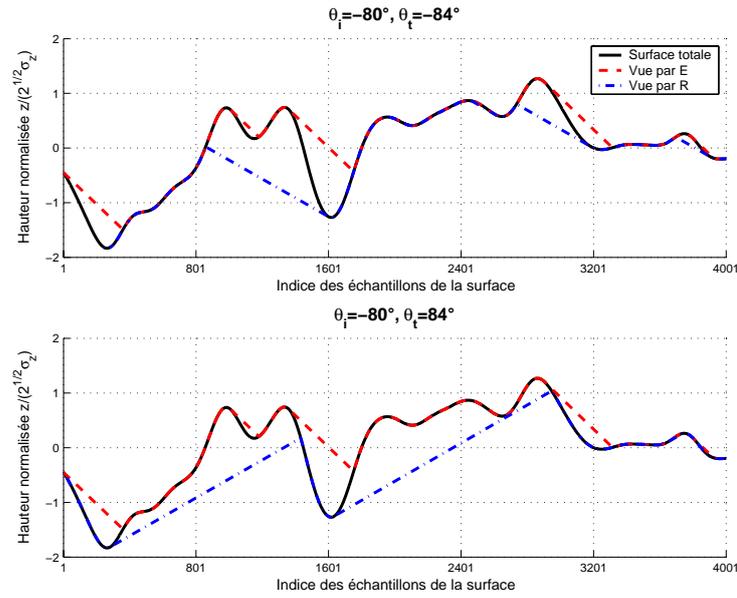


FIG. II.15 – Hauteurs normalisées $z/(\sqrt{2}\sigma_z)$ de la surface et des points illuminés de la surface pour un θ_i et un θ_s donnés, en fonction des indices des échantillons.

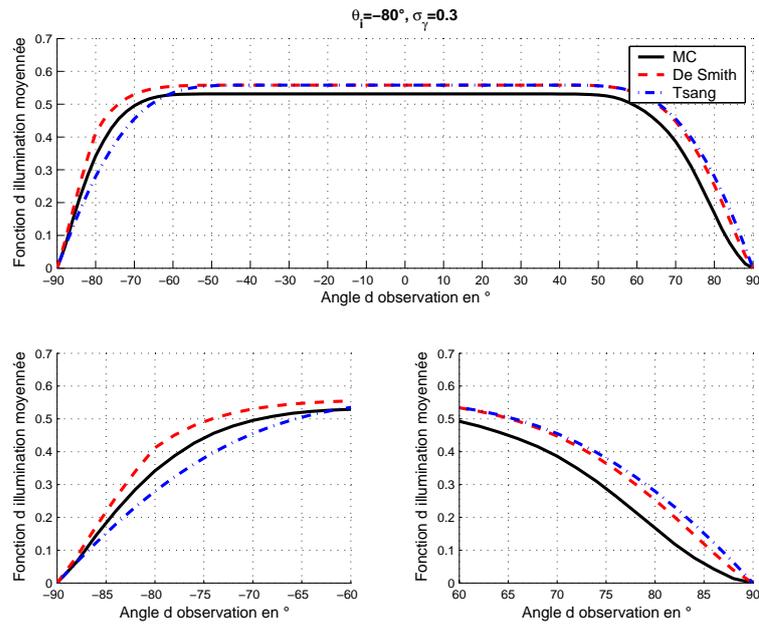


FIG. II.16 – Comparaison des fonctions d'illumination moyennées en configuration bistatique et en transmission d'une surface 1D de corrélation et de DDP gaussiennes en fonction de l'angle θ_t pour $\theta_i = -80^\circ$, et $\sigma_\gamma = 0.3$.

Les résultats sont obtenus en générant une surface composée de $400\ 000 = 2\ 000L_c$ échantillons et possède les mêmes propriétés statistiques que la surface présentée sur la figure précédente.

On observe sur la figure II.16 que l'approche de Smith conduit à une sur-estimation des résultats comparativement à la solution de référence, tandis que ceux issus de l'approche de

Tsang sont sur-estimés en propagation avant ($\theta_s \geq 0$) et sous évalués en propagation arrière ($\theta_s < 0$). Comme dans le cas de la réflexion, la formulation de Smith sans corrélation conduit donc à une sur-estimation de la fonction d'illumination. Avec la formulation de Wagner, non présentée dans ce document, les résultats sont sur évalués Il serait alors intéressant d'introduire la corrélation. Ce travail est en perspective.

II.2.2.6 Conclusion

Dans cette partie, les formulations de Smith et de Wagner ont été étendues au cas bistatique en considérant d'une part un processus *décorrélé quelconque* puis d'autre part, un processus *corrélé gaussien* centré. Dans le cas de la réflexion, en comparant ces différentes formulations avec une solution de référence, les conclusions sont très similaires à celles obtenues en configuration monostatique. Ceci vient du fait que la fonction d'illumination statistique bistatique s'exprime comme le produit de deux fonctions d'illumination statistiques monostatiques définies selon l'émetteur et le récepteur. En particulier, la formulation de Smith sans corrélation donne des résultats très satisfaisants. De plus, l'ombrage peut être négligé si nous avons *simultanément* $\theta_i < \operatorname{arccot}(v_0\sqrt{2}\sigma_\gamma)$ et $\theta_s < \operatorname{arccot}(v_0\sqrt{2}\sigma_\gamma)$ avec $v_0 \approx 2$. L'approche a été étendue au cas où le récepteur est *au-dessous* de la surface.

Les fonctions d'illumination moyennées d'une surface 1D en configurations monostatique et bistatique dépendent des angles θ_i , θ_s (en réflexion, θ_t en transmission), et uniquement de la variance des pentes lorsque la corrélation est omise, et du profil d'autocorrélation dans le cas corrélé. Or pour une surface bidimensionnelle (2D) anisotrope, les positions de l'émetteur et du récepteur dépendent également de leur direction en azimut ϕ_i et ϕ_s . L'objet du paragraphe suivant est donc d'introduire ces deux nouvelles grandeurs dans le calcul de la fonction d'illumination.

Tout d'abord nous allons nous intéresser à une configuration monostatique puis l'étendre au cas bistatique.

II.2.3 Surface 2D en configuration monostatique

Pour une surface bidimensionnelle (2D), la position d'un observateur est donnée par son angle d'incidence θ et sa direction en azimut ϕ définie selon la référence (Ox) (figure II.17). La distance radiale entre deux points de la surface sera notée r .

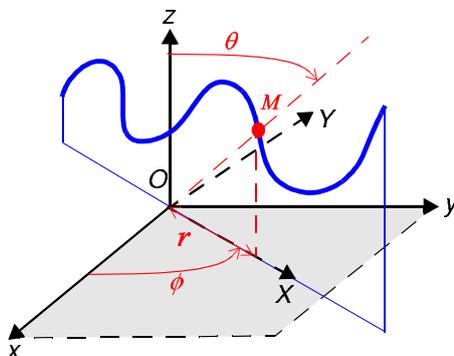


FIG. II.17 – Fonction d'illumination monostatique d'une surface bidimensionnelle avec $\theta \geq 0$ et $\phi \in [0; 2\pi]$.

Observer dans une direction ϕ revient à effectuer une coupe de la surface selon ϕ ; la surface illuminée est alors monodimensionnelle (1D). Le but de ce paragraphe est d'appliquer cette idée, afin de transposer les résultats 1D au cas 2D.

II.2.3.1 Cas d'un processus décorrélé quelconque

La fonction d'illumination statistique monostatique est définie par (II.1). Dans le cas où la corrélation est omise, les fonctions g de Smith et de Wagner sont données par (II.11) et dépendent de la DDP des hauteurs p_z via $P_z = \int p_z(z)dz$, et de la DDP des pentes p_γ . Que deviennent ces deux DDPs selon la direction ϕ ? Les hauteurs z de la surface restent inchangées et par conséquent p_z est inchangée. La DDP des pentes doit être exprimée selon la direction ϕ , dont la pente de la surface est notée γ_X . Elle est notée p_{γ_X} .

Les pentes $\{\gamma_X, \gamma_Y\}$ de la surface selon les directions (Ox) et (Oy) sont obtenues à partir des pentes $\{\gamma_x, \gamma_y\}$ de la surface selon les directions (OX) et (OY) (direction orthogonale à (OY)) en effectuant une rotation de ϕ , soit

$$\begin{cases} \gamma_X = \gamma_x \cos \phi + \gamma_y \sin \phi \\ \gamma_Y = -\gamma_x \sin \phi + \gamma_y \cos \phi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \gamma_x = \gamma_X \cos \phi - \gamma_Y \sin \phi \\ \gamma_y = \gamma_X \sin \phi + \gamma_Y \cos \phi \end{cases} . \quad (\text{II.37})$$

Par conséquent la DDP des pentes p_{γ_X} s'obtient en calculant la DDP marginale suivante

$$p_{\gamma_X}(\gamma_X) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{2\gamma}(\gamma_x, \gamma_y) d\gamma_Y \quad (\text{II.38})$$

avec le changement de variable (II.37).

Pour un processus gaussien centré, puisque les variables aléatoires (v.a.) (γ_x, γ_y) sont gaussiennes, (γ_X, γ_Y) , définies comme les sommes de (γ_x, γ_y) , sont également des v.a. gaussiennes. Par conséquent p_{γ_X} est également une DDP gaussienne. D'après (II.37), sa valeur moyenne m_{γ_X} et sa variance $\sigma_{\gamma_X}^2$ s'écrivent respectivement

$$\begin{cases} m_{\gamma_X} = \cos \phi \langle \gamma_x \rangle + \sin \phi \langle \gamma_y \rangle = 0 \\ \sigma_{\gamma_X}^2 = \langle (\gamma_X - m_{\gamma_X})^2 \rangle = \sigma_{\gamma_x}^2 \cos^2 \phi + \sigma_{\gamma_y}^2 \sin^2 \phi \end{cases} . \quad (\text{II.39})$$

A noter que puisque (γ_x, γ_y) sont des v.a. centrées, $\langle \gamma_x \rangle = \langle \gamma_y \rangle = 0$, et $\langle \gamma_x^2 \rangle = \sigma_{\gamma_x}^2$ dénotent les variances des pentes de la surface dans les directions (Ox) et (Oy) . De plus, $\langle \gamma_x \gamma_y \rangle = -\frac{\partial^2 W_0(x,y)}{\partial x \partial y} |_{x=0,y=0} = 0$, où $W_0(x,y)$ est la fonction d'autocorrélation 2D des hauteurs de la surface. En conclusion

$$\begin{cases} p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\gamma} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2\sigma_\gamma^2}\right) & \text{Surface 1D} \\ p_{\gamma_X}(\gamma_X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\gamma_X}} \exp\left(-\frac{\gamma_X^2}{2\sigma_{\gamma_X}^2}\right) & \text{Surface 2D} \end{cases} . \quad (\text{II.40})$$

Par conséquent, dans le cas monostatique et pour un processus gaussien centré, la fonction d'illumination statistique d'une surface 2D s'obtient à partir de celle déterminée en 1D en permutant $\{\sigma_\gamma, x\}$ avec $\{\sigma_{\gamma_X}(\phi), r\}$. De plus, L_0 est la longueur de la surface selon la direction ϕ . Pour une surface de longueur infinie, les fonctions d'illumination moyennées sur

$(z_0, \gamma_{0X} \equiv \gamma_0)$, $\bar{S}_{W,S}(v; +\infty) \equiv \bar{S}_{W,S}(\theta, \phi; +\infty)$, sont alors données par (II.15) et (II.17), où $v = \frac{\cot \theta}{\sqrt{2}\sigma_{\gamma_X}} = \frac{\cot \theta}{\sqrt{2(\sigma_{\gamma_X}^2 \cos^2 \phi + \sigma_{\gamma_Y}^2 \sin^2 \phi)}}$.

Cox et Munk [95] ont montré que pour une surface de mer complètement développée, les variances $\sigma_{\gamma_x}^2$ et $\sigma_{\gamma_y}^2$ s'expriment comme

$$\begin{cases} \sigma_{\gamma_x}^2 = (3.16u_{12} \pm 4)10^{-3} \\ \sigma_{\gamma_y}^2 = (1.92u_{12} + 3 \pm 4)10^{-3} \end{cases}, \quad (\text{II.41})$$

où u_{12} est la vitesse du vent à 12.5 mètres au-dessus du plan moyen de la surface de la mer.

La figure II.18 représente la fonction d'illumination moyennée sur (z_0, γ_{0X}) de Smith $\bar{S}_S(\theta, \phi; +\infty)$ en fonction de l'angle d'incidence θ pour $u_{12} = \{5, 15\}$ m/s, correspondant respectivement aux échelles de Beaufort 3 (petite brise) et 7 (grand frais). On observe que la fonction d'illumination diminue lorsque θ et/ou u_{12} augmentent car le paramètre v diminue (voir figure II.3 dans le cas 1D). En effet, puisque l'écart type des pentes σ_{γ_X} ($u_{12} = \{5, 15\}$ m/s $\Rightarrow \sigma_{\gamma_X} = \{0.13, 0.22\}$ pour $\phi = 0$) augmente avec u_{12} , le pourcentage de la surface éclairée est plus faible. De plus, $\bar{S}_S(\theta, \phi; +\infty)$ est une fonction croissante de ϕ car σ_{γ_X} diminue lorsque ϕ augmente ($u_{12} = \{5, 15\}$ m/s $\Rightarrow \sigma_{\gamma_X} = \{0.11, 0.18\}$ pour $\phi = 90^\circ$). On peut également noter que l'effet de ϕ augmente avec la vitesse du vent. De la même manière que pour une surface 1D, l'ombrage est négligeable si $\theta < \text{arccot}[2\sqrt{2}\sigma_{\gamma_X}(\phi)]$, ce qui explique que pour $\theta < \{70, 60\}^\circ$ avec $u_{12} = \{5, 15\}$ m/s, $\bar{S}_S(\theta, \phi; +\infty) \approx 1$.

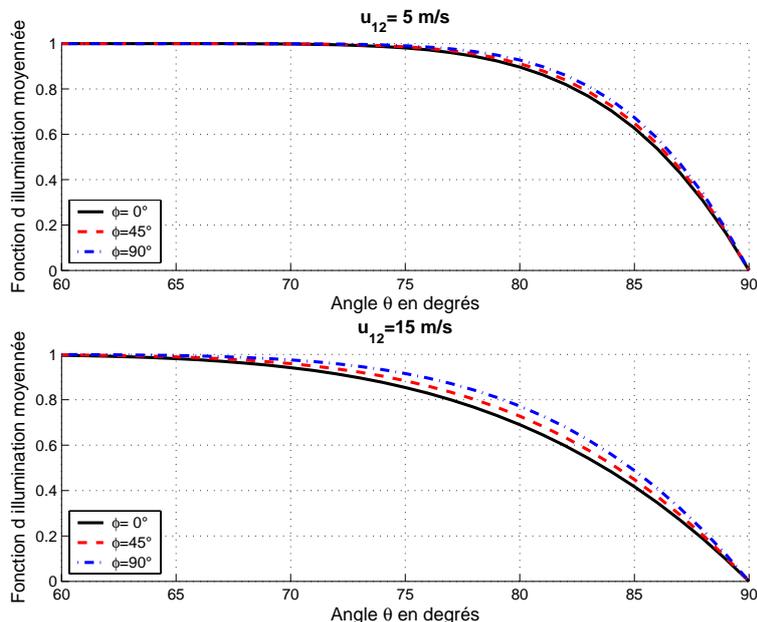


FIG. II.18 – Fonction d'illumination moyennée sur (z_0, γ_{0X}) de Smith $\bar{S}_S(\theta, \phi; +\infty)$ en fonction de l'angle d'incidence θ pour $u_{12} = \{5, 15\}$ m/s et en configuration monostatique.

Puisque $\sigma_{\gamma_X}(-\phi) = \sigma_{\gamma_X}(\phi)$ et $\sigma_{\gamma_X}(\pi + \phi) = \sigma_{\gamma_X}(\phi)$, les directions (Ox) et (Oy) sont des axes de symétrie car le processus est gaussien centré. L'étude sur $\phi \in [0; \pi/2]$ est alors suffisante.

Dans [83] des simulations sont également présentées pour une DPP des pentes de type laplacienne, $p_{2\gamma}(\gamma_x, \gamma_y) = \frac{1}{2\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\frac{|\gamma_x|\sqrt{2}}{\sigma_{\gamma_x}} - \frac{|\gamma_y|\sqrt{2}}{\sigma_{\gamma_y}}\right)$. A noter que dans ce cas, la DPP marginale des pentes p_{γ_X} n'est plus laplacienne.

II.2.3.2 Cas d'un processus corrélé gaussien

Nous avons vu que pour une surface 1D, la détermination de la fonction g (équations (II.6) et (II.7)) repose sur le calcul de la DDP conjointe conditionnelle des pentes (γ_0, γ) et des hauteurs (z_0, z) de deux points de la surface séparés par la distance horizontale x . Elle est notée $p_2(z, \gamma | z_0, \gamma_0; x)$. Selon la direction (OX) , les pentes (γ_0, γ) deviennent (γ_{0X}, γ_X) en 2D et $p_2(z, \gamma | z_0, \gamma_0; x) \equiv p_{2r}(z, \gamma_X | z_0, \gamma_{0X}; r)$. Il faut donc calculer cette dernière.

D'après le théorème de Bayes, $p_{2r}(z, \gamma_X | z_0, \gamma_{0X}; r) = p_{4X}(\mathbf{V}_{4X}; r) / p_{2X}(z_0, \gamma_{0X})$, où p_{4X} est la DDP conjointe du vecteur $\mathbf{V}_{4X} = [z_0 \ z \ \gamma_X \ \gamma_{0X}]$ et p_{2X} la DDP conjointe des v.a. (z_0, γ_{0X}) . A noter que la DDP p_{2X} est indépendante de r car les v.a. (z_0, γ_{0X}) sont définies au même point. La matrice de covariance du vecteur aléatoire \mathbf{V}_{4X} doit alors être calculée.

Soit \mathbf{V}_6 le vecteur aléatoire défini par $\mathbf{V}_6 = [z_0 \ z \ \gamma_{0x} \ \gamma_x \ \gamma_{0y} \ \gamma_y]$. On montre alors que sa matrice de covariance $[C_6]$ s'écrit (article [85] fourni en annexe B, section 3.2.2.)

$$[C_6] = \begin{bmatrix} \sigma_z^2 & W_0 & 0 & W_{1x} & 0 & W_{1y} \\ W_0 & \sigma_z^2 & -W_{1x} & 0 & -W_{1y} & 0 \\ 0 & -W_{1x} & \sigma_{\gamma_x}^2 & -W_{2x} & 0 & -W_{2xy} \\ W_{1x} & 0 & -W_{2x} & \sigma_{\gamma_x}^2 & -W_{2xy} & 0 \\ 0 & -W_{1y} & 0 & -W_{2xy} & \sigma_{\gamma_y}^2 & -W_{2y} \\ W_{1y} & 0 & -W_{2xy} & 0 & -W_{2y} & \sigma_{\gamma_y}^2 \end{bmatrix}, \quad (\text{II.42})$$

et

$$W_{1x} = \frac{\partial W_0}{\partial x} \quad W_{1y} = \frac{\partial W_0}{\partial y} \quad W_{2x} = \frac{\partial^2 W_0}{\partial x^2} \quad W_{2y} = \frac{\partial^2 W_0}{\partial y^2} \quad W_{2xy} = \frac{\partial^2 W_0}{\partial x \partial y}. \quad (\text{II.43})$$

$W_0(x, y)$ désigne la fonction d'autocorrélation des hauteurs de la surface. A noter que $W_0(0, 0) = \sigma_z^2$, $W_{2x}(0, 0) = -\sigma_{\gamma_x}^2$, $W_{2y}(0, 0) = -\sigma_{\gamma_y}^2$, $W_{1x}(0, 0) = W_{1y}(0, 0) = W_{2xy}(0, 0) = 0$. En comparant (II.42) avec (II.20), on voit que $[C_4] = [C_6]_{i=1..4, j=1..4}$ en supprimant l'indice x . En effet dans le cas 1D, la surface ne dépend plus de y et le vecteur \mathbf{V}_6 devient le vecteur $[z_0 \ z \ \gamma_0 \ \gamma]$ dont la matrice de covariance est $[C_4]$.

En considérant alors un processus corrélé gaussien centré, on montre dans l'annexe B (section 3.2.2.) que la matrice de covariance du vecteur \mathbf{V}_{4X} s'exprime à partir de la matrice de covariance d'une surface 1D (II.20) en effectuant les changements de variables suivants

$$\left\{ \begin{array}{ll} (\gamma_0, \gamma, \sigma_\gamma, x) & \rightarrow (\gamma_{0X}, \gamma_X, \sigma_{\gamma_X}, r) \\ W_0(x) & \rightarrow W_0(x, y) = W_0(r, \phi) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \end{cases} \\ W_1(x) = \frac{dW_0}{dx} & \rightarrow W_1(r, \phi) = \frac{\partial W_0(r, \phi)}{\partial r} \\ W_2(x) = \frac{d^2 W_0}{dx^2} & \rightarrow W_2(r, \phi) = \frac{\partial^2 W_0(r, \phi)}{\partial r^2} \\ & \downarrow \\ g(\theta | z_0, \gamma_0; x) & \rightarrow g(\theta, \phi | z_0, \gamma_{0X}; r) \end{array} \right. \quad (\text{II.44})$$

Par conséquent, comme dans le cas où la corrélation est omise, la fonction g d'une surface 2D s'obtient à partir de celle calculée dans le cas 1D. La dépendance sur ϕ provient de $W_0(r, \phi)$ et de ses dérivées.

II.2.3.3 Simulations

L'obtention de la solution de référence nécessite de générer un ensemble de profils indépendants de distributions gaussiennes, ou de générer une surface de longueur et de largeur très grandes devant les longueurs de corrélations des hauteurs (ceci est possible uniquement pour une surface 1D). Pour la génération d'une surface 2D en coordonnées cartésiennes, le temps de calcul et le stockage deviennent prohibitifs. De plus, une interpolation de la surface est nécessaire pour obtenir sa coupe selon la direction ϕ . Afin de s'affranchir de ce problème, la coupe de la surface selon ϕ est directement générée. La méthode spectrale classique utilise une FFT bidimensionnelle et génère la surface 2D en coordonnées cartésiennes. Par conséquent, afin de générer la surface selon ϕ , la hauteur est modélisée comme une superposition de sinusoides de phases aléatoires réparties entre 0 et 2π et dont l'amplitude est proportionnelle à la racine carrée du spectre des hauteurs de la surface, exprimé en coordonnées polaires. Ainsi, comme dans le cas 1D, à partir de ce profil, la fonction d'illumination moyennée de référence est calculée à l'aide de l'algorithme de la figure II.4.

Pour un processus gaussien centré et en considérant une longueur d'observation infinie, l'article [85] fourni en annexe B présente des comparaisons de la fonction d'illumination moyennée de Smith avec et sans corrélation avec la solution de référence, pour des fonctions d'autocorrélation des hauteurs gaussienne et lorentzienne. Elles sont définies par

$$W_0(x, y) = \begin{cases} \sigma_z^2 \exp\left(-\frac{x^2}{L_{cx}^2} - \frac{y^2}{L_{cy}^2}\right) & \text{gaussien} \\ \frac{\sigma_z^2}{\left(1 + \frac{x^2}{L_{cx}^2}\right) \left(1 + \frac{y^2}{L_{cy}^2}\right)} & \text{lorentzien} \end{cases} \quad (\text{II.45})$$

où (L_{cx}, L_{cy}) sont les longueurs de corrélation des hauteurs de la surface selon les directions (Ox) et (Oy) . Les expressions de $W_1(r, \phi)$, $W_2(r, \phi)$, σ_{γ_X} sont données dans le tableau 1 de l'annexe B. Des comparaisons sont également présentées pour une surface de mer de gravité en considérant le spectre de Pierson-Moskowitz [153]. Les expressions de $W_1(r, \phi)$, $W_2(r, \phi)$, σ_{γ_X} sont données dans le tableau 2 de l'annexe B.

Les conclusions sont alors similaires à celles obtenues pour une surface 1D (voir figures 12-14 de l'annexe B). Les résultats de Smith sont très proches de ceux obtenus à partir de la solution de référence, et on peut observer que la corrélation améliore légèrement les résultats. L'écart maximal observé avec la solution de Smith sans corrélation n'excède pas 0.03. Par conséquent, l'approche de Smith sans corrélation est très satisfaisante et est un bon compromis entre simplicité et précision.

II.2.3.4 Conclusion

Dans ce paragraphe, les résultats du paragraphe II.2.1 ont été étendus à une surface 2D. En effectuant une rotation selon la direction en azimut ϕ , nous avons alors montré que la fonction d'illumination statistique en configuration monostatique est semblable à celle obtenue pour une surface 1D.

Pour un processus *décorrélé quelconque*, dans (II.13) et (II.24), il suffit de remplacer la DDP des pentes $p_\gamma(\gamma)$ par la DDP marginale $p_{\gamma_X}(\gamma_X)$ exprimée par (II.38) et la distance horizontale x par la distance radiale r . Pour un processus *gaussien décorrélé* centré, la fonction d'illumination

moyennée est alors donnée par (II.15) et (II.17) en remplaçant $v = \cot \theta / (\sqrt{2}\sigma_\gamma)$ par $v = \cot \theta / (\sqrt{2}\sigma_{\gamma_X}(\phi))$, où $\sigma_{\gamma_X} = \sqrt{\sigma_{\gamma_x}^2 \cos^2 \phi + \sigma_{\gamma_y}^2 \sin^2 \phi}$.

De même, pour un processus *corrélé gaussien* centré, nous avons montré que la formulation relative à une surface 1D était transposable à une surface 2D à l'aide des changements de variables donnés par (II.44).

En considérant des fonctions d'autocorrélation gaussienne et lorentzienne, en comparant la fonction d'illumination moyennée de Smith avec une solution de référence, nous avons montré que les résultats sont peu sensibles à la corrélation et que l'approche de Smith sans corrélation est très satisfaisante. Les mêmes conclusions ont été dressées pour une mer obéissant au spectre de Pierson-Moskowitz (mer de gravité).

Très récemment, lors d'une étude avec l'ONERA-Palaiseau [100], j'ai étudié la fonction d'illumination statistique pour une surface de mer multi-échelle obéissant au spectre de Elfouhaily [17], et j'ai mis en évidence que les approches retenues dans ce document doivent être légèrement modifiées afin d'inclure l'effet de la petite échelle sur la grande échelle.

II.2.4 Surface 2D en configuration bistatique

En configuration bistatique, si l'émetteur et le récepteur sont dans un même plan ($\phi_i = \phi_s$ où $\phi_s = \phi_i + \pi$), ils observent alors la même surface, qui est 1D (figure II.19). La fonction d'illumination statistique bistatique, $S_b(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s | z_0, \gamma_{0X}; L_0)$, est alors donnée par l'équation (II.21), dans laquelle la grandeur monostatique $S_\pm(\theta | z_0, \gamma_0; L_0)$ devient $S_\pm(\theta, \phi | z_0, \gamma_{0X}; L_0)$ en 2D. La dépendance selon ϕ est contenue dans la matrice de covariance $[C_4]$ donnée par (II.20) avec les changements variables de (II.44). Par conséquent, le problème devient 1D et l'ensemble des équations du paragraphe II.2.2 reste valide en opérant les changements de variables émanant de (II.44).

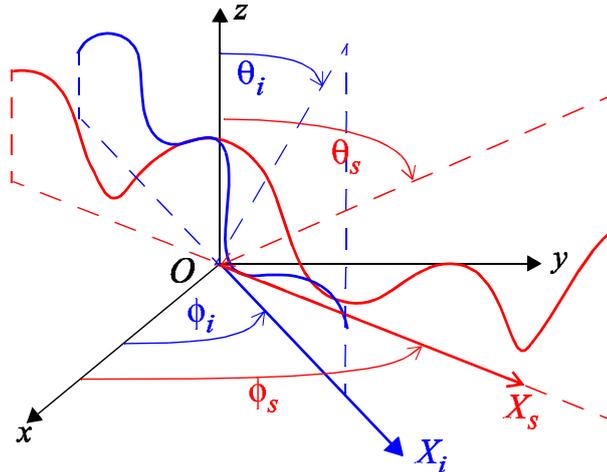


FIG. II.19 – Fonction d'illumination bistatique d'une surface bidimensionnelle.

Si l'émetteur et le récepteur ne sont pas dans un même plan, la surface observée n'est plus identique selon l'émetteur et le récepteur. La fonction d'illumination statistique bistatique s'écrit alors

$$S_b(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s | z_0, \gamma_{0X_i}, \gamma_{0X_s}; L_{0i}, L_{0s}) = S_-(\theta_i, \phi_i | z_0, \gamma_{0X_i}; L_{0i}) S_+(\theta_s, \phi_s | z_0, \gamma_{0X_s}; L_{0s}). \quad (\text{II.46})$$

(γ_{0X_n}, L_{0n}) sont les pentes et la longueur de la surface observées respectivement par l'émetteur et le récepteur ($n = \{i, s\}$). Les v.a. sont donc $\{z_0, \gamma_{0X_i}, \gamma_{0X_s}\}$. La fonction d'illumination moyennée sur $\{z_0, \gamma_{0X_i}, \gamma_{0X_s}, r\}$ s'écrit donc

$$\begin{aligned} \bar{S}_b(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s; L_{0i}, L_{0s}) = & \quad (II.47) \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_b(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s | z_0, \gamma_{0X_i}, \gamma_{0X_s}; L_{0i}, L_{0s}) p_3(z_0, \gamma_{0X_i}, \gamma_{0X_s}) dz_0 d\gamma_{0X_i} d\gamma_{0X_s}. \end{aligned}$$

où $p_3(z_0, \gamma_{0X_i}, \gamma_{0X_s})$ est la DDP conjointe des v.a. $\{z_0, \gamma_{0X_i}, \gamma_{0X_s}\}$. Pour un processus gaussien centré, on montre alors que la matrice de covariance associée est égale à

$$\begin{bmatrix} \sigma_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\gamma_{X_i}}^2 & \rho_{12} \sigma_{\gamma_{X_i}} \sigma_{\gamma_{X_s}} \\ 0 & \rho_{12} \sigma_{\gamma_{X_i}} \sigma_{\gamma_{X_s}} & \sigma_{\gamma_{X_s}}^2 \end{bmatrix} \quad \rho_{12} = \frac{\sigma_{\gamma_x}^2 \cos \phi_i \cos \phi_s + \sigma_{\gamma_y}^2 \sin \phi_i \sin \phi_s}{\sigma_{\gamma_{X_i}} \sigma_{\gamma_{X_s}}}, \quad (II.48)$$

où l'écart type des pentes $\sigma_{\gamma_{X_n}} = \sigma_{\gamma_X}(\phi_n)$ ($n = \{i, s\}$) est donné par (II.39). Si $\phi_s = \phi_i$ ou $\phi_s = \pi + \phi_i$ (plans confondus), alors le coefficient d'intercorrélation des pentes γ_{X_i} et γ_{X_s} devient respectivement égal à ± 1 . Si $\sigma_{\gamma_x} = \sigma_{\gamma_y}$ (surface isotrope) $\rho_{12} = \cos(\phi_s - \phi_i)$.

Pour un processus gaussien centré, on montre alors

$$\bar{S}_b(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s; +\infty, +\infty) = \frac{1}{1 + \Lambda_i + \Lambda_s} \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{v_i} e^{-x^2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{v_s - \rho_{12}x}{\sqrt{1 - \rho_{12}^2}} \right) \right] dx \\ \frac{[1 + \operatorname{erf}(v_i)][1 + \operatorname{erf}(v_s)]}{4} \text{ si } \rho_{12} = 0 \end{cases}, \quad (II.49)$$

avec $v_n = v(\theta_n, \phi_n)$ et $\Lambda_n = \Lambda(v_n)$ ($n = \{i, s\}$) donnés par (II.17).

La figure II.20 représente la fonction d'illumination moyennée sur $(z_0, \gamma_{0X_i}, \gamma_{0X_s})$ de Smith $\bar{S}_S(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s; +\infty, +\infty)$ en fonction de l'angle en azimut ϕ_s pour $\theta_i = -80^\circ$, $\sigma_{\gamma_x} = 0.4$, $\sigma_{\gamma_y} = 0.2$. On observe que pour $\theta_s = 60^\circ$, la variation selon ϕ_s est faible tandis que pour $\theta_s = 80^\circ$ la variation est plus forte. En fait, comme dans le cas monostatique, plus les incidences sont rasantes, plus les variations selon les azimuts sont importantes. On note un saut pour $\phi_i = \phi_s = \{0, 90\}^\circ$, correspondant à $\rho_{12} = 1$. Ceci vient du fait que l'intégrande de l'équation (II.49) ne converge pas mathématiquement vers la solution obtenue lorsque les plans d'incidence de l'émetteur et du récepteur sont confondus (cas où $\phi_i = \phi_s$ ou $\phi_s = \phi_i + \pi$ et $\rho_{12} = \pm 1$). En effet la fonction intégrale de l'équation (II.49) présente une singularité en $\rho_{12} = \pm 1$.

De la même manière que dans le cas où la corrélation est omise, la fonction d'illumination bistatique statistique peut être déterminée à l'aide de la fonction d'illumination monostatique statistique. De plus, nous pouvons écrire explicitement les expressions mathématiques en considérant un processus gaussien centré (section 3.5.2 de l'annexe B). Néanmoins, le calcul de la fonction d'illumination moyennée d'une surface 2D demande quatre intégrations numériques imbriquées $\{z_0, \gamma_{0X_i}, \gamma_{0X_s}, r\}$ au lieu de trois $\{z_0, \gamma_0, x\}$ pour une surface 1D. C'est pour cela qu'aucune simulation n'a été publiée dans la littérature. En revanche, compte tenu de la forte analogie des conclusions dressées pour des surfaces 1D et 2D, on pourrait s'attendre à ce que l'approche de Smith sans corrélation donne également de bons résultats pour une configuration bistatique.

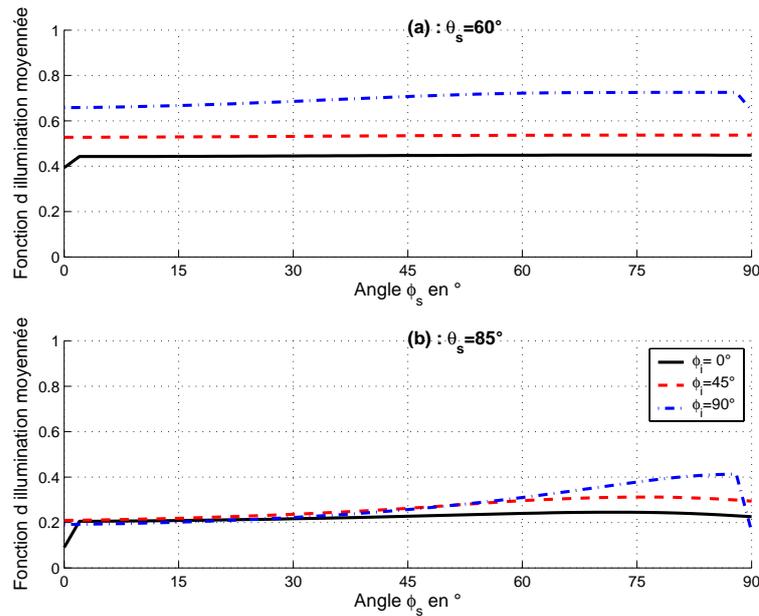


FIG. II.20 – Fonction d'illumination moyennée sur $(z_0, \gamma_0 X_i, \gamma_0 X_s)$ de Smith $\bar{S}_S(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s; +\infty, +\infty)$ en fonction de l'angle en azimut ϕ_s pour $\theta_i = -80^\circ$, $\sigma_x = 0.4$, $\sigma_y = 0.2$ et en configuration bistatique.

II.2.5 Prise en compte des réflexions multiples

II.2.5.1 Introduction

La fonction d'illumination statistique, présentée dans les paragraphes précédents, donne la probabilité qu'un point de la surface soit visible par un émetteur (cas monostatique) et par un récepteur (cas bistatique). La probabilité qu'un rayon d'incidence donnée soit réfléchi dans une direction donnée est alors liée à cette grandeur. Lorsque l'approximation de Kirchhoff (AK) est supposée valide, la puissance résultante diffusée par une surface rugueuse est alors corrigée par cette fonction d'illumination. Pour des surfaces ayant des écarts type des pentes supérieurs à 0.5, une double réflexion peut apparaître sur la surface, et la puissance diffusée associée peut alors être calculée en itérant l'approximation de Kirchhoff [22], [23] et [24]. Comme dans le cas de la simple réflexion, la puissance peut être corrigée à l'aide d'une fonction d'illumination dite "double réflexion". Dans le domaine infrarouge, nous verrons également que pour le calcul de l'émissivité avec multiple réflexions [92], cette fonction est également nécessaire. Ce paragraphe présente une méthode permettant de la calculer.

A ma connaissance, très peu de chercheurs ont travaillé sur ce problème. On peut citer l'article de Lynch et al. [154], dans lequel une approche semi empirique est proposée mais qui reste difficile à comprendre. En 2001, j'ai donc entrepris de calculer la fonction d'illumination avec multiple réflexion, conduisant à la publication [93]. Cette publication comporte une erreur que j'ai ensuite corrigée dans les articles [23], [24] (calcul du coefficient de diffusion avec double réflexion à l'aide de l'AK), et dernièrement dans [92] (émissivité avec multiple réflexion d'une surface rugueuse de mer dans le domaine infrarouge). En comparant avec une méthode de référence, j'ai alors montré que la fonction d'illumination théorique proposée dans [92] sous-estime d'un facteur six l'ombrage. Actuellement, je ne comprends toujours pas ce si grand désaccord. Malgré cet échec, j'ai décidé de résumer dans ce paragraphe mon approche, en espérant qu'un lecteur découvre

une erreur dans ma démarche et ainsi résolve ce problème théorique. C'est donc un problème qui reste ouvert.

Dans la suite, la longueur de la surface sera supposée infinie ($L_0 \rightarrow \infty$).

II.2.5.2 Surface 1D en configuration monostatique

En configuration monostatique et en considérant une double réflexion, la fonction d'illumination statistique $S_2(\theta, \theta_1|F, F_1)$ s'écrit (figure II.21)

$$S_2(\theta, \theta_1|F, F_1, l_1) = [1 - S_{\pm}(\theta_1|F_1; l_1)] S_+(\theta|F; +\infty). \quad (\text{II.50})$$

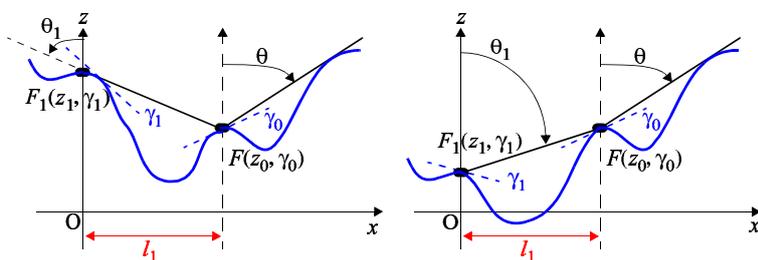


FIG. II.21 – Illustration de la fonction d'illumination statistique avec double réflexion d'une surface monodimensionnelle avec $\theta \geq 0$. Sur la gauche $s_1 = \text{sign}(\theta_1) = -1$ et $z_1 > z_2$, tandis que sur la droite, $s_1 = +1$ et $z_1 \leq z_2$.

$S_+(\theta|F; +\infty)$ donne la probabilité que le point F , de pente γ_0 et de hauteur z_0 , soit illuminé par un rayon d'incidence θ . $S_{\pm}(\theta_1|F_1; l_1)$ ($l_1 \geq 0$) est la probabilité que le rayon émanant du point F d'incidence θ_1 n'illumine pas le point F_1 de hauteur z_1 et de pente γ_1 . $[1 - S_{\pm}(\theta_1|F_1; l_1)]^3$, correspondant à l'événement contraire, donne donc la probabilité que le point F_1 soit illuminé par le rayon provenant du point F et d'incidence θ_1 . Par conséquent, S_2 s'exprime à partir de la fonction d'illumination statistique avec simple réflexion, $S_{\pm}(\theta|F; L_0)$, valide en configuration monostatique. Pour un processus *décorrélé quelconque*, elle est donnée soit par l'approche de Smith ou de Wagner (équations (II.22) et (II.23)). Par la suite, l'approche de Smith sera utilisée. Dans $S_{\pm}(\theta_1|F_1; l_1)$, le cas $-$ (le rayon F_1F descend et $z_1 > z_2$) est illustré à gauche de la figure II.21, tandis que le cas $+$ est illustré à droite (le rayon F_1F monte et $z_1 \leq z_2$).

La substitution de (II.22) et (II.23) dans (II.50) conduit alors à

$$S_2(\theta, \theta_1|F, F_1) = \Upsilon(\mu - \gamma_0) F(z_0)^{\Lambda + (\mu)} \Upsilon(\mu_1 - s_1 \gamma_1) \left\{ 1 - \left[\frac{F(z_1)}{F(z_0)} \right]^{s_1 \Lambda_{s_1}(\mu_1)} \right\}, \quad (\text{II.51})$$

avec $F(z) = P_z(z) - P_z(-\infty)$ (fonction de répartition des hauteurs), $\mu = |\cot \theta|$, $\mu_1 = |\cot \theta_1|$, $s_1 = \text{sign}(\theta_1)$, $z_0 = z_1 + s_1 \mu_1 l_1$. Dans le cas où $s_1 = +1$, les points de départ et d'arrivée sont respectivement F_1 et F , et donc $S_{\pm}(\theta_1|F_1; l_1) = [F(z_1)/F(z_0)]^{+\Lambda + (\mu_1)}$. Dans le cas où $s_1 = -1$, les points de départ et d'arrivée sont respectivement F et F_1 , et donc $S_{\pm}(\theta_1|F_1; l_1) = [F(z_0)/F(z_1)]^{+\Lambda - (\mu_1)} = [F(z_1)/F(z_0)]^{-\Lambda - (\mu_1)}$. Ceci explique la variable s_1 dans l'exposant.

³Dans l'article [93] de C. Bourlier et al., l'erreur commise est de prendre $S_{\pm}(\theta_1|F_1; l_1)$ au lieu de $[1 - S_{\pm}(\theta_1|F_1; l_1)]$.

Le raisonnement utilisé dans le cas de la double réflexion est facilement transposable à N réflexions. L'équation (II.51) devient alors

$$S_N(\theta, \theta_1, \dots, \theta_{N-1} | F, F_1, \dots, F_{N-1}) = \Upsilon(\mu - \gamma_0) F(z_0)^{\Lambda_+(\mu)} \prod_{n=1}^{n=N-1} \Upsilon(\mu_n - s_n \gamma_n) \left\{ 1 - \left[\frac{F(z_n)}{F(z_{n-1})} \right]^{s_n \Lambda_{s_n}(\mu_n)} \right\}, \quad (\text{II.52})$$

avec

$$\mu_n = |\cot \theta_n| \quad s_n = \text{sign}(\theta_n) \quad z_{N-1} \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} z_n > z_{n-1} & \text{si } s_n = -1 \\ z_n \leq z_{n-1} & \text{si } s_n = +1 \end{cases}. \quad (\text{II.53})$$

La figure II.22 illustre le cas $N = 3$, correspondant à trois réflexions. Selon les signes de θ_1 (noté s_1) et de θ_2 (noté s_2), quatre cas sont possibles. A noter que le cas $(s_1, s_2) = (-, +)$ n'est physiquement pas possible.

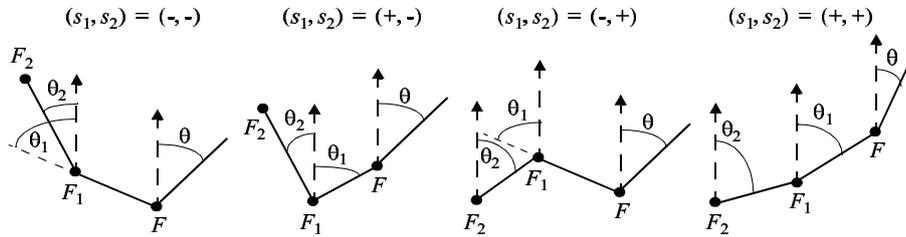


FIG. II.22 – Illustration de la fonction d'illumination statistique avec triple réflexion d'une surface monodimensionnelle avec $\theta \geq 0$. $s_n = \text{sign}(\theta_n)$.

Par la suite, nous allons traiter le cas de la double réflexion.

De la même manière que dans le cas de la simple réflexion, la fonction d'illumination moyennée sur $(z_0, \gamma_0, z_1, \gamma_1)$ s'écrit

$$\bar{S}_2(\theta, \theta_1) = \int_{-\infty}^{+\mu} d\gamma_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dz_1 \int_{\gamma_{1m}}^{\gamma_{1p}} d\gamma_1 \int_{z_{0m}}^{z_{0p}} dz_0 S_2(\theta, \theta_1 | z_0, z_1, \gamma_0, \gamma_1) p_4(z_0, z_1, \gamma_0, \gamma_1; l_1), \quad (\text{II.54})$$

avec

$$\begin{cases} \gamma_{1p} = +\mu_1 & \gamma_{1m} = -\infty & z_{0p} = +\infty & z_{0m} = z_1 & \text{si } s_1 = +1 \\ \gamma_{1p} = +\infty & \gamma_{1m} = -\mu_1 & z_{0p} = z_1 & z_{0m} = -\infty & \text{si } s_1 = -1 \end{cases}. \quad (\text{II.55})$$

$p_4(z_0, z_1, \gamma_0, \gamma_1; l_1)$ est la probabilité conjointe des hauteurs et des pentes de deux points de la surface. L'AK stipule que le champ diffracté en un point quelconque de la surface est le même que celui qui existerait en son plan tangent de longueur infinie. Ceci signifie que le champ est réfléchi localement dans la direction spéculaire. Il existe donc une relation entre la pente au point F de pente γ_0 et les directions θ et θ_1 . Pour une surface 1D, elle s'écrit $\theta_1(\gamma_0) = 2 \arctan(\gamma_0) - \theta$.

II.2.5.3 Simulations

La figure II.23 illustre le phénomène de double réflexion par une surface 1D lorsque le rayon d'incidence θ subit une réflexion spéculaire au point F . La surface de corrélation gaussienne et obéissant à un processus gaussien centré, possède un écart type des pentes $\sigma_\gamma = 0.2$ et une longueur de corrélation $L_c = 100$ unités. Le nombre d'échantillons est de $2\,000L_c = 200\,000$. A

noter que le rayon arrive de la gauche ($\theta < 0$), qui est contraire à notre convention. Mais ceci n'est pas gênant car le processus est gaussien centré, donc pair.

La figure II.24 présente la DDP de la longueur horizontale $l_1 = (z_1 - z_0)/\mu_1$, issue des résultats de la figure II.23, normalisée par la longueur de corrélation de la surface L_c . Entre parenthèses figurent respectivement selon θ , la valeur moyenne et l'écart type de l_1/L_c .

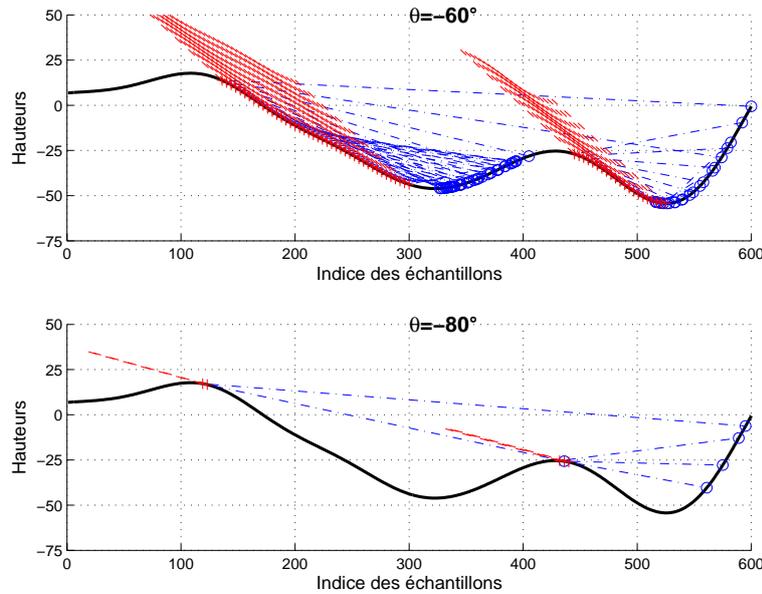


FIG. II.23 – Hauteurs de la surface en fonction des indices des échantillons de la surface. En croix, points F illuminés par un observateur placé à une incidence θ (les rayons proviennent de la gauche car $\theta < 0$). En cercles, points F_1 vus par F dont le rayon FF_1 (en traits-pointillés bleus) a subi une réflexion spéculaire en F . $\sigma_\gamma = 0.2$ et $L_c = 100$ unités.

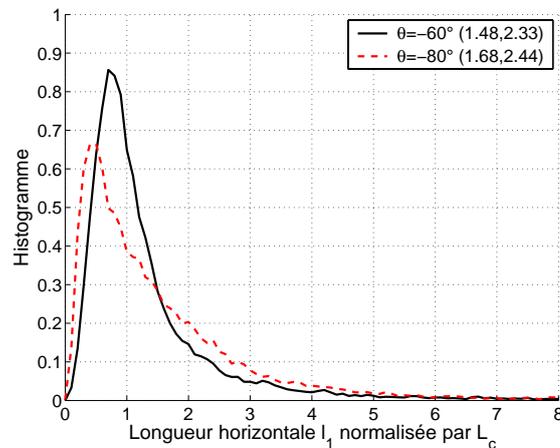


FIG. II.24 – DDP de la longueur horizontale $l_1 = (z_1 - z_0)/\mu_1$, issue de la figure II.23, normalisée par la longueur de corrélation de la surface L_c . Entre parenthèses figurent respectivement selon θ , la valeur moyenne et l'écart type de l_1/L_c .

On observe sur la figure II.24 que la valeur moyenne de l_1/L_c est supérieure à l'unité⁴. Par conséquent les points F et F_1 sont séparés par une distance horizontale moyenne supérieure à la longueur de corrélation. $p_4(z_0, z_1, \gamma_0, \gamma_1; l_1)$ peut alors être approximée par $p_{z,\gamma}(z_0, \gamma_0)p_{z,\gamma}(z_1, \gamma_1)$. De plus, $p_{z,\gamma}(z_0, \gamma_0) = p_z(z_0)p_\gamma(\gamma_0)$ car la corrélation entre la pente et la hauteur en un même point de la surface est nulle (proportionnelle à $W'_1(0) = 0$). Par conséquent, $p_4(z_0, z_1, \gamma_0, \gamma_1; l_1) \approx p_z(z_0)p_z(z_1)p_\gamma(\gamma_0)p_\gamma(\gamma_1)$. En reportant cette équation dans (II.54), on montre que pour un processus *décorrélé quelconque*, la fonction d'illumination moyennée uniquement sur les hauteurs (z_0, z_1) est égale à

$$\bar{S}_2(\theta, \theta_1 | \gamma_0, \gamma_1) = \begin{cases} \Lambda_{1+} [(1 + \Lambda_{1+})(2 + \Lambda_+)]^{-1} & s_1 = +1 \\ \Lambda_{1-} [(1 + \Lambda_+ + \Lambda_{1-})(1 + \Lambda_+)(2 + \Lambda_+)]^{-1} & s_1 = -1 \end{cases}, \quad (\text{II.56})$$

où $\Lambda_{1\pm} = \Lambda_{\pm}(\mu_1)$ est donné par (II.24).

Dans le cas d'un processus décorrélé gaussien centré, $\Lambda_+ = \Lambda_- = \Lambda$ s'exprime par (II.17). Dans ce cas, nous pouvons montrer que $0 \leq \bar{S}_{2-} \leq \bar{S}_{2+} \leq 1/2$. En particulier, $\bar{S}_{2-} \leq \bar{S}_{2+}$ qui est consistant physiquement avec la représentation géométrique de S_2 sur la figure II.21. La limite supérieure 1/2 est obtenue lorsque $\theta = 0$ et $\theta_1 = \pi/2$ (dans ce cas la probabilité que le rayon émanant du point F d'incidence θ_1 intercepte la surface au point F_1 est maximale) et vient du fait que $z_0 < z_1$ pour $s_1 = -1$ et $z_0 \geq z_1$ pour $s_1 = +1$. Elle est indépendante de s_1 , car la processus est pair. Une formule analogue peut être obtenue dans le cas de la triple réflexion (voir annexe D, équation (37)).

La fonction d'illumination moyennée sur $(z_0, z_1, \gamma_0, \gamma_1)$, $\bar{\bar{S}}_2(\theta)$, s'obtient alors en reportant l'équation (II.56) dans (II.54) et en calculant les intégrations sur (γ_0, γ_1) avec $\theta_1(\gamma_0) = 2 \arctan(\gamma_0) - \theta$. L'intégration sur γ_1 est analytique et est égale à $\Omega_{1\pm}$ défini par (II.27), et donné par (II.17) pour un processus décorrélé gaussien centré. L'intégration sur γ_0 est numérique.

Les figures II.25 et II.26 représentent $\bar{\bar{S}}_2(\theta)$ en fonction de l'angle θ pour des vitesses de vent $u_{12} = \{5, 15\}$ m/s. D'après (II.41), les écarts type des pentes correspondant sont $\sigma_\gamma = \{0.126, 0.218\}$. Les quatre courbes correspondent à :

- La solution de référence, dénotée dans la légende par “MC”.
- L'approche de Smith sans corrélation, dénotée dans la légende par “De Smith”.
- L'approche de Smith avec corrélation, dénotée dans la légende par “Co Smith”.
- L'approche empirique utilisée dans la littérature, dénotée dans la légende par “Littérature”.

On peut remarquer que notre approche sous-estime fortement les résultats et que l'approche issue de la littérature [22], [25]-[29], est meilleure que la notre. En fait, elle est obtenue à partir de la fonction d'ombre simple réflexion *moyennée* uniquement sur les hauteurs de la surface en configuration monostatique. Elle s'écrit $\bar{S}_2(\theta, \theta_1 | \gamma_0, \gamma_1) = \bar{S}(\theta | \gamma_0; +\infty)[1 - \bar{S}(\theta_1 | \gamma_1; +\infty)]$, où la simple barre désigne la moyenne sur les hauteurs. Avec la formulation de Smith et pour un processus décorrélé gaussien centré, elle s'écrit $\bar{S}_2(\theta, \theta_1 | \gamma_0, \gamma_1) = \Lambda_1 / (1 + \Lambda_1) / (1 + \Lambda)$. Par conséquent, l'approche proposée par ces auteurs est similaire à la mienne, mais au lieu de raisonner sur la fonction d'illumination statistique, ils raisonnent sur la fonction d'illumination moyennée.

En adaptant la formulation de Wagner au cas de la double réflexion, des simulations numériques non exhibées dans ce document montrent que $\bar{\bar{S}}_{2,W} < \bar{\bar{S}}_{2,S}$.

⁴A noter que cette valeur pourrait être calculée analytiquement en déterminant la moyenne statistique de $|z_2 - z_1|/\mu_1$, mais ce n'est pas l'objet de ce paragraphe.

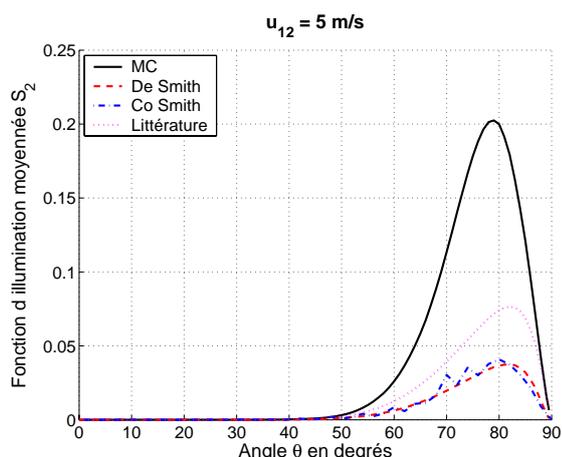


FIG. II.25 – Comparaison des fonctions d’illumination moyennées avec double réflexion d’une surface 1D en configuration monostatique. La vitesse du vent $u_{12} = 5$ m/s.

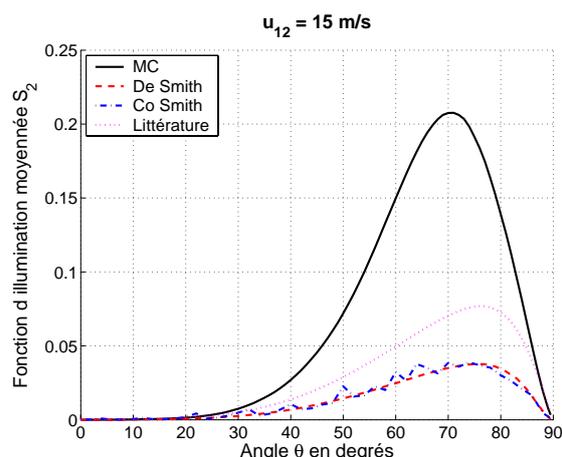


FIG. II.26 – Comparaison des fonctions d’illumination moyennées avec double réflexion d’une surface 1D en configuration monostatique. La vitesse du vent $u_{12} = 15$ m/s.

II.2.5.4 Discussion

Suite à ce désaccord, j’ai essayé de corriger la formulation à l’aide d’une approche semi empirique. Dans le paragraphe précédent, pour une surface de longueur infinie, nous avons montré que les résultats issus de la fonction d’illumination de Smith en configuration monostatique étaient très satisfaisants. Par conséquent, la sous-estimation de $S_2(\theta, \theta_1 | F, F_1, l_1)$ définie par (II.50) viendrait du terme $[1 - S_{\pm}(\theta_1 | F_1; l_1)]$, qui est sous-estimé, c.a.d. que la fonction $S_{\pm}(\theta_1 | F_1; l_1)$ est surestimée. D’après (II.51), $S_{\pm}(\theta_1 | F_1; l_1) = [F(z_1)/F(z_0)]^{s_1 \Lambda_{s_1}(\mu_1)}$, dans laquelle $F(z) = [P_z(z) - P_z(-\infty)] \in [0; 1]$ est la fonction de répartition des hauteurs de la surface. Afin de sous-évaluer la fonction $S_{\pm}(\theta_1 | F_1; l_1)$, les propositions semi empiriques suivantes ont été testées :

- Multiplier S_{\pm} par $a^{\Lambda_{s_1}}$ ($\Lambda_{s_1} \geq 0$), a^{Λ_+} ($\Lambda_+ \geq 0$) et $a^{\Lambda_{s_1} + \Lambda_+}$ avec $a \in [0; 1]$.
- Remplacer Λ_{s_1} par $b\Lambda_{s_1}$ car $0 \leq F(z_1)/F(z_0) \leq 1 \Rightarrow [F(z_1)/F(z_0)]^{b\Lambda_{s_1}} < [F(z_1)/F(z_0)]^{\Lambda_{s_1}}$ avec $b > 1$.
- Remplacer dans (II.50), $1 - S_{\pm}(\theta_1 | F_1; l_1)$ par $A - S_{\pm}(\theta_1 | F_1; l_1)$ afin de l’augmenter avec $A > 1$.

Malheureusement, tous ces tests n’ont conduit à aucune amélioration.

En conclusion, la fonction d’ombre statistique avec double réflexion proposée dans ce document demande davantage d’investigations afin de l’améliorer.

II.2.5.5 Extension au cas bistatique et à une surface 2D

Ce n’est que très récemment [92] en 2006 que ce défaut a été révélé. Par conséquent, en 2002, cette méthode a été néanmoins généralisée en configuration bistatique sur une surface 1D [93], puis étendue en 2004 à une surface 2D anisotrope [23], [24].

En suivant le même raisonnement que dans la section II.2.2 (surface 1D en configuration monostatique), le cas bistatique est obtenu tout simplement en multipliant l’équation (II.50) par la fonction d’illumination statistique avec simple réflexion d’une surface de longueur infinie

définie en configuration monostatique, $S_-(\theta_i, |F_1; +\infty)$. En s'inspirant alors de l'équation (II.21), nous obtenons dans le cas bistatique

$$S_{2b}(\theta_i, \theta_s | F, F_1; l_1) = \begin{cases} S_-(\theta_i | F_1; +\infty) [1 - S_{\pm}(\theta_1 | F_1; l_1)] S_+(\theta | F; +\infty) & \theta_i \theta_s \geq 0 \\ S_-(\theta_s | F_1; +\infty) [1 - S_{\pm}(\theta_1 | F_1; l_1)] & \begin{cases} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| \leq |\theta_s| \end{cases} \\ S_-(\theta_i | F_1; +\infty) [1 - S_{\pm}(\theta_1 | F_1; l_1)] & \begin{cases} \theta_i \theta_s < 0 \\ |\theta_i| > |\theta_s| \end{cases} \end{cases} \quad (\text{II.57})$$

Ainsi, en suivant la même démarche que dans le cas monostatique, les fonctions d'illumination bistatique moyennées sur les hauteurs $\bar{S}_{2b}(\theta_i, \theta_s | \gamma_0, \gamma_1)$ puis sur les pentes $\bar{S}_{2b}(\theta_i, \theta_s)$ peuvent être calculées analytiquement pour un processus *décorrélé quelconque*. Enfin, la formulation peut être étendue à une surface 2D obéissant à un processus *décorrélé quelconque* (équations (III.70), (III.71) et (III.72) du paragraphe III.2.3.6 pour une surface 2D).

II.2.6 Conclusion

En configuration monostatique, la fonction d'illumination statistique d'une surface stochastique 1D s'exprime rigoureusement comme une série d'intégrales multiples de Rice. La formulation de Wagner consiste à retenir le premier terme de cette série, tandis que celle de Smith utilise la formule de Wagner en introduisant une fonction de normalisation. Les expressions analytiques issues de ces deux approches ont été étendues à un processus *quelconque* mais *décorrélé*. De plus, la fonction d'illumination moyennée sur les hauteurs et les pentes de la surface a été calculée analytiquement. Ce calcul a également été réalisé avec l'approche de Rice, mais en considérant un processus *décorrélé gaussien*. Nous avons alors montré que sous incidences rasant, cette formulation n'était pas valide car la corrélation statistique était omise. Ainsi, afin de quantifier l'effet de la corrélation, les formulations de Wagner et de Smith ont également été étendues à un processus *gaussien* centré mais *corrélé*. Malheureusement, ceci n'est pas faisable avec l'approche de Rice, car les calculs des ordres de la série sont beaucoup trop complexes à déterminer, voire impossibles. En supposant un processus gaussien centré, les fonctions d'illumination moyennées de Wagner et de Smith avec et sans corrélation ont été comparées avec une solution de référence, basée sur la méthode de Monte Carlo. Nous avons alors montré que l'approche de Smith est meilleure que celle de Wagner, et les résultats étaient peu sensibles à la corrélation de la surface.

Le calcul de la fonction d'illumination statistique a été étendu à une configuration bistatique. Elle s'exprime à partir des deux fonctions d'illumination monostatiques définies par les positions angulaires de l'émetteur et du récepteur. Là encore, par comparaison avec une solution de référence, nous avons montré que l'approche de Smith sans corrélation donne des résultats très satisfaisants. Par conséquent, l'ombrage est peu sensible à la corrélation de la surface.

La démarche a été généralisée à une surface 2D anisotrope. En configuration monostatique et en effectuant une rotation selon la direction en azimut ϕ , nous avons montré que les équations établies pour une surface 1D sont conservées. Plus particulièrement, en supposant un processus gaussien centré, la relation (II.44) permet de transposer les équations valides pour une surface 1D à une surface 2D. Par comparaison avec une solution de référence, l'ombrage est peu sensible à la corrélation statistique de la surface et l'approche de Smith sans corrélation est très satisfaisante. La configuration bistatique a été également étudiée, mais aucun résultat numérique n'a été

présenté dans le cas où la corrélation est incluse, car quatre intégrations numériques imbriquées sont nécessaires pour le calcul de la fonction d'illumination moyennée. En revanche, compte tenu de la forte similitude des conclusions dressées pour des surfaces 1D et 2D, on pourrait s'attendre à ce que l'approche de Smith sans corrélation donne également de bons résultats pour une configuration bistatique.

En conclusion, l'approche de Smith sans corrélation est un bon compromis entre précision et temps de calcul.

Enfin, la fonction d'illumination a été étendue au cas où plusieurs réflexions peuvent se produire sur la surface. En supposant que sur chaque facette de la surface, le rayon se réfléchit dans la direction spéculaire, nous avons montré très récemment [92] (annexe D) que les résultats issus de notre approche sous-estimaient fortement la fonction d'illumination moyennée sur les hauteurs et les pentes de la surface, en configuration monostatique. Par conséquent, le calcul de cette fonction doit être amélioré.

II.3 Émissivité et réflectivité avec ombre de la mer dans le domaine infrarouge

II.3.1 Introduction

Le rayonnement thermique intrinsèque d'un corps est caractérisé par deux quantités : son émissivité et la distribution de la luminance du corps noir. Un corps noir est un corps qui absorbe intégralement le rayonnement incident. Pour un matériau quelconque, Kirchhoff [155], [156] a montré que la luminance est égale à la luminance du corps noir qui rayonnerait à la même température, multipliée par un coefficient nommé *émissivité*. L'expression mathématique de la luminance du corps noir est donnée par la distribution de Planck, impliquant que les corps à température ambiante rayonnent dans le proche infrarouge (loi de Wien). En revanche, l'émissivité est plus difficile à modéliser. Elle dépend des paramètres de la surface (température, rugosité) et des caractéristiques du champ incident (longueur d'onde, angle d'incidence et polarisation). Dans cette partie, l'émissivité d'une surface rugueuse 2D anisotrope est calculée et le modèle est appliqué au domaine maritime.

En pratique, une caméra infrarouge mesure le rayonnement intrinsèque de l'objet observé, mais également l'ensemble du rayonnement ambiant réfléchi sur l'objet dans la direction d'observation. La grandeur quantifiant ce phénomène est appelée *réflectivité*, qui est égale au pourcentage du rayonnement réfléchi sur la surface. Cette grandeur est également présentée dans cette partie. En pratique, afin de s'affranchir de l'atténuation atmosphérique, deux bandes spectrales $\lambda_0 \in [3; 5] \mu\text{m}$ et $\lambda_0 \in [8; 12] \mu\text{m}$ sont utilisées, pour lesquelles l'absorption est très faible. Les simulations présentées dans cette partie, sont effectuées pour une longueur d'onde de $4 \mu\text{m}$.

Ainsi, connaissant l'émissivité et la réflectivité de la surface de mer, il est possible de simuler le rayonnement thermique reçu par une caméra infrarouge embarquée sur un satellite (angle d'émission θ proche du nadir), sur un avion (θ modéré) ou sur un bateau (θ proche de l'horizon correspondant à des incidences rasantes). Ceci requiert également la connaissance du coefficient de transmission atmosphérique.

Le calcul de l'émissivité et de la réflectivité d'une surface de mer a débuté au cours de ma thèse en collaboration avec THALES Optronics (dont le coordinateur était G. Berginc), puis continué avec l'ONERA au cours d'une récente étude qui a conduit à la rédaction de

quatre rapports de contrat [99], [100], [101], [102] (dont le coordinateur était P. Simoneau), à la publication d'un article dans la revue *Applied Optics* [103] et à la participation à deux colloques [104], [105] en tant que co-auteur. Dans cette étude, nous avons introduit l'effet de la résolution de la caméra infrarouge sur le calcul du rayonnement thermique d'une surface de mer, ce qui nous a conduit entre autres, à étendre la formulation développée au cours de ma thèse à un processus gaussien non centré. A noter que la formulation est valide pour un processus quelconque de la surface. Dans l'avant dernier paragraphe, la prise en compte de la résolution sera expliquée brièvement et des images de radiance de la surface océanique seront présentées.

Dans le domaine infrarouge, puisque la longueur d'onde est de l'ordre du micromètre, et que la plus petite échelle de rugosité d'une surface de mer est de l'ordre du millimètre, la hauteur et le rayon de courbure en tout point de la surface sont très supérieurs à la longueur d'onde. Par conséquent, la surface peut être modélisée comme une collection de facettes qui réfléchissent la lumière dans la direction spéculaire. Le champ réfléchi s'obtient alors tout simplement à partir des lois de Snell-Descartes et des coefficients de Fresnel. Ce n'est pas le cas dans le domaine du radar. Ainsi, cette approximation permet de résoudre le problème électromagnétique très simplement. En revanche, pour des incidences rasantes, l'effet de l'ombre doit être introduit avec soin.

Dans les références [157]-[160], l'ombrage n'est pas introduit dans le calcul de l'émissivité et la surface est supposée isotrope. En revanche, dans les références [161], [87] l'ombrage est pris en compte mais la surface est supposée 1D. En s'inspirant des travaux de Yoshimori et al. [88], valides pour un processus gaussien centré, nous avons calculé l'émissivité d'une surface rugueuse 2D anisotrope en prenant en compte rigoureusement l'ombrage [89], [90]. Afin d'étudier l'impact de l'asymétrie des vagues sur l'émissivité, la formulation a été étendue à un processus non gaussien [96], caractérisé par une série de type Gram-Charlier tronquée à l'ordre quatre [95]. Enfin très récemment, la formulation a été généralisée dans le cas où plusieurs réflexions peuvent se produire sur la surface [92]. Les références [96] et [92] sont fournies en annexes C et D.

En se basant sur les travaux de Yoshimori et al. [88], nous avons également introduit rigoureusement l'ombrage dans le calcul de la réflectivité [91]. Cette référence est fournie en annexe E. Ceci fera l'objet de la dernière section.

II.3.2 Emissivité non polarisée

Dans ce paragraphe, l'émissivité avec multiple réflexion est présentée. Le détail de son calcul est exposé dans l'annexe D. Elle est définie par

$$\epsilon(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^{n=N} \epsilon_n(\theta, \phi), \quad (\text{II.58})$$

où ϕ est la direction en azimuth définie selon la direction (Ox) et θ l'angle d'émission (voir figure II.27). $\theta = 0$ correspond au nadir, tandis que $\theta = 90^\circ$ à l'horizon. Pour une surface de mer, $\phi = \{0, 90, 180\}^\circ$ correspondent respectivement aux directions face, transverse et dos au vent. S'il se produit une simple réflexion sur la surface, alors $\epsilon = \epsilon_1$, appelée émissivité du premier ordre. Elle est présentée dans la section suivante. Si une seconde réflexion se produit, alors $\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2$, dans laquelle ϵ_2 est l'émissivité du second ordre, et ainsi de suite. Son calcul est exposé dans la seconde section.

L'ombrage sera pris en compte à l'aide de l'approche de Smith sans corrélation.

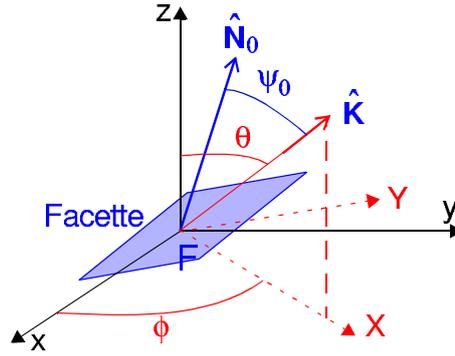


FIG. II.27 – Géométrie pour le calcul de l'émissivité d'une surface 2D où $\theta \in [0; \pi/2]$ et $\phi \in [0; 2\pi]$.

II.3.2.1 Emissivité du premier ordre

- *Modèle*

Pour un plan horizontal, l'émissivité non polarisée est donnée par $1 - \mathcal{R}(\psi_0)$, où $\mathcal{R} = (|r_V^2| + |r_H^2|)/2$ est le coefficient de Fresnel en puissance non polarisé, fonction des coefficients de Fresnel en polarisations verticale (V) et horizontale (H) en réflexion.

Pour une facette inclinée, la puissance interceptée par cette facette est égale à la puissance incidente multipliée par $\cos \psi_0 = \hat{\mathbf{K}} \cdot \hat{\mathbf{N}}_0$, où ψ_0 est l'angle entre la direction $\hat{\mathbf{K}}$ d'observation et la normale à la facette $\hat{\mathbf{N}}_0$ (figure II.27, le chapeau indique que le vecteur est unitaire). L'émissivité de la facette d'aire dS projetée sur le plan de référence (Ox, Oy) s'écrit alors $\epsilon_{1l} = dS[1 - \mathcal{R}(\psi_0)] \cos(\psi_0)/(dxdy)$. De plus, l'émissivité locale mesurée par le capteur doit être redivisée par $\cos \theta$. Dans le repère cartésien $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$, $dS/(dxdy) = \sqrt{1 + \gamma_{0x}^2 + \gamma_{0y}^2}$, $\hat{\mathbf{K}} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ et $\hat{\mathbf{N}}_0 = (-\gamma_{0x}, -\gamma_{0y}, 1)/\sqrt{1 + \gamma_{0x}^2 + \gamma_{0y}^2}$, où $(\gamma_{0x}, \gamma_{0y})$ sont respectivement les pentes d'un point F arbitraire de la surface dans les directions (Ox, Oy) .

L'émissivité locale non polarisée du premier ordre d'une facette s'écrit donc

$$\epsilon_{1l}(\theta, \phi; \gamma_{0x}, \gamma_{0y}) = [1 - \mathcal{R}(\psi_0)] g_0, \quad (\text{II.59})$$

avec

$$g_0 = \frac{\cos \psi_0 \sqrt{1 + \gamma_{0x}^2 + \gamma_{0y}^2}}{\cos \theta} = 1 - \frac{s_\theta}{\mu} (\gamma_{0x} \cos \phi + \gamma_{0y} \sin \phi), \quad (\text{II.60})$$

et

$$\cos[\psi_0(\theta, \phi; \gamma_{0x}, \gamma_{0y})] = \hat{\mathbf{N}}_0 \cdot \hat{\mathbf{K}} = \cos \theta \frac{1 - \frac{s_\theta}{\mu} (\gamma_{0x} \cos \phi + \gamma_{0y} \sin \phi)}{\sqrt{1 + \gamma_{0x}^2 + \gamma_{0y}^2}}, \quad (\text{II.61})$$

où $s_\theta = \text{sign}(\theta)$ et $\mu = |\cot \theta|$.

L'émissivité locale dépend statistiquement des pentes de la surface (la hauteur de la surface n'intervient pas car l'approximation de l'optique géométrique est une approche incohérente, qui implique que la différence de phase entre deux points de la surface n'est pas prise en compte). L'émissivité mesurée par un capteur est alors obtenue, en moyennant l'émissivité locale sur les pentes $(\gamma_{0x}, \gamma_{0y})$ de la surface.

Afin d'inclure l'ombrage et d'appliquer les résultats du paragraphe II.2.3, une rotation selon l'angle ϕ est effectuée à l'aide de l'équation (II.37). De plus, puisque l'émissivité locale est

indépendante de la hauteur de la surface, la fonction d'illumination statistique est moyennée sur les hauteurs. Elle est donc donnée par l'équation (II.15), omise du terme Ω_{\pm} (correspondant à la moyenne sur les pentes) et remplacé par $\Upsilon(\mu - s_{\theta}\gamma_0)$ (d'après (II.22)). De plus, $\Lambda_{s_{\theta}}(\theta, \phi)$ est donné par (II.24), où la DDP des pentes d'une surface 1D, p_{γ} , est remplacée par celle d'une surface 2D selon la direction (OX) , p_{γ_X} , définie par (II.38). Soit $\bar{S}(\theta, \phi; +\infty) = \bar{S}(\theta, \phi) = 1/[1 + \Lambda_{s_{\theta}}(\theta, \phi)]$. Ainsi, pour un processus quelconque de la surface, l'émissivité s'écrit

$$\epsilon_1(\theta, \phi) = \frac{1}{1 + \Lambda_{s_{\theta}}(\theta, \phi)} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - \frac{\gamma_{0X}}{\mu}\right) \times \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - \mathcal{R}(\psi_0(\theta, \phi; \gamma_{0X}, \gamma_{0Y}))] p_{2\gamma}(s_{\theta}\gamma_{0X}, \gamma_{0Y}) d\gamma_{0Y} \right\} d\gamma_{0X}, \quad (\text{II.62})$$

avec

$$\cos[\psi_0(\theta, \phi; \gamma_{0X}, \gamma_{0Y})] = \hat{\mathbf{N}}_0 \cdot \hat{\mathbf{K}} = \cos\theta \frac{1 - \frac{\gamma_{0X}}{\mu}}{\sqrt{1 + \gamma_{0X}^2 + \gamma_{0Y}^2}}. \quad (\text{II.63})$$

Pour un processus gaussien centré, $\Lambda_{s_{\theta}} = \Lambda$ s'exprime par (II.17), dans laquelle $v = |\cot\theta|/(\sqrt{2}\sigma_{\gamma_X})$, où l'écart type des pentes $\sigma_{\gamma_X} = \sqrt{\sigma_{\gamma_x}^2 \cos^2\phi + \sigma_{\gamma_y}^2 \sin^2\phi}$.

• **Simulation pour une DDP des pentes gaussienne centrée**

Les figures II.28 et II.29 représentent l'émissivité du premier ordre d'une surface de mer 2D en fonction de l'angle d'émission θ pour des vitesses de vent $u_{12} = \{5, 15\}$ m/s, et pour une DPP des pentes gaussienne centrée. La longueur d'onde $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$, donnant un indice de réfraction $n = 1.3510 + 0.0046i$ d'après le modèle de Hale et al. [162], qui supposent une mer non salée.

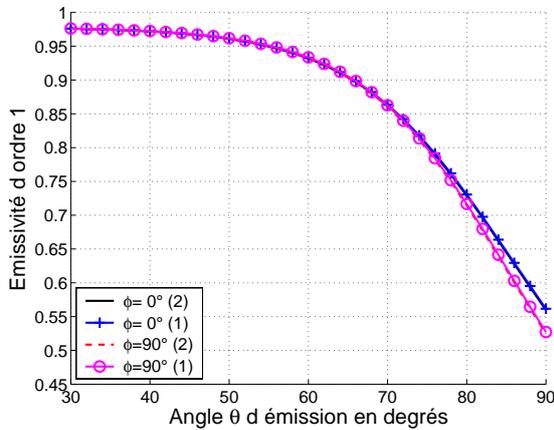


FIG. II.28 – Emissivité du premier ordre d'une surface de mer 2D en fonction de l'angle d'émission θ . La vitesse du vent $u_{12} = 5$ m/s. La longueur d'onde $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$.

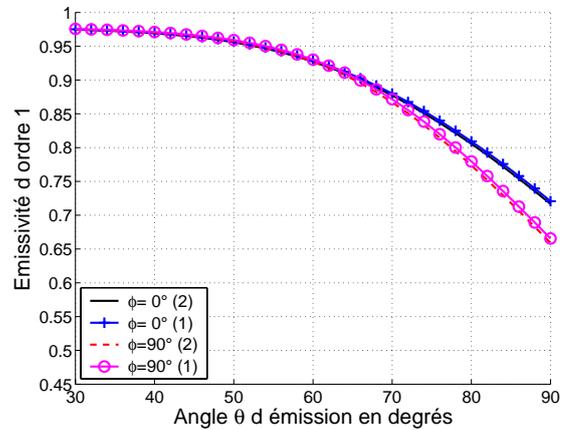


FIG. II.29 – Emissivité du premier ordre d'une surface de mer 2D en fonction de l'angle d'émission θ . La vitesse du vent $u_{12} = 15$ m/s. La longueur d'onde $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$.

On observe que pour des angles proches du nadir ($\theta < 30^\circ$), ϵ_1 est constante et indépendante de la rugosité de la surface et de la direction du vent ϕ . En fait pour θ proche de zéro, l'émissivité est égale à celle d'une surface plane, soit $1 - \mathcal{R}(\theta)$. L'émissivité diminue lorsque θ et ϕ augmentent. De plus, elle est proportionnelle à la vitesse du vent. Ceci implique que l'émissivité est une fonction croissante de l'écart type des pentes de la surface. L'effet de ϕ (écart $\epsilon_1(\theta, 0) - \epsilon_1(\theta, \pi/2)$) augmente avec la vitesse du vent.

Dans la légende, “(2)” signifie que l’émissivité (II.62) est obtenue en calculant les deux intégrations numériques sur $(\gamma_{0X}, \gamma_{0Y})$, tandis que pour “(1)”, l’approximation $\sqrt{1 + \gamma_{0X}^2 + \gamma_{0Y}^2} \approx \sqrt{1 + \gamma_{0X}^2}$ est utilisée. Elle est donc valide pour des écarts type des pentes $(\sigma_{\gamma_x}, \sigma_{\gamma_y})$ très inférieurs à 1. Ainsi, d’après (II.62), l’intégration sur γ_{0Y} conduit à

$$\epsilon_1(\theta, \phi) = \frac{1}{1 + \Lambda_{s_\theta}(\theta, \phi)} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 - \frac{\gamma_{0X}}{\mu}\right) [1 - \mathcal{R}(\psi_0)] p_{\gamma_X}(s_\theta \gamma_{0X}) d\gamma_{0X}. \quad (\text{II.64})$$

On note alors un bon accord entre les deux modèles. L’avantage du dernier est de calculer une intégration numérique au lieu de deux pour la formulation exacte. Le temps de calcul pour (θ, ϕ) donnés est alors de 15 ms pour (II.62) et de 0.7 ms, pour (II.64) (logiciel Matlab sur Pentium 4, CPU 3 GHz, 1 Gbytes de RAM).

A noter que les caméras infrarouges actuelles sont capables de mesurer une température apparente d’un corps avec une précision de 0.1 degré celsius. Ceci implique une erreur relative sur l’émissivité de 0.42% et 0.17% pour $\lambda_0 = \{4, 10\} \mu\text{m}$. Il est donc important d’introduire l’effet de la direction du vent, et notamment pour θ proche de l’horizon.

L’équation (II.64) montre également qu’il est pertinent d’introduire l’ombrage. Théoriquement, l’émissivité est positive. Si l’ombrage est négligé, alors la borne supérieure d’intégration est égale à l’infini, conduisant alors à des valeurs négatives de $1 - \gamma_{0X}/\mu$. Par conséquent, le résultat de l’intégration peut être négatif, qui n’est pas acceptable physiquement. Par contre, puisque $\gamma_{0X} \in]-\infty; \mu] \Rightarrow 1 - \gamma_{0X}/\mu \geq 0$, assurant alors la positivité de l’intégrande. De plus, pour des angles d’émission θ très proches de l’horizon ($\mu = |\cot \theta| \rightarrow 0$), $1 - \gamma_{0X}/\mu \rightarrow -\gamma_{0X} |\tan \theta| \rightarrow -\infty$, et l’émissivité diverge si l’ombrage est omis ($\Lambda_{s_\theta} = 0$). En revanche, si l’ombrage est pris en compte alors d’après (II.24)

$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan \theta}{1 + \Lambda_{s_\theta}(\theta, \phi)} = \left[\int_0^{+\infty} \gamma_{0X} p_{\gamma_X}(s_\theta \gamma_{0X}) d\gamma_{0X} \right]^{-1}, \quad (\text{II.65})$$

assurant alors une valeur finie de l’émissivité pour $\theta \rightarrow \pi/2$. Dans le cas d’un processus gaussien centré, la limite vaut $\sigma_{\gamma_X}/\sqrt{2\pi}$.

• Comparaison avec une méthode de Monte Carlo

Afin d’étudier la validité du modèle de l’émissivité du premier ordre, il est comparé avec une méthode de Monte Carlo [94] qui intègre les réflexions multiples. Dans [94], la DDP des pentes est supposée gaussienne centrée, la direction du vent $\phi = 0$, la longueur d’onde $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$ et le pas de l’angle d’émission θ vaut 5° .

La figure II.30 compare l’émissivité calculée analytiquement et par une méthode de Monte Carlo. Sur la gauche, est représentée respectivement l’émissivité pour $u_{12} = \{5, 15\} \text{m/s}$, et sur la droite est représentée la différence entre l’émissivité calculée analytiquement, ϵ_1 , et par une méthode de Monte Carlo, ϵ^{Num1} (les réflexions multiples sont ignorées) et ϵ^{Num2} (les réflexions multiples sont incluses).

Un bon accord est observé entre ϵ_1 et ϵ^{Num1} , ce qui montre que le calcul de l’ombrage dans le modèle analytique est correct (qui est donc consistant avec la figure II.6). En revanche, lorsque l’angle d’émission augmente, la contribution des réflexions multiples n’est plus négligeable, ce qui explique la différence observée entre ϵ_1 et ϵ^{Num2} . Elle est maximale sur l’intervalle $[75; 80]^\circ$ et vaut 0.03. Des simulations similaires [92] ont été réalisées dans le cas 1D qui ont conduit à la même conclusion (paragraphe II.3.2.2).

• Comparaison avec des mesures [97] et [98]

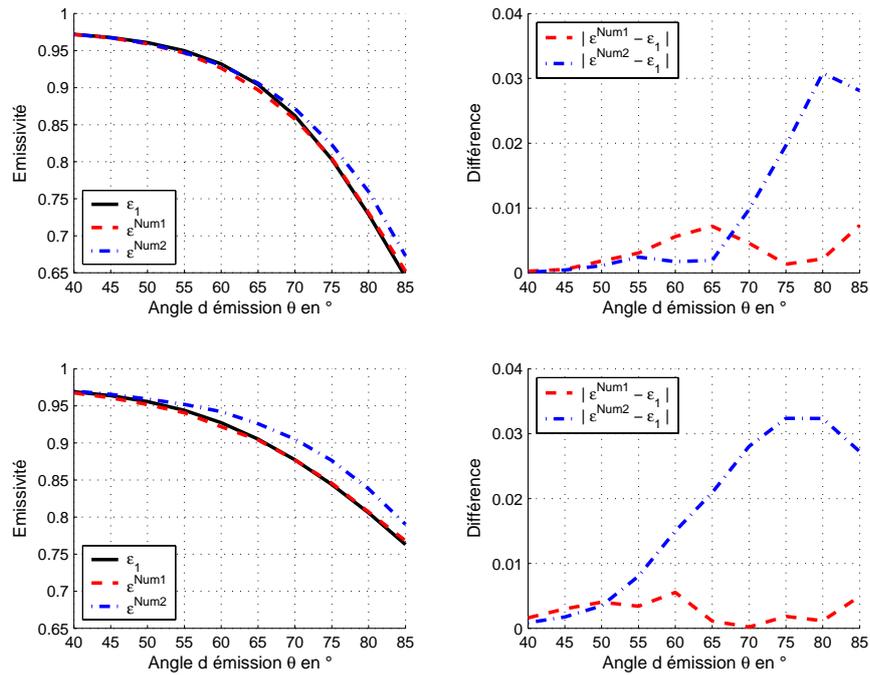


FIG. II.30 – Comparaison de l'émissivité avec une méthode de Monte Carlo en fonction de l'angle d'émission θ . La direction du vent $\phi = 0$ et la longueur d'onde $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$. Sur la gauche, est représentée respectivement l'émissivité pour $u_{12} = \{5, 15\}$ m/s, et sur la droite la différence entre l'émissivité calculée analytiquement, ϵ_1 , et par une méthode de Monte Carlo, ϵ^{Num1} (les réflexions multiples sont ignorées) et ϵ^{Num2} (les réflexions multiples sont incluses).

L'émissivité calculée analytiquement est comparée avec des mesures [97] et [98].

La figure II.31 compare l'émissivité ϵ_1 avec des mesures [97] en fonction de l'angle d'émission θ . La direction du vent $\phi = 284^\circ \pm 32^\circ$. En haut, la vitesse du vent $u_{12} = 4.5 \pm 0.9$ m/s et en bas, $u_{12} = 10.3 \pm 1.1$ m/s. Sur la gauche, $\lambda_0 \in [8.2; 9.2] \mu\text{m}$, au milieu $\lambda_0 \in [10.5; 11.5] \mu\text{m}$ et à droite $\lambda_0 \in [11.5; 12.5] \mu\text{m}$. $\theta \in [25; 65]^\circ$ avec un pas de 5° . Pour chaque intervalle, l'émissivité est moyennée avec un pas d'échantillonnage de $0.2 \mu\text{m}$. Compte tenu du fait que la direction du vent et la vitesse du vent sont entachées d'une erreur, l'erreur correspondante sur l'émissivité est représentée par des rectangles d'erreur.

Un bon accord est observé pour les figures II.31(a)-II.31(b) et II.31(d)-II.31(f). En revanche pour la figure II.31(c), les résultats expérimentaux sont supérieurs à ceux obtenus analytiquement. Afin d'expliquer cette différence, nous avons représenté l'émissivité calculée analytiquement (dans la légende elle est référée par "Ajusté") en utilisant l'indice de réfraction qui prend en compte la salinité de la mer [163]. Nous observons que les résultats restent inchangés. En listant les différentes possibilités, nous avons montré (section 5. de l'annexe C) que cette différence est due à une erreur de mesure.

La figure II.32 compare l'émissivité ϵ_1 avec des mesures [98] en fonction du nombre d'onde $1/\lambda_0$ en cm^{-1} . L'angle d'émission $\theta = \{36.5, 56.5, 73.5\}^\circ$, la direction du vent $\phi = 90^\circ$, la vitesse du vent $u_{12} = 5$ m/s, la résolution est 0.5 cm^{-1} et $\lambda_0 \in [8.55; 12.05] \mu\text{m}$. Puisque dans [98] la direction du vent n'est pas donnée, les points théoriques sont encadrés par un rectangle d'erreur de hauteur correspondant à une variation de ϕ de $\pm 90^\circ$.

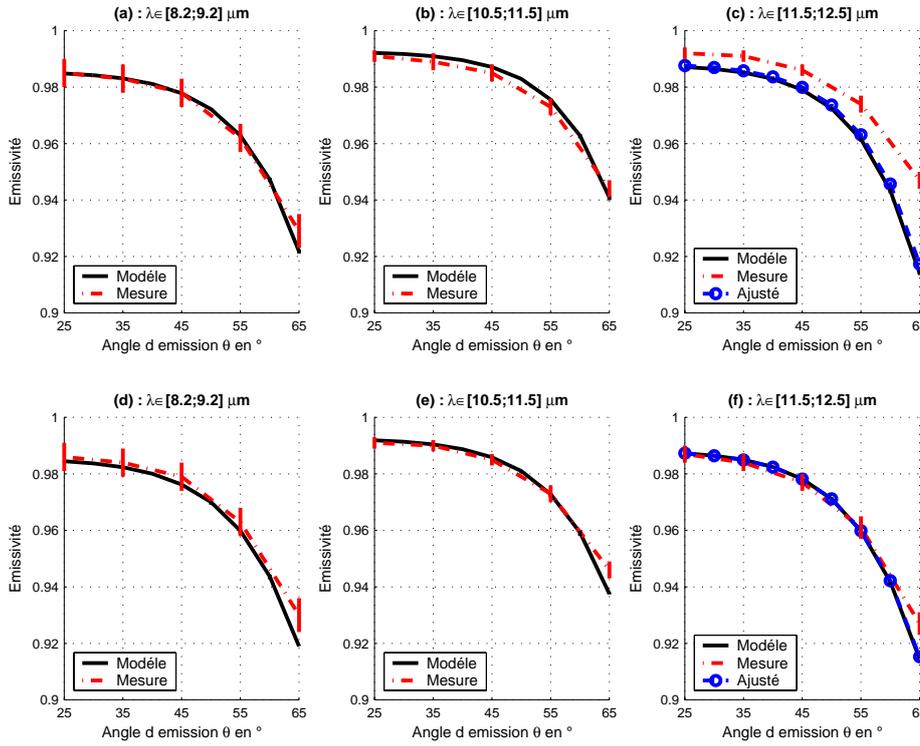


FIG. II.31 – Comparaison de l'émissivité ϵ_1 avec des mesures [97] en fonction de l'angle d'émission θ . La direction du vent $\phi = 284^\circ \pm 32^\circ$. En haut, la vitesse du vent $u_{12} = 4.5 \pm 0.9 \text{ m/s}$ et en bas, $u_{12} = 10.3 \pm 1.1 \text{ m/s}$. Sur la gauche, $\lambda_0 \in [8.2; 9.2] \mu\text{m}$, au milieu $\lambda_0 \in [10.5; 11.5] \mu\text{m}$ et à droite $\lambda_0 \in [11.5; 12.5] \mu\text{m}$.

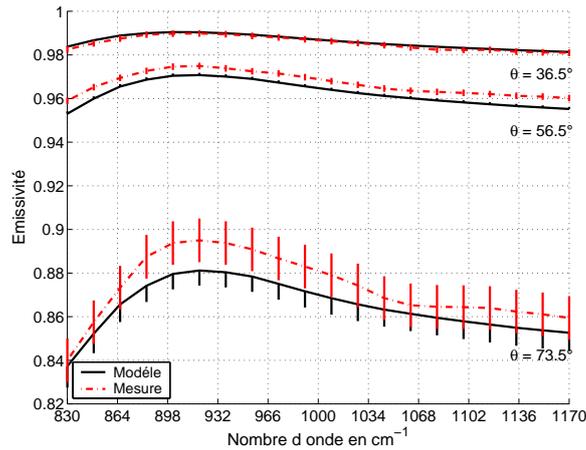


FIG. II.32 – Comparaison de l'émissivité ϵ_1 avec des mesures [98] en fonction du nombre d'onde $1/\lambda_0$ en cm^{-1} . L'angle d'émission $\theta = \{36.5, 56.5, 73.5\}^\circ$, la direction du vent $\phi = 90^\circ$ et la vitesse du vent $u_{10} = 5 \text{ m/s}$. Puisque dans [98] la direction du vent n'est pas donnée, les points théoriques sont encadrés par un rectangle d'erreur de hauteur correspondant à une variation de ϕ de $\pm 90^\circ$.

Pour $\theta = 73.5^\circ$, un léger désaccord est observé dû aux réflexions multiples. D'après la figure II.30, cette différence est due aux réflexions multiples non incluses dans notre modèle.

• **Simulations pour une DDP des pentes de type Cox et Munk**

Cox et Munk [95] ont montré que les pentes de la surface de la mer n'obéissent pas exactement à une DDP gaussienne, mais à une DPP gaussienne légèrement modifiée. Elle s'écrit alors

$$p_{2\gamma}(\gamma_x, \gamma_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\gamma_x}\sigma_{\gamma_y}} \exp\left(-\frac{\gamma_x^2}{2\sigma_{\gamma_x}^2} - \frac{\gamma_y^2}{2\sigma_{\gamma_y}^2}\right) \left[1 + \frac{c_{21}}{2}(\Gamma_y^2 - 1)\Gamma_x + \frac{c_{03}}{6}(\Gamma_x^2 - 3)\Gamma_x + \frac{c_{22}}{4}(\Gamma_x^2 - 1)(\Gamma_y^2 - 1) + \frac{c_{40}}{24}(\Gamma_y^4 - 6\Gamma_y^2 + 3) + \frac{c_{04}}{24}(\Gamma_x^4 - 6\Gamma_x^2 + 3) \right], \quad (\text{II.66})$$

où

$$\Gamma_{x,y} = \frac{\gamma_{x,y}}{\sigma_{\gamma_x,\gamma_y}} \quad \begin{cases} c_{21} = (0.86u_{12} - 1 \pm 3)10^{-2} \geq 0 \\ c_{03} = (3.3u_{12} - 4 \pm 12)10^{-2} \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} c_{04} = 0.23 \pm 0.41 \\ c_{40} = 0.40 \pm 0.23 \\ c_{22} = 0.12 \pm 0.06 \end{cases} . \quad (\text{II.67})$$

Les variances ($\sigma_{\gamma_x}^2, \sigma_{\gamma_y}^2$) s'expriment par (II.41). Les termes $\{c_{21}, c_{03}\}$ (moments statistiques *impairs*, liés au skewness) provoquent alors une asymétrie sur les vagues et $\{c_{04}, c_{40}, c_{22}\}$ (moments statistiques *pairs* liés au kurtosis) impliquent des fronts montants et descendants des vagues plus aigus et des creux plus adoucis. La probabilité $p_{2\gamma}(\gamma_{0X}, \gamma_{0Y})$ s'obtient à partir du changement de variable (II.37), et la DDP marginale des pentes γ_{0X} définie par (II.38) s'écrit

$$p_{\gamma_X}(\gamma_{0X}) = \frac{1}{\sigma_{\gamma_X}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Gamma_{0X}^2}{2}\right) \left[1 + \alpha_K \left(1 - 2\Gamma_{0X}^2 + \frac{\Gamma_{0X}^4}{3}\right) + \alpha_S \left(\Gamma_{0X} - \frac{\Gamma_{0X}^3}{3}\right) \right], \quad (\text{II.68})$$

où

$$\begin{cases} \Gamma_{0X} = \frac{\gamma_{0X}}{\sigma_{\gamma_X}} \\ \alpha_S(\phi) = -\frac{\sigma_{\gamma_x} \cos \phi}{2\sigma_{\gamma_X}^3} [c_{03}(\sigma_{\gamma_x} \cos \phi)^2 + 3c_{21}(\sigma_{\gamma_y} \sin \phi)^2] \\ \alpha_K(\phi) = \frac{1}{8\sigma_{\gamma_X}^4} \left[c_{04}(\sigma_{\gamma_x} \cos \phi)^4 + c_{40}(\sigma_{\gamma_y} \sin \phi)^4 + \frac{3}{2}c_{22}\sigma_{\gamma_x}^2\sigma_{\gamma_y}^2 \sin^2(2\phi) \right] \end{cases} . \quad (\text{II.69})$$

La figure II.33 présente la DDP marginale des pentes selon la direction (OX), p_{γ_X} , en fonction des pentes pour une vitesse du vent $u_{10} = 10$ m/s. Les trois courbes correspondent à

- L'équation (II.68) avec $\alpha_K = \alpha_S = 0$ (DDP gaussienne), dénotée dans la légende par "G".
- L'équation (II.68) avec $\alpha_K = 0$, dénotée dans la légende par "GS".
- L'équation (II.68), dénotée dans la légende par "GSK".

Dans la direction transverse au vent ($\phi = 90^\circ$), la DDP est symétrique car $\alpha_S = 0$ (l'effet du "Skewness" est nul) et donc p_{γ_X} est une fonction paire des pentes. L'effet du kurtosis produit alors une probabilité d'occurrence des pentes proches de zéro légèrement plus forte que celle dans le cas gaussien. A contrario, pour des grandes pentes, l'effet contraire est observé. Dans les directions face ($\phi = 0$) et dos ($\phi = 180^\circ$) au vent, la DDP est légèrement asymétrique, et sa

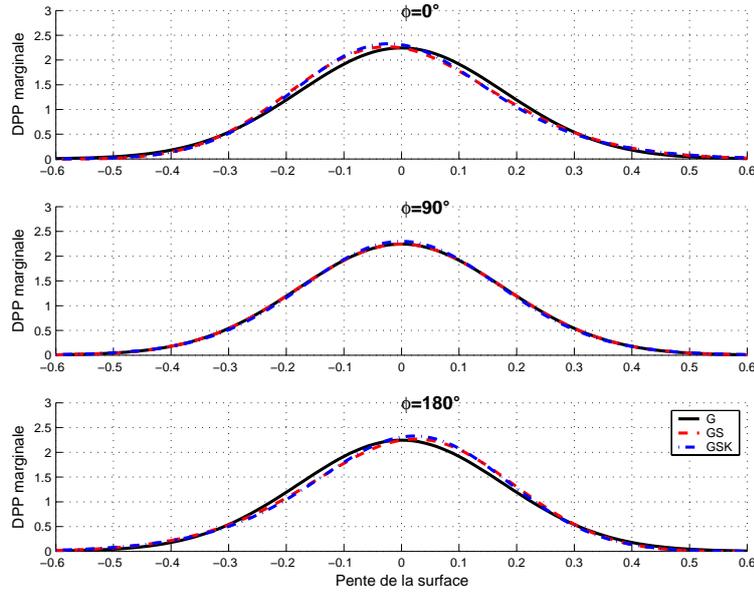


FIG. II.33 – DDP marginale des pentes selon la direction (OX), p_{γ_X} , en fonction des pentes pour une vitesse du vent $u_{10} = 10$ m/s.

valeur moyenne est négative pour $\phi = 0$ ($\alpha_S \leq 0$), et positive pour $\phi = 180^\circ$ ($\alpha_S \geq 0$). L'effet du skewness produit donc une asymétrie sur la DDP des pentes, car il est lié aux moments statistiques impairs. Dans le cas gaussien, la DPP reste invariante pour $\phi = \{0, 180\}^\circ$, car $\sigma_{\gamma_X}(0) = \sigma_{\gamma_X}(\pi)$. En d'autres termes, la direction transverse au vent est un axe de symétrie (ceci est également vrai dans la direction du vent car $\sigma_{\gamma_X}(\pi/2) = \sigma_{\gamma_X}(3\pi/2)$).

Pour $\theta \geq 0 \Rightarrow s_\theta = +1$, le terme d'ombrage $\Lambda_{s_\theta} = \Lambda$, défini par (II.24), est alors égal à

$$\Lambda(v) = \Lambda_G(v) + \alpha_S \Lambda_S(v) + \alpha_K \Lambda_K(v), \quad (\text{II.70})$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda_G(v) = \frac{\exp(-v^2) - v\sqrt{\pi}\text{erfc}(v)}{2v\sqrt{\pi}} \\ \Lambda_S(v) = -\frac{\exp(-v^2)}{3\sqrt{2\pi}} \\ \Lambda_K(v) = \frac{(2v^2 - 1)\exp(-v^2)}{6v\sqrt{\pi}} \end{array} \right. , \quad (\text{II.71})$$

et $v = \frac{\cot \theta}{\sqrt{2(\sigma_{\gamma_x}^2 \cos^2 \phi + \sigma_{\gamma_y}^2 \sin^2 \phi)}}$. Pour un processus gaussien centré, $\Lambda_S = \Lambda_K = 0$.

La figure II.34 présente l'émissivité ϵ_1 en fonction de la direction du vent ϕ pour $u_{12} = \{5, 10\}$ m/s et $\theta = \{75, 85\}^\circ$. La longueur d'onde $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$. A noter que la dynamique de l'échelle verticale est différente pour chaque sous-figure. La légende est la même que celle de la figure II.33.

La figure II.34 révèle que l'émissivité du premier ordre est symétrique par rapport à la direction dos au vent ($\epsilon_1(\theta, \pi + \phi) = \epsilon_1(\theta, \pi - \phi)$). Cette propriété générale peut se démontrer à partir de l'équation (II.64) et vient du fait que la probabilité marginale p_{γ_X} (II.68) est également

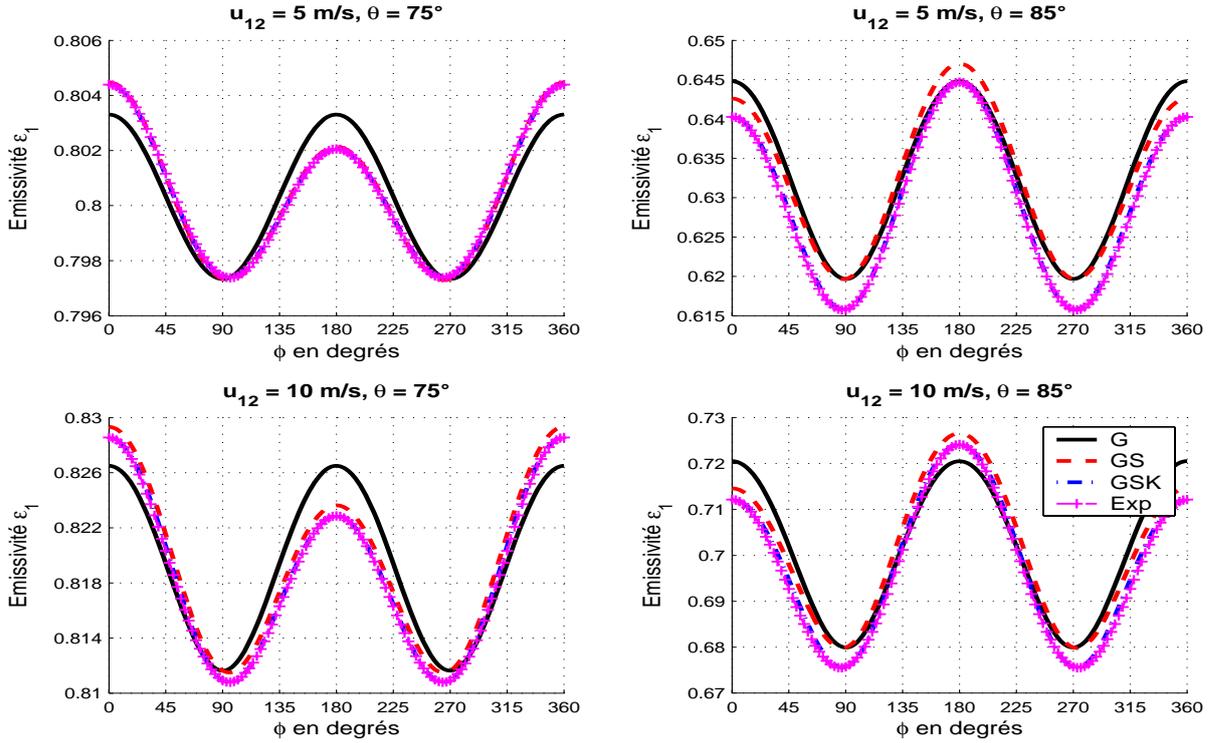


FIG. II.34 – Emissivité ϵ_1 en fonction de la direction du vent ϕ pour $u_{12} = \{5, 10\}$ m/s et $\theta = \{75, 85\}^\circ$. La longueur d'onde $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$.

symétrique dans la direction dos au vent. Pour $\phi \in [0; \pi]$, la dynamique de ϵ_1 selon ϕ augmente avec la vitesse du vent et l'angle d'émission.

Dans la légende, “Exp” correspond aux résultats de l'émissivité approximée par

$$\epsilon_1(\theta, \phi) \approx \epsilon_{1,0}(\theta) + \epsilon_{1,1}(\theta) \cos(\phi) + \epsilon_{1,2}(\theta) \cos(2\phi), \quad (\text{II.72})$$

où $\{\epsilon_{1,n}(\theta)\}$ avec $n = \{0, 1, 2\}$ sont obtenues à partir des valeurs de $\epsilon_1(\theta, 0)$, $\epsilon_1(\theta, \pi/2)$, $\epsilon_1(\theta, \pi)$ calculées selon (II.62) comme

$$\begin{cases} \epsilon_{1,0}(\theta) = [\epsilon_1(\theta, 0) + \epsilon_1(\theta, \pi) + 2\epsilon_1(\theta, \pi/2)]/4 \\ \epsilon_{1,1}(\theta) = [\epsilon_1(\theta, 0) - \epsilon_1(\theta, \pi)]/2 \\ \epsilon_{1,2}(\theta) = [\epsilon_1(\theta, 0) + \epsilon_1(\theta, \pi) - 2\epsilon_1(\theta, \pi/2)]/4 \end{cases}. \quad (\text{II.73})$$

Physiquement, $\epsilon_{1,0}$ donne l'émissivité d'une surface isotrope, $\epsilon_{1,1}$ caractérise l'asymétrie des vagues entre les directions face et dos au vent, et $\epsilon_{1,2}$ quantifie l'asymétrie des vagues entre les directions face et transverse au vent.

Sur la figure II.34 une bonne adéquation est observée entre les résultats issus de (II.62) et de son développement en série de Fourier tronquée à l'ordre deux, (II.72). Dans le cas gaussien, puisque $\epsilon_1(\theta, 0) = \epsilon_1(\theta, \pi)$, $\epsilon_{1,1}(\theta) = 0$. Sur l'intervalle $\phi \in [0; 180]^\circ$, le minimum de l'émissivité est obtenu en $\phi = 90^\circ$ ($\sigma_{\gamma_X} = \sigma_{\gamma_Y}$ est minimum), alors que son maximum s'obtient pour $\phi = 0^\circ$ ($\sigma_{\gamma_X} = \sigma_{\gamma_X}$ est maximum). En revanche, pour une DDP non gaussienne, le maximum est défini dans la direction face (cas où $\theta = 75^\circ$ sur la figure II.34) ou dos (cas où $\theta = 85^\circ$ sur la figure II.34) au vent. D'après le tableau II.1, ceci dépend du signe de $\epsilon_{1,1}$. De plus, le minimum ne se

trouve plus exactement dans la direction transverse au vent. On montre alors que sa position est donnée par $\phi \approx \pi/2 + \epsilon_{0,1}(\theta)/[4\epsilon_{0,2}(\theta)]$ avec $\phi \in [0; \pi]$. Le tableau II.1 donne cet angle et les valeurs de $\{\epsilon_{1,n}(\theta)\}$ avec $n = \{0, 1, 2\}$ issues des simulations de la figure II.34.

u_{12} (m/s)	θ (degré)	$\epsilon_{1,0}(\theta)$	$\epsilon_{1,1}(\theta)$	$\epsilon_{1,2}(\theta)$	ϕ_{min} (degré)
5	75	0.80033	+0.00117	0.00289	95.8
5	85	0.62913	-0.00220	0.01335	87.6
10	75	0.81832	+0.00285	0.00739	95.5
10	85	0.69694	-0.00600	0.02121	85.9

TAB. II.1 – Coefficients de Fourier $\{\epsilon_{1,n}(\theta)\}$ avec $n = \{0, 1, 2\}$ de l'émissivité du premier ordre $\epsilon_1(\theta, \phi)$ approximée comme $\epsilon_1(\theta, \phi) = \epsilon_{1,0}(\theta) + \epsilon_{1,1}(\theta) \cos(\phi) + \epsilon_{1,2}(\theta) \cos(2\phi)$, et angle $\phi_{min} \approx \pi/2 + \epsilon_{1,1}(\theta)/(4\epsilon_{1,2}(\theta))$ en degrés donnant le minimum de $\epsilon_1(\theta, \phi)$ pour $\phi \in [0; \pi]$.

Le tableau II.1 montre que $|\epsilon_{1,1}|$ et $\epsilon_{1,2}$ sont des fonctions croissantes de la vitesse du vent et de l'angle d'émission.

II.3.2.2 Emissivité avec multiple réflexion

Nous avons montré que l'émissivité non polarisée avec $N > 1$ réflexions s'écrit (annexe D, section 2.)

$$\epsilon_N(\theta, \phi) = \left\langle \left[1 - |r(|\psi_{N-1}|)|^2 \right] \times |r(|\psi_{N-2}|)|^2 \times \dots \times |r(|\psi_0|)|^2 \times g_0 \times \bar{S}_N \right\rangle_{N-1}, \quad (\text{II.74})$$

où g_0 s'exprime par (II.60).

La fonction d'illumination statistique en configuration monostatique (figure II.35), $S_N(\theta, \theta_1, \dots, \theta_{N-1} | F, F_1, \dots, F_{N-1})$, donne la probabilité que le rayon émanant du point F_{N-1} et d'angle θ_{N-1} intercepte un point de la surface F_{N-2} , que le rayon émanant du point F_{N-2} et d'angle θ_{N-2} intercepte un point de la surface F_{N-3} , ..., que le rayon émanant du point F_1 et d'angle θ_1 intercepte un point de la surface $F_0 \equiv F$, et que ce point soit illuminé sous un angle θ . Elle est donnée par l'équation (II.52).

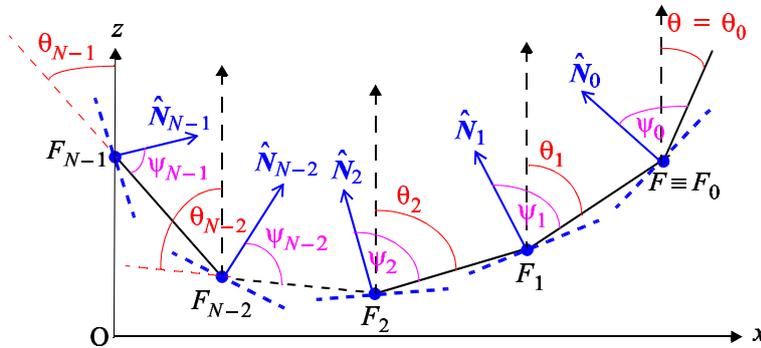


FIG. II.35 – Géométrie pour le calcul de l'émissivité avec multiple réflexion. Pour faciliter l'illustration, la surface est 1D.

Comme dans le cas de la simple réflexion, puisque l'émissivité est indépendante des hauteurs de la surface, S_N est moyennée sur les hauteurs de la surface, donnant

$\bar{S}_N(\theta, \theta_1, \dots, \theta_{N-1} | \gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_{N-1})$, avec $\gamma_n = [\gamma_{nx} \ \gamma_{ny}]$. Pour un processus décorrélé quelconque, elle est donnée par (II.56) pour $N = 1$ (double réflexion) et par (37) de l'annexe D pour $N = 2$ (triple réflexion). À noter que pour une surface 2D, afin d'exprimer \bar{S}_N selon (θ_n, ϕ_n) ($n = 0..N - 1$), les changements de variables (II.37) sont nécessaires; ceci revient à transformer les pentes $(\gamma_{nx}, \gamma_{ny})$ en $(\gamma_{nX}, \gamma_{nY})$.

Dans (II.74), l'opérateur espérance mathématique $\langle \dots \rangle_{N-1}$ est défini par

$$\langle \dots \rangle_{N-1} = \begin{cases} \prod_{n=0}^{n=N-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\dots) p_{2\gamma}(\gamma_{nx}, \gamma_{ny}) d\gamma_{nx} d\gamma_{ny} & \text{sans ombre} \\ \prod_{n=0}^{n=N-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\dots) \Upsilon(\gamma_{nX} - s_n \mu_n) p_{2\gamma}(\gamma_{nX}, \gamma_{nY}) d\gamma_{nX} d\gamma_{nY} & \text{avec ombre} \end{cases}, \quad (\text{II.75})$$

avec $\mu_n = |\cot \theta_n|$ et $s_n = \text{sign}(\theta_n)$.

De plus, les composantes du vecteur unitaire $\hat{\mathbf{K}}_n = \overrightarrow{F_n F_{n-1}} / \left\| \overrightarrow{F_n F_{n-1}} \right\| = (\hat{k}_{nx}, \hat{k}_{ny}, \hat{k}_{nz})$ (où $\cos \theta_n = \hat{k}_{nz}$ et $\tan \phi_n = \hat{k}_{ny} / \hat{k}_{nx}$) sont données par la relation de récurrence ($n \in \mathbb{N}$) suivante

$$\hat{\mathbf{K}}_n = (\hat{k}_{(n-1)x} + G_{n-1} \gamma_{(n-1)x}, \hat{k}_{(n-1)y} + G_{n-1} \gamma_{(n-1)y}, \hat{k}_{(n-1)z} - G_{n-1}), \quad (\text{II.76})$$

où

$$G_n = \frac{2 [\cos \theta_n - (\gamma_{nx} \cos \phi_n + \gamma_{ny} \sin \phi_n) \sin \theta_n]}{1 + \gamma_{nx}^2 + \gamma_{ny}^2}, \quad (\text{II.77})$$

avec $\theta_0 = \theta$ et $\phi_0 = \phi$.

De plus, ψ_n est l'angle local de la facette entre la normale à la facette, $\hat{\mathbf{N}}_n$, au point F_n et le rayon $\overrightarrow{F_n F_{n-1}}$

$$\cos[\psi_n(\theta_n, \phi_n; \gamma_{nx}, \gamma_{ny})] = \hat{\mathbf{N}}_n \cdot \hat{\mathbf{K}}_n = \cos \theta \frac{1 - \frac{s_n}{\mu_n} (\gamma_{nx} \cos \phi_n + \gamma_{ny} \sin \phi_n)}{\sqrt{1 + \gamma_{nx}^2 + \gamma_{ny}^2}}. \quad (\text{II.78})$$

D'après l'équation (II.75), le calcul de l'émissivité non polarisée avec N réflexions requiert $2N$ intégrations numériques sur les pentes pour une surface 2D, et N intégrations numériques pour une surface 1D. Le but de cette section est de quantifier la contribution des réflexions multiples, peu sensible à l'anisotropie de la surface. Par conséquent, afin de réduire le nombre d'intégrations numériques, la surface est supposée 1D. Ceci permet de simplifier les équations avec les changements suivants : $\phi_n = 0$, la pente au point F_n devient $\gamma_{nx} = \gamma_{nX} = \gamma_n$ et $\gamma_{ny} = \gamma_{nY} = 0$. Les expressions mathématiques des émissivités avec simple, double et triple réflexions sont reportées dans la section 4.A. de l'annexe D.

Les figures (II.36) et (II.37) présentent l'émissivité du premier ordre d'une surface de mer 1D en fonction de l'angle d'émission θ . La vitesse du vent vaut respectivement $u_{12} = \{5, 15\}$ m/s. La longueur d'onde $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$ et la DDP des pentes est gaussienne. Dans la légende, "MC" signifie que ϵ_1 est obtenue avec une méthode de Monte Carlo ($L_c = 100$ unités, nombre d'échantillons de la surface $200L_c = 20\,000$ et nombre de réalisations égal à 100), alors que "AN" correspond à la solution analytique.

Un bon accord est observé entre la solution de référence et analytique, montrant ainsi que l'ombrage est bien pris en compte. Ceci est consistant avec les résultats numériques présentés sur la figure II.6.

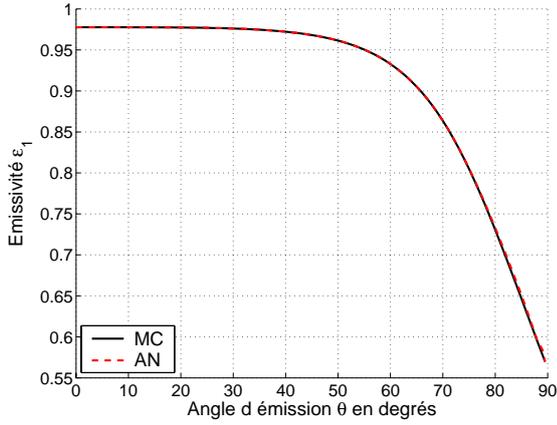


FIG. II.36 – Emissivité du premier ordre d’une surface de mer 1D en fonction de l’angle d’émission θ . La vitesse du vent $u_{12} = 5$ m/s. La longueur d’onde $\lambda_0 = 4$ μm .

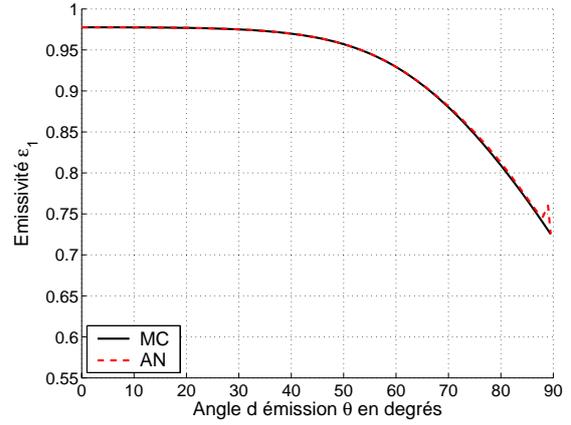


FIG. II.37 – Emissivité du premier ordre d’une surface de mer 1D en fonction de l’angle d’émission θ . La vitesse du vent $u_{12} = 15$ m/s. La longueur d’onde $\lambda_0 = 4$ μm .

Les figures (II.38) et (II.39) comparent les émissivités du deuxième et troisième ordres d’une surface de mer 1D en fonction de l’angle d’émission θ . La vitesse du vent vaut respectivement $u_{12} = \{5, 15\}$ m/s. La longueur d’onde $\lambda_0 = 4$ μm . Dans la légende :

- “ $\epsilon_{2,MC}$ ” désigne l’émissivité du second ordre calculée avec une méthode de Monte Carlo.
- “ $\epsilon_{2,AN}$ ” désigne l’émissivité du second ordre calculée analytiquement.
- “ $\epsilon_{3,AN}$ ” désigne l’émissivité du troisième ordre calculée analytiquement.
- “Henderson” désigne l’émissivité jusqu’au dixième ordre privé du premier ordre ($\sum_{n=2}^{10} \epsilon_{n,MC}$) d’une surface 2D calculée avec une méthode de Monte Carlo. Ces résultats m’ont été fournis par Henderson et sont publiés dans [94].

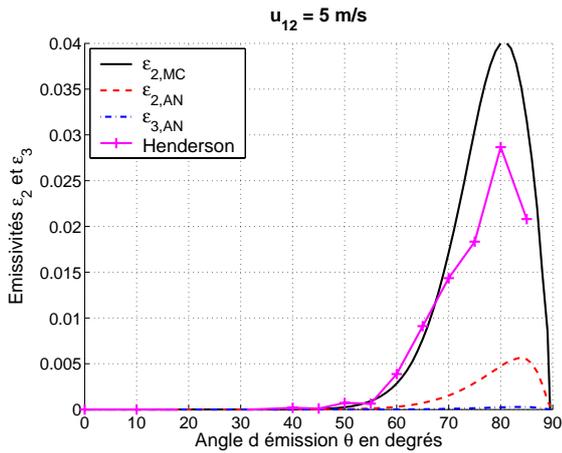


FIG. II.38 – Emissivités du second et du troisième ordres d’une surface de mer 1D en fonction de l’angle d’émission θ . La vitesse du vent $u_{12} = 5$ m/s. La longueur d’onde $\lambda_0 = 4$ μm .

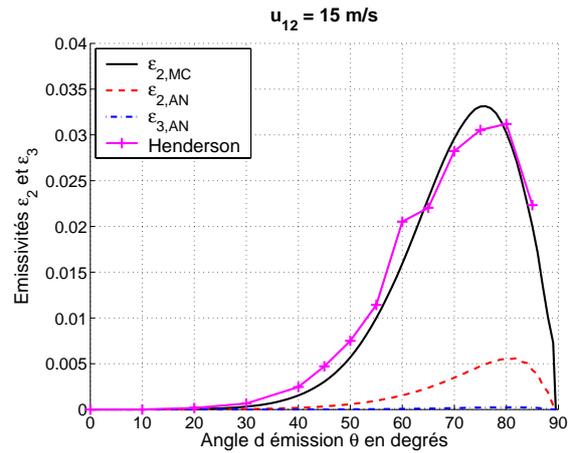


FIG. II.39 – Emissivités du second et du troisième ordres d’une surface de mer 1D en fonction de l’angle d’émission θ . La vitesse du vent $u_{12} = 15$ m/s. La longueur d’onde $\lambda_0 = 4$ μm .

Pour le second ordre, on observe un désaccord entre les solutions analytique et de référence,

qui vient du fait que la fonction d'illumination \bar{S}_2 sous-estime fortement le pourcentage de la surface illuminée (voir figures II.25 et II.26). Ceci a été expliqué en détail dans le paragraphe II.2.5.3. Par conséquent, la précision de ϵ_2 dépend fortement de la précision de la fonction d'illumination. Les figures II.38 et II.39 révèlent également que la contribution de ϵ_3 est en moyenne vingt fois inférieure à celle de ϵ_2 (ceci est vrai si on suppose que l'erreur commise sur \bar{S}_2 est la même que celle sur \bar{S}_3). Ceci est confirmé en comparant $\epsilon_{2,MC}$ d'une surface 1D, avec $\sum_{n=2}^{n=10} \epsilon_{n,MC}$ issue de Henderson, valide pour une surface 2D. En effet, des valeurs comparables sont observées, montrant d'une part que les contributions des ordres supérieurs à 2 peuvent être négligées, et d'autre part que ϵ_2 d'une surface 1D et 2D sont similaires.

La réflexion double contribue pour des angles d'émission supérieurs à 50 degrés (cette valeur est une fonction décroissante de la vitesse du vent), et elle est maximale au voisinage de $\theta \in [70; 80]^\circ$, puis tend vers zéro pour $\theta = 90^\circ$. En fait, il s'exerce une compétition entre la réflexion double et le phénomène d'ombrage. Lorsque ϵ_2 augmente, la probabilité que la réflexion double se produise est supérieure à celle que la surface soit ombragée, et la décroissance de ϵ_2 correspond à l'événement contraire. On observe également que la largeur du lobe de ϵ_2 augmente avec la vitesse du vent car la surface diffuse davantage de puissance dans toutes les directions. A noter que le maximum de ϵ_2 est peu sensible à la vitesse du vent.

Pour un θ donné, les calculs de $\epsilon_{1,2,3}$ demandent respectivement $\{0.7 \mu\text{s}, 44 \mu\text{s}, 3.3 \text{ s}\}$ (logiciel Matlab sur Pentium 4, CPU 3 GHz, 1 Gbytes de RAM). Pour chaque intégration numérique, le nombre d'échantillons est de 80. Pour une surface 2D et (θ, ϕ) donnés, les temps de calcul de $\epsilon_{1,2}$ devraient être de l'ordre de $\{0.7 \times 80 = 56 \mu\text{s}, 44 \times 80^2 = 0.3 \text{ s}\}$.

II.3.3 Réflectivité non polarisée

Dans ce paragraphe, la réflectivité non polarisée du premier ordre (simple réflexion) d'une surface 2D rugueuse est calculée, et le modèle est appliqué à une surface de mer.

II.3.3.1 Réflectivité du premier ordre

Soit θ_i l'angle d'incidence de l'émetteur et ϕ_i sa direction en azimut par rapport à la direction du vent (Ox). On définit de la même manière θ_s et ϕ_s pour le récepteur. $\theta_i \in [-\pi/2; 0]$, $\theta_s \in [-\pi/2; \pi/2]$, et $\phi_{i,s} \in [-\pi/2; \pi/2]$. Ainsi, le récepteur peut couvrir tout le demi-espace au-dessus de la surface.

La réflectivité non polarisée du premier ordre, $w_1(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)$, d'une surface rugueuse 2D anisotrope est donnée par

$$w_1(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s) = p_{2\gamma}(\gamma_x^0, \gamma_y^0) \times \mathcal{R}(|\psi'|) \times g \times \left| \frac{J}{\sin \theta_1} \right| \times \bar{S}_b, \quad (\text{II.79})$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} p = 1 + \cos \theta_i \cos \theta_s + \sin \theta_i \sin \theta_s \cos(\phi_s - \phi_i) \\ \cos \psi' = \sqrt{\frac{p}{2}} \\ \frac{J}{\sin \theta_1} = \left| \frac{\partial \gamma_x^0}{\partial \theta_i} \frac{\partial \gamma_y^0}{\partial \phi_i} - \frac{\partial \gamma_x^0}{\partial \phi_i} \frac{\partial \gamma_y^0}{\partial \theta_i} \right| = \frac{p}{(\cos \theta_i + \cos \theta_s)^3} \\ g = \frac{p}{\cos \theta_i (\cos \theta_i + \cos \theta_s)} \end{array} \right. , \quad (\text{II.80})$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_x^0 = -\frac{\sin \theta_s \cos \phi_s + \sin \theta_i \cos \phi_i}{\cos \theta_i + \cos \theta_s} \\ \gamma_y^0 = -\frac{\sin \theta_s \sin \phi_s + \sin \theta_i \sin \phi_i}{\cos \theta_i + \cos \theta_s} \end{array} \right. . \quad (\text{II.81})$$

- $p_{2\gamma}$ est la DPP conjointe des pentes dans les directions (Ox) et (Oy) .
- Les pentes (γ_x^0, γ_y^0) correspondent aux pentes de la surface qui réfléchissent spéculairement le faisceau incident.
- $\mathcal{R} = (|r_V^2| + |r_H^2|)/2$ est le coefficient de Fresnel en puissance non polarisé, fonction des coefficients de Fresnel en polarisations verticale (V) et horizontale (H) en réflexion.
- ψ' est l'angle local entre la normale à la facette et le rayon incident.
- g est un terme de projection.
- J est le jacobien du changement de variables pour passer des angles (θ_i, ϕ_i) aux pentes locales (γ_x^0, γ_y^0) .
- \bar{S}_b est la fonction d'illumination bistatique *moyennée sur les hauteurs*.

D'après le paragraphe II.2.4, elle s'écrit pour un processus *décorrélé quelconque* ($\theta_i \in [-\pi/2; 0]$, $\theta_s \in [-\pi/2; \pi/2]$, et $\phi_{i,s} \in [-\pi/2; \pi/2]$)

$$\bar{S}_b(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s) = \left\{ \begin{array}{ll} (1 + \Lambda_{i-} + \Lambda_{s\pm})^{-1} & \phi_i \neq \phi_s \\ (1 + \Lambda_{i-} + \Lambda_{s+})^{-1} & \theta_s \geq 0 \\ (1 + \Lambda_{s-})^{-1} & (\theta_s < 0, |\theta_i| \leq |\theta_s|) \\ (1 + \Lambda_{i-})^{-1} & (\theta_s < 0, |\theta_i| > |\theta_s|) \end{array} \right\} \phi_i = \phi_s , \quad (\text{II.82})$$

où $\Lambda_{s\pm} = \Lambda_{\pm}(\theta_s, \phi_s)$ et $\Lambda_{i-} = \Lambda_{-}(\theta_i, \phi_i)$. Λ_{\pm} est donné par (II.24), dans laquelle la DPP des pentes p_{γ} est substituée par (II.38).

Nous avons vu que l'ombrage apportait également une restriction sur les pentes de la surface via la fonction de Heaviside Υ . Cette restriction est identique à la condition $|\psi'| < \pi/2$. Or il est aisé de montrer d'après (II.80) que cette condition est toujours respectée. Par conséquent, il n'y a pas de restriction sur les pentes.

II.3.3.2 Simulations pour une DDP des pentes gaussienne

La figure II.40 représente la réflectivité non polarisée du premier ordre $w_1(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)$ en fonction de l'angle d'observation θ_s en degrés, pour $\theta_i = \{0, -10, -45, -85\}^\circ$, $\{u_{12} = 5 \text{ m/s}, \phi_i =$

0} $\{u_{12} = 12 \text{ m/s}, \phi_i = 0\}$, $\{u_{12} = 5 \text{ m/s}, \phi_i = 90^\circ\}$, $\{u_{12} = 15 \text{ m/s}, \phi_i = 90^\circ\}$ et $\phi_s = \phi_i$. Les lignes verticales indiquent la direction spéculaire définie par $\theta_s = -\theta_i$ et $\phi_s = \phi_i$. La figure II.41 représente la réflectivité normalisée $10 \log_{10}[w_1/\max(w_1)]$ (dB) en fonction des angles θ_s et ϕ_s en degrés, pour $\theta_i = \{0, -10, -45, -85\}^\circ$, $u_{12} = 5 \text{ m/s}$ et $\phi_i = 0$. La croix blanche indique l'emplacement de la direction spéculaire.

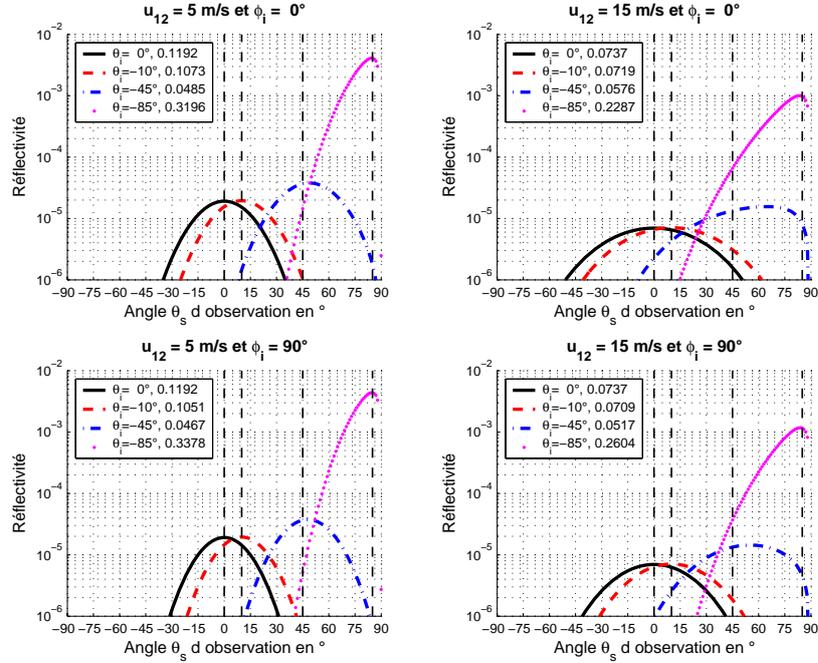


FIG. II.40 – Réflectivité non polarisée du premier ordre $w_1(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)$ d'une surface 2D en fonction de l'angle d'observation θ_s en degré. $\phi_s = \phi_i$. Les lignes verticales indiquent la direction spéculaire définie par $\theta_s = -\theta_i$ et $\phi_s = \phi_i$.

On observe que la réflectivité est maximale au voisinage de la direction spéculaire. Sa répartition angulaire augmente avec la vitesse du vent car la surface diffuse davantage de puissance dans toutes les directions. En revanche, le maximum diminue. De plus, lorsque θ_i augmente, la puissance diffusée se concentre au voisinage de la direction spéculaire et son maximum croît. En fait, sous incidence rasante, la probabilité d'avoir des pentes qui réfléchissent dans la direction spéculaire est plus faible, produisant alors une décroissance de la dispersion angulaire de la puissance (largeur du lobe plus faible). En revanche, le module du coefficient de réflexion augmente, produisant alors une augmentation de la réflectivité. Lorsque l'azimut ϕ_i augmente (l'émetteur n'est plus dans la direction du vent), l'écart type des pentes diminue, et par conséquent la surface diffuse moins dans toutes les directions. Par contre, le maximum de la réflectivité augmente.

II.3.3.3 Discussion

Dans la légende de chaque sous figure de II.40, la valeur de la réflectivité hémisphérique du premier ordre, $w_{1,hem}(\theta_i, \phi_i)$, est donnée. Elle est définie par

$$w_{1,hem}(\theta_i, \phi_i) = \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} w_1(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s) d\phi_s d\theta_s. \quad (\text{II.83})$$

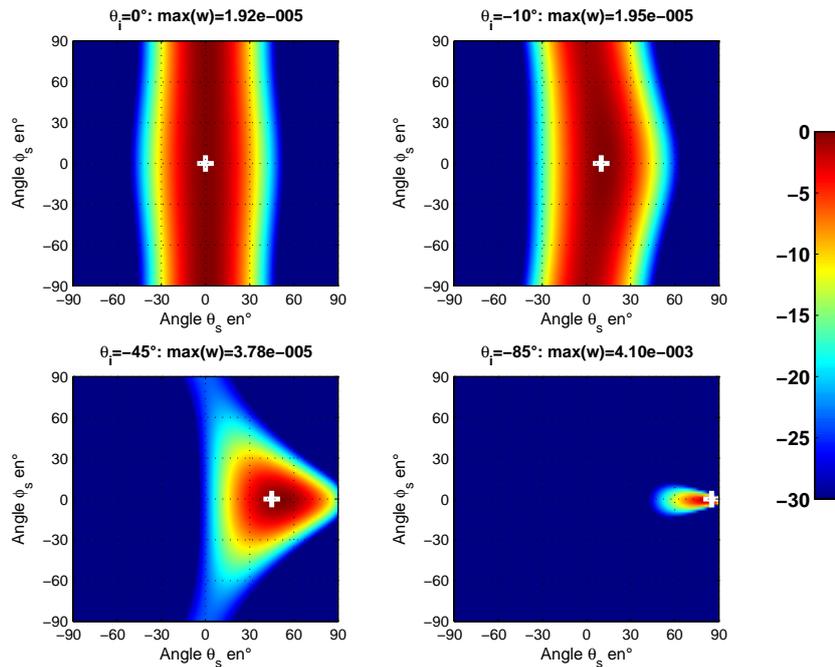


FIG. II.41 – Réflectivité normalisée $10 \log_{10}[w_1/\max(w_1)]$ en fonction des angles θ_s et ϕ_s en degrés, pour $\theta_i = \{0, -10, -45, -85\}^\circ$, $u_{12} = 5$ m/s et $\phi_i = 0$.

On peut noter que $w_{1,hem}$ est une fonction croissante de θ_i et décroissante de u_{12} . À noter que le pas d'intégration angulaire sur θ_s est de 1 degré et celui sur ϕ_s est de 2 degrés.

Pour une surface 1D, l'émissivité et la réflectivité s'écrivent

$$\begin{cases} \epsilon_1(\theta) = \frac{1}{1 + \Lambda_{s\theta}} \int_{-\infty}^{+\mu} \left(1 - \frac{\gamma}{\mu}\right) [1 - \mathcal{R}(\psi_0)] p_\gamma(s\theta\gamma) d\gamma \\ w_1(\theta_1, \theta_2) = p_\gamma(\gamma_0) \mathcal{R}\left(\frac{|\theta_2 - \theta_1|}{2}\right) \frac{1 - \gamma_0 \tan \theta_1}{2 \cos^2 \theta_m} \bar{S}_b(\theta_1, \theta_2) \end{cases}, \quad (\text{II.84})$$

avec

$$\theta_m = -\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad \gamma_0 = \tan \theta_m \quad \cos[\psi_0(\theta; \gamma)] = \cos \theta \frac{1 - \frac{\gamma}{\mu}}{\sqrt{1 + \gamma^2}}. \quad (\text{II.85})$$

La figure II.42 présente le critère de la conservation de l'énergie, $\eta_1(\theta) = \epsilon_1(\theta) + w_{1,hem}(\theta)$, d'une surface 1D, en fonction de θ . Théoriquement il vaut 1. $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$ et $\sigma_\gamma = \sigma_{\gamma_x}$.

Pour des angles d'émission proches du nadir, $\eta_1(\theta) = 1$. Il décroît ensuite pour atteindre son minimum au voisinage de $\theta \in [75; 85]^\circ$, puis converge vers 1 en $\theta = 90^\circ$. L'angle donnant le minimum de η_1 et le niveau associé sont des fonctions décroissantes de la vitesse du vent. En revanche, la plage sur θ pour laquelle $\eta_1 \neq 1$, est une fonction croissante de la vitesse du vent. Ces caractéristiques sont analogues à celles observées sur l'émissivité du premier ordre (figures II.36 et II.37).

$\eta_1 \neq 1$ car les réflexions multiples ne sont pas pris en compte. En effet, comme dans le cas de l'émissivité du premier ordre, pour des angles d'émission supérieurs à 40 degrés (cette valeur est

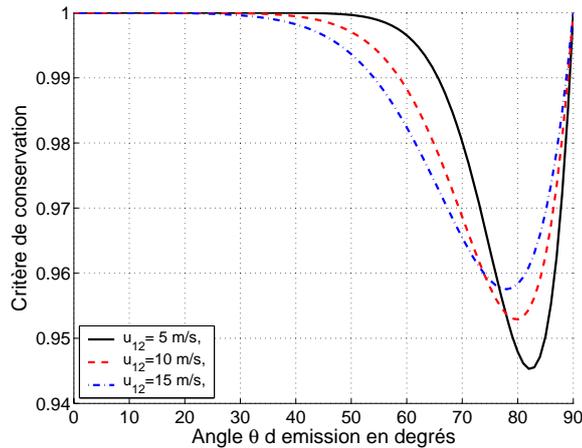


FIG. II.42 – Critère de la conservation de l'énergie, $\eta_1(\theta) = \epsilon_1(\theta) + w_{1,hem}(\theta)$, d'une surface 1D, en fonction de l'angle θ . $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$ et $\sigma_\gamma = \sigma_{\gamma_x} = \{0.126, 0.178, 0.218\}$ pour $u_{12} = \{5, 10, 15\}$ m/s.

une fonction décroissante de la vitesse du vent), il s'exerce une compétition entre les réflexions multiples et le phénomène d'ombrage. Lorsque η_1 décroît, la contribution des réflexions multiples l'emporte sur le phénomène d'ombrage (le modèle est moins bon car les réflexions multiples ne sont pas incluses), puis au voisinage de l'horizon, η_1 augmente pour converger vers 1, car le phénomène inverse se produit.

Lynch et al. [154] ont étudié la contribution de la double réflexion sur une surface 1D *parfaitement conductrice* ($\mathcal{R} = 1$), via la réflectivité, en considérant un processus gaussien centré. Pour ce cas, $\mathcal{R} = 1 \Rightarrow \epsilon_1 = 0 \Rightarrow \eta_1 = w_1$ et d'après (II.84), on montre que pour $\theta = 0$, $\eta_1(0) = \text{erf}(1/(\sqrt{2}\sigma_\gamma))$. Par exemple si $\eta_1 > 0.99$, alors $\sigma_\gamma < 0.388$. Lynch et al. [154] ont ainsi montré que la prise en compte de la réflexion double permet d'améliorer le critère de la conservation d'énergie. Par exemple pour $\sigma_\gamma = \{0.087, 0.268, 0.466\}$, $(\eta_1 + \eta_2) < 0.98 \Rightarrow \theta \in \{[0; 80], [0; 52], [0; 5]\}^\circ$, alors que $\eta_1 < 0.98 \Rightarrow \theta \in \{[0; 71], [0; 30], [-; -]\}^\circ$. La plage angulaire est alors réduite.

J'ai généralisé l'approche de Lynch à $N > 2$ réflexions. En comparant alors avec une approche de Monte Carlo, développée par un collègue, les résultats issus de l'approche analytique étaient sous-estimés. Très récemment, comme dans le cas de l'émissivité à N réflexions, j'ai montré que ce désaccord venait du calcul de la fonction d'illumination bistatique avec multiple réflexion, qui est incorrect. Là encore, c'est l'élément clef de la modélisation. A noter que dans l'article de Lynch et al., une approche semi empirique est proposée pour la calculer dans le cas où $N = 2$ (double réflexion). Elle est difficile à comprendre. Néanmoins, elle donne des résultats satisfaisants car elle permet d'améliorer la conservation de l'énergie. En revanche, la réflectivité du deuxième ordre diverge pour des angles proches de l'horizon.

II.3.4 Prise en compte de la résolution du capteur

II.3.4.1 Position du problème

Dans le cadre du projet MATISSE, l'ONERA nous a demandé en 2005 de développer un modèle permettant de calculer le rayonnement infrarouge (radiance) de la surface de mer pour

une empreinte au sol au minimum de un mètre sur un mètre. En effet selon la position spatiale du récepteur, l'aire de la surface éclairée varie.

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que l'émissivité et la réflectivité dépendent statistiquement de la densité de probabilité des pentes. Ceci implique que la zone observée sur la surface doit être suffisamment grande pour que statistiquement l'histogramme des pentes de la surface soit retrouvé. C'est le modèle dit *basse résolution*. Statistiquement, ceci signifie que la longueur de la surface observée doit être supérieure à quelques longueurs de corrélation des pentes⁵ de la surface. Celle-ci doit être supérieure au mètre quelque soit la vitesse du vent car la résolution maximale souhaitée est de un mètre. Pour une surface 1D, nous avons montré [99] que cette longueur était comprise entre 1 et 4 mètres pour des vitesses de vent $u_{10} \in [5; 20]$ m/s. Par conséquent, le modèle basse résolution ne peut pas s'appliquer lorsque la résolution est de l'ordre du mètre.

II.3.4.2 Solution envisagée

Une solution simple consisterait à générer une réalisation statistique d'une surface de mer et de calculer l'émissivité et la réflectivité par un processus de Monte-Carlo. Supposons que le modèle basse résolution peut s'appliquer lorsque la longueur de la surface observée devient supérieure à 100 mètres. Afin d'inclure finement la capillarité, le pas d'échantillonnage de la surface doit être de l'ordre du millimètre. Par conséquent, le nombre d'échantillons composant la surface est de l'ordre de $100/0.01 = 10000$. Pour une surface 2D, la surface devient une matrice de dimension 10000×10000 qui demande un temps de calcul conséquent pour générer cette surface. Cette solution n'est donc pas envisageable.

La méthode proposée dans cette étude est basée sur un modèle à deux échelles qui se décline comme suit :

1. La surface est décomposée en deux échelles de rugosité, $\hat{W}(\mathbf{k}) = \hat{W}_C(\mathbf{k}) + \hat{W}_G(\mathbf{k})$. La petite échelle correspond au régime dit de *capillarité* dont le spectre des hauteurs est défini par :

$$\hat{W}_C(\mathbf{k}) = \begin{cases} \hat{W}(\mathbf{k}) & \text{si } \|\mathbf{k}\| \geq k_c \\ 0 & \text{si } \|\mathbf{k}\| < k_c \end{cases}, \quad (\text{II.86})$$

tandis que la grande échelle correspond au régime dit de *gravité* dont le spectre des hauteurs est défini par :

$$\hat{W}_G(\mathbf{k}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \|\mathbf{k}\| \geq k_c \\ \hat{W}(\mathbf{k}) & \text{si } \|\mathbf{k}\| < k_c \end{cases}. \quad (\text{II.87})$$

Le nombre d'onde de coupure k_c est choisi de telle manière que les pas d'échantillonnage selon x et y , $\{\Delta_{x_G, y_G}\}$, des vagues de gravité soient égaux à la résolution maximale souhaitée qui est de 1 mètre. Puisque $\Delta_{x_G, y_G} = \pi/k_{xc, yc} \Rightarrow k_{xc, yc} = \pi/\Delta_{x_G, y_G} = \pi \text{ rad/m}$ avec $\Delta_{x_G, y_G} = 1 \text{ mètre}$.

2. Les variances des pentes des vagues de *capillarité*, $\{\sigma_{\gamma_{xC}, \gamma_{yC}}^2\}$, sont calculées analytiquement à partir du spectre (II.86).
3. Pour une surface observée d'aire $L_x \times L_y \text{ m}^2$ (les longueurs L_x et L_y sont des multiples de 1 mètre correspondant au pas d'échantillonnage), une réalisation statistique des pentes des vagues de *gravité* γ_G est générée à partir du spectre (II.87).

⁵A noter que la longueur de corrélation de la surface à considérer est celle des pentes et non celle des hauteurs puisque l'émissivité et la réflectivité sont sensibles aux pentes de la surface.

4. Les modèles “basse résolution” de l’émissivité (équation II.62) et de la réflectivité (équation II.79) sont appliqués dans lesquels, les valeurs moyennes des pentes sont données par celles du régime de *gravité* et les variances des pentes sont égales à la somme de celles des régimes de capillarité et de gravité.

Pour établir ce modèle, nous nous sommes inspirés du modèle à deux échelles initialement développé pour le calcul de la rétrodiffusion par une surface de mer dans le domaine microondes. Son principal désavantage est l’introduction d’un nombre d’onde de coupure séparant la grande et la petite échelle. Dans notre cas, cette grandeur n’intervient pas car le rayonnement infrarouge est indépendant de la fonction d’autocorrélation des hauteurs. La seule contrainte est de vérifier si la DPP des pentes de la petite échelle est retrouvée sur une longueur de 1 mètre (surface 1D). Nous avons ainsi montré que pour une longueur de 1 mètre au minimum, l’histogramme des pentes des vagues de capillarité était retrouvé, validant ainsi l’approche proposée. De plus, nous avons vérifié que le modèle haute résolution convergeait vers le modèle basse résolution pour des empreintes au sol supérieures à 256 mètres (cette longueur augmente avec la vitesse du vent).

II.3.5 Simulation

En supposant une atmosphère isotrope et non absorbante, la luminance reçue par un capteur (θ_s, ϕ_s) est donnée par

$$L_r(\theta_s, \phi_s) = w(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)L_{sol}(\theta_i, \phi_i) + [1 - \epsilon(\theta_s, \phi_s)]L_{atm} + \epsilon(\theta_s, \phi_s)L_{cn}(T_{mer}). \quad (\text{II.88})$$

L_{sol} est la luminance du soleil supposée collimatée repéré par angles (θ_i, ϕ_i) , L_{atm} celle de l’atmosphère, et L_{cn} celle du corps noir évaluée à la température de la mer T_{mer} .

Sur les figures II.43 et II.44 deux images de la luminance de la surface de mer sont représentées. Les conditions d’observation sont $\{\theta_s = 36^\circ, \phi_s = 0^\circ\}$. De plus, pour le soleil $\{\theta_i = -40^\circ, \phi_i = 0^\circ\}$ et $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$, $u_{10} = 15 \text{ m/s}$. Sur la figure II.43 la hauteur du capteur vaut 0.5 km, tandis que sur la figure II.44 vaut 1.5 km.

Sur les images, plusieurs résolutions sont observées. Sur les parties inférieure, centrale et supérieure de la figure II.43, les résolutions sont respectivement de 2, 4 et 8 mètres. Pour cette dernière les détails de la surface sont moins visibles. Comparativement à la figure II.44, la résolution passe de $\{2, 4, 8\}$ mètres à $\{8, 16, 32\}$ mètres car la hauteur du capteur est plus haute. Les détails sont alors moins visibles et la vue est plus grossière.

II.3.6 Conclusion

Dans cette partie, l’émissivité non polarisée d’une surface 2D rugueuse anisotrope de DDP des pentes quelconque a été calculée. En négligeant les réflexions multiples, des résultats numériques ont été présentés sur une surface de mer 2D anisotrope en fonction de l’angle d’émission θ et de la direction du vent ϕ et pour deux états de mer $u_{12} = \{5, 15\} \text{ m/s}$ (échelles de Beaufort 3 et 7). La longueur d’onde $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$. Les résultats ont montré que l’émissivité est une fonction croissante de la vitesse du vent et de la longueur d’onde (figure II.31, où $\lambda_0 \in [8.2; 9.2] \mu\text{m}$, $\lambda_0 \in [11.5; 12.5] \mu\text{m}$ et $\lambda_0 \in [11.5; 12.5] \mu\text{m}$), une fonction décroissante de l’angle d’émission θ et de la direction du vent ϕ .

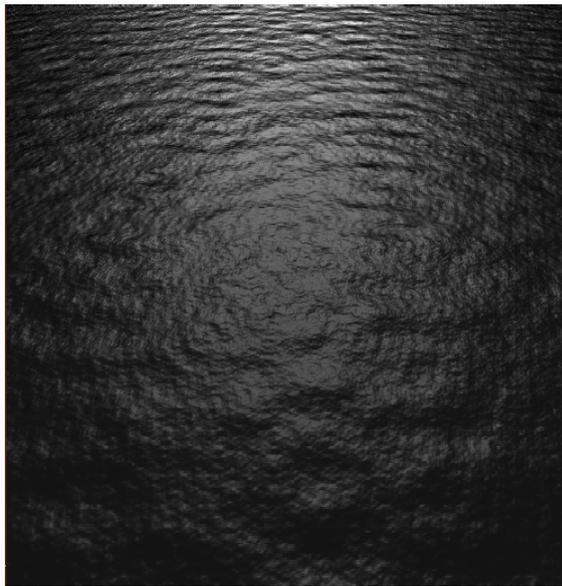


FIG. II.43 – Image (500×500 pixels) de la luminance de la surface de mer. $\theta_s = 36^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$, $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$, $u_{10} = 15 \text{ m/s}$, $\theta_i = -40^\circ$ et $\phi_i = 0^\circ$. Le capteur est placé à une hauteur de **0.5 km**.



FIG. II.44 – Image (500×500 pixels) de la luminance de la surface de mer. $\theta_s = 36^\circ$, $\phi_s = 0^\circ$, $\lambda_0 = 4 \mu\text{m}$, $u_{10} = 15 \text{ m/s}$, $\theta_i = -40^\circ$ et $\phi_i = 0^\circ$. Le capteur est placé à une hauteur de **1.5 km**.

Selon ϕ , nous avons montré que l'émissivité pouvait se décomposer en une série de Fourier paire tronquée à l'ordre 2, $\epsilon_1(\theta, \phi) \approx \epsilon_{1,0}(\theta) + \epsilon_{1,1}(\theta) \cos(\phi) + \epsilon_{1,2}(\theta) \cos(2\phi)$, où $\epsilon_{1,n}$ ($n = \{1, 2, 3\}$) sont calculées à l'aide des émissivités définies selon les directions face ($\phi = 0$), transverse ($\phi = 90^\circ$) et dos au vent ($\phi = 180^\circ$). Elles sont déterminées à l'aide des équations (II.62) ou (II.64), qui nécessitent respectivement une et deux intégrations numériques. Nous avons montré que la dernière équation permet de diminuer significativement le temps de calcul sans perdre en précision (typiquement valide pour des écarts type des pentes inférieurs à 0.2). L'avantage de la décomposition en série de Fourier est de connaître à partir de trois mesures différentes selon ϕ , la valeur de l'émissivité pour tout ϕ .

Pour une DDP gaussienne, $\epsilon_{1,1} = 0$, ce qui implique que l'émissivité est identique dans les directions face et transverse au vent; une étude sur $\phi \in [0; \pi/2]$ est alors suffisante. Pour une DDP non gaussienne (distribution de Cox et Munk [95]), $\epsilon_{1,1} \neq 0$, provoquant alors une légère asymétrie entre les directions face et dos au vent. L'effet de cette asymétrie sur ϵ_1 augmente avec l'angle d'émission et la vitesse du vent. Une étude sur $\phi \in [0; \pi]$ est alors nécessaire.

Des comparaisons avec des mesures [97] et [98] ont montré un bon accord tant que la contribution de la réflexion double est négligeable. En effet, d'après les résultats de Henderson et al. [94], issus d'une méthode de Monte Carlo et valides pour une surface 2D, les réflexions multiples doivent être prises en compte pour des angles d'émission supérieurs à environ cinquante degrés (cette limite est une fonction décroissante de la vitesse du vent). La valeur maximale est de l'ordre de 0.035.

Notre formulation analytique a été étendue au cas de N réflexions. Pour une surface de mer 1D de DDP des pentes gaussienne centrée, des comparaisons avec une méthode de Monte Carlo ont montré un très bon accord pour le premier ordre (simple réflexion). En revanche, pour l'ordre 2, un fort désaccord est observé. Ceci vient du fait que la fonction d'illumination

proposée est incorrecte. Par conséquent, le calcul de cette grandeur est encore d'actualité et reste une perspective. De plus, en comparant nos résultats avec ceux de Henderson et al. [94], nous avons montré d'une part que les contributions des ordres supérieurs à 2 peuvent être négligées, et d'autre part que ϵ_2 d'une surface 1D et 2D sont similaires.

III Diffusion électromagnétique par une simple interface rugueuse : méthodes asymptotiques

Sommaire

III.1 Introduction	69
III.2 Approximation de Kirchhoff	70
III.2.1 Introduction	70
III.2.2 Approximation de Kirchhoff du premier ordre	72
III.2.3 Approximation de Kirchhoff du second ordre	81
III.3 Modèles unifiés pour la rétrodiffusion par une surface de mer	99
III.3.1 Modèles SSA, WCA et LCA	100
III.3.2 Coefficients de diffusion incohérents d'une surface 2D de statistique gaussienne	103
III.3.3 Coefficient de diffusion incohérent du SSA du <i>premier ordre</i> d'une surface de mer anisotrope de statistique non gaussienne	112
III.3.4 Conclusion	122
III.4 Diffusion sous incidences rasantes	125
III.4.1 DDP des hauteurs des points illuminés	126
III.4.2 Coefficient de réflexion de Ament avec ombre	129
III.4.3 Simulation	130
III.4.4 Facteur de propagation avec conduit d'évaporation	133
III.4.5 Conclusion	133

III.1 Introduction

Dans ce chapitre, mes travaux de recherche sur la diffusion des ondes électromagnétiques par une *seule* interface rugueuse sont exposés. Les modèles utilisés pour calculer le champ diffusé par une telle structure sont essentiellement *asymptotiques* et plus particulièrement, je me suis intéressé aux approximations suivantes :

- L'AK (Approximation de Kirchhoff), dans laquelle le phénomène d'ombrage est pris en compte.
- L'AOG (Approximation de l'Optique Géométrique) dans laquelle le phénomène d'ombrage est pris en compte.
- Modèles unifiés : SSA (Small Slope Approximation), WCA (Weighted Curvature Approximation) et LCA (Local Curvature Approximation).

L’AK [5] (chapitre 12), [1] (chapitre 9 pour une surface 1D), [2] (chapitre 2), [3] (chapitre 5), et [6] (acoustique) spécifie que le champ diffracté sur une portion quelconque de la surface, est le même que celui qui existerait sur une surface plane tangente infinie. Elle suppose que le rayon de courbure R_c en tout point de la surface est supérieur à la longueur d’onde λ_1 . En toute rigueur, ce critère s’écrit $R_c > \lambda_1 \cos^3 \theta$ où θ est l’angle d’incidence ([7] en chapitre 7 et [8] en chapitre 3). Afin de simplifier son expression, deux approximations supplémentaires sont utilisées. L’APS (Approximation de la Phase Stationnaire) [9] qui stipule que la diffusion a lieu localement dans la direction spéculaire. Ceci permet de supprimer la dépendance des pentes dans l’intégrale de surface et ainsi simplifier grandement le calcul des moments statistiques. De plus, afin de s’affranchir de la dépendance des hauteurs qui apparaît dans le terme de phase, l’AOG est utilisée, ce qui suppose en plus que la surface soit très rugueuse, soit $\sigma_z \gg \lambda_1$.

Dans la deuxième partie, l’AK est présentée, dans laquelle une méthode sera exposée pour prendre en compte l’effet de l’ombrage. Les résultats seront alors appliqués à une surface de mer 2D anisotrope pour des applications microondes. Ce travail a fait l’objet de deux publications en revues [106] et [107], dont [107] est fournie en annexe. De plus, afin de prédire le “Backscattering enhancement” (pic de rétrodiffusion), l’AOG a été étendue au cas où deux réflexions peuvent apparaître sur la surface. Ceci a donné lieu à la publication de deux articles en revues [23] et [24]. Ce dernier est fourni en annexe. Ce travail sera également présenté en seconde partie.

Pour des fréquences microondes, la surface de la mer est multi-échelle et par conséquent pour résoudre ce type de problème à l’aide d’une méthode asymptotique, il est nécessaire d’appliquer une méthode dite *unifiée*. Ce travail a été mené avec les modèles LCA, WCA et SSA pour des applications en bandes C et Ku, et a conduit à la publication de trois articles en revues, [108], [109] et [16]. Ces deux derniers sont fournis en annexes G et H. Cette étude est présentée en cinquième partie.

L’étude de la diffraction électromagnétique sous incidence rasante par une interface rugueuse demande une attention toute particulière. En effet, les modèles asymptotiques valides pour des incidences modérées, ne sont pas en général applicables à ce type de configuration. Depuis 2003, je mène une collaboration avec V. Fabbro de l’ONERA-DEMR, sur le problème de la propagation en avant (direction spéculaire) au-dessus de la mer sous incidence rasante. Cette configuration apparaît entre une liaison terrestre et maritime. A partir d’une approche très simple, nous avons proposé un modèle électromagnétique de la réflectivité cohérente qui inclut le phénomène d’ombrage. Ceci a conduit à la publication d’un article en revue [120]. Depuis deux ans, Yohan Brelet dans le cadre d’une thèse intitulée *Diffusion électromagnétique par une surface rugueuse sous incidence rasante : application au domaine maritime* étudie ce problème plus rigoureusement. La dernière partie de ce chapitre est dédiée au cas spécifique des incidences rasantes.

III.2 Approximation de Kirchhoff

III.2.1 Introduction

La méthode haute fréquence la plus utilisée et la plus connue est la méthode du plan tangent. Par abus de langage¹, elle est également appelée approximation de Kirchhoff (AK) ou approxi-

¹L’approximation de Kirchhoff telle que décrite rigoureusement par Voronovich [3] et quelques autres auteurs [4] diffère pour une surface diélectrique, notamment lors de l’étude de l’onde transmise. Cependant, l’approximation du plan tangent est dénommée (par abus de langage) par la grande majorité des auteurs, l’approximation de Kirchhoff.

mation de l'optique physique [6]. Elle suppose que la longueur d'onde est faible devant le rayon de courbure moyen R_c de la surface ($R_c > \lambda_1$) : la surface peut être considérée comme localement plane. Ainsi, localement et en chaque point de la surface, la surface peut être remplacée par son plan tangent. Alors le champ électromagnétique réfléchi (ou transmis) s'exprime localement à partir des coefficients de Fresnel. De plus, cette approximation néglige les réflexions multiples qui peuvent se produire sur la surface, ce qui implique que l'écart type des pentes soit inférieur à 0.4-0.5. Un moyen de prendre en compte la réflexion double, est d'itérer une fois l'AK. Cette approche sera nommée par la suite, l'AK du second ordre, dénotée "AK2".

Afin de simplifier l'intégrande dans l'AK, qui dépend des pentes de la surface, deux approximations supplémentaires sont utilisées. L'Approximation de la Phase Stationnaire [9], dénotée "APS", qui stipule que la diffusion a lieu localement dans la direction spéculaire. Ceci vient du fait que le terme de phase dans l'intégrale de surface à calculer varie très rapidement, et la contribution majeure de l'intégrale provient du terme où la phase est stationnaire. La pente de la surface ne dépend alors plus que des angles d'incidence et de diffusion : la dépendance sur les pentes dans l'intégrale est supprimée, ce qui permet de simplifier grandement le calcul des moments statistiques. Elle suppose que l'écart type des hauteurs, σ_z , vérifie $\sigma_z > a\lambda_0$, où $a \in [0.1; 0.3]$ (surface "moyennement" rugueuse). De plus, afin de s'affranchir de la dépendance des hauteurs qui apparaît dans le terme de phase, l'Approximation de l'Optique Géométrique [151], dénotée "AOG" est utilisée, ce qui suppose en plus que la surface soit très rugueuse, soit $\sigma_z > b\lambda_0$ avec $b > a$, où b est de l'ordre de 0.5.

En toute rigueur, l'AK est valide si $r_c \cos^3(\psi) > \lambda_1$ [7], où r_c est le rayon de courbure *local* de la surface et ψ l'angle local entre la normale au plan tangent et la direction d'incidence $\hat{\mathbf{K}}_i$. Cette relation est alors approximée par $R_c \cos^3 \theta_i > \lambda_1$, où $R_c = \langle r_c \rangle$ est le rayon courbure *moyen* de la surface, et θ_i l'angle d'incidence. Cette condition plus rigoureuse que celle donnée classiquement, $R_c > \lambda_1$, peut être violée sous incidence rasante ($\cos \theta_i \rightarrow 0$).

Par définition pour une surface 1D, $z(x)$, le rayon de courbure vaut $r_c = \frac{[1+\gamma^2(x)]^{3/2}}{|\gamma'(x)|}$, où $\gamma(x) = z'(x)$. En supposant une autocorrélation des hauteurs gaussienne et une DDP gaussienne, la moyenne statistique de r_c , $R_c = \langle r_c \rangle$, s'écrit

$$R_c = \frac{L_c^2}{2\sqrt{3}\sigma_z}(1 + \sigma_\gamma)^{3/2} \approx 0.3 \frac{L_c^2}{\sigma_z}(1 + \sigma_\gamma)^{3/2} \approx 0.3 \frac{L_c^2}{\sigma_z} \quad \text{pour } \sigma_\gamma < 0.2, \quad (\text{III.1})$$

où L_c est la longueur de corrélation des hauteurs de la surface, σ_z l'écart type des hauteurs et σ_γ celui des pentes. Pour un calcul exact de R_c , le lecteur peut se référer aux articles [164] et [165].

Par conséquent, l'approximation de Kirchhoff est valide si

$$0.3 \frac{L_c^2}{\lambda_1 \sigma_z} = 0.3 \left(\frac{L_c}{\lambda_1} \right)^2 \left(\frac{\sigma_z}{\lambda_1} \right)^{-1} > 1.$$

Si de plus, nous voulons appliquer l'approximation de l'optique géométrique, nous devons avoir $\frac{\sigma_z}{\lambda_1} > 0.5$. Par conséquent il faut réunir les deux conditions suivantes

$$\frac{\sigma_z}{\lambda_1} > 0.5 \quad \text{et} \quad \frac{L_c}{\lambda_1} > \sqrt{\frac{1}{0.6}} \approx 1.3. \quad (\text{III.2})$$

Pour une surface rugueuse 2D anisotrope diélectrique, le coefficient de diffusion issu de l'AK n'a jamais été déterminé analytiquement. Ceci vient du fait que la dépendance sur les

pentés de l'intégrande est une fonction compliquée, rendant le calcul de la moyenne statistique impossible. Néanmoins, pour une surface parfaitement conductrice, obéissant à un processus gaussien centré, et en configuration monostatique, nous avons montré que ce calcul peut être mené analytiquement. Le paragraphe suivant présente ce travail et compare les coefficients de diffusion obtenus à l'aide de l'AK, de l'APS et de l'AOG. Cette étude a conduit à la publication d'un article [106].

De plus, nous nous sommes intéressés à l'approximation de Kirchhoff du second ordre réduit à l'approximation de l'optique géométrique du second ordre, dénotée "AOG2". Le but était de prédire le phénomène du "Backscattering enhancement" (pic de rétrodiffusion). C'est un phénomène cohérent, se produisant au voisinage de la direction de rétrodiffusion (anti-spéculaire), et correspondant à une interférence constructive entre les faisceaux issus de la première et de la seconde réflexions. Cette approche est présentée dans le troisième paragraphe et est comparée avec une méthode exacte, basée sur la méthode des Moments [57]. Ce travail a donné lieu à deux publications en revue [23] et [24]. L'article [24] est fourni en annexe F.

III.2.2 Approximation de Kirchhoff du premier ordre

III.2.2.1 Expression du champ diffracté dans le milieu incident

Le champ électrique diffracté par une surface 2D en champ lointain s'écrit ([5], chapitre 12)

$$\mathbf{E}_s^\infty = \frac{jK_1 e^{jK_1 R_\infty}}{4\pi R_\infty} \hat{\mathbf{K}}_s \wedge \int_\Sigma \left\{ \hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{E}(\mathbf{R}) + \eta_1 \hat{\mathbf{K}}_s \wedge [\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{H}(\mathbf{R})] \right\} e^{-jK_1 \hat{\mathbf{K}}_s \cdot \mathbf{R}} d\Sigma, \quad (\text{III.3})$$

où (voir figure III.1)

- R_∞ distance entre l'observateur et une origine O localisée sur le plan moyen de la surface.
- R distance entre l'origine O et un point de la surface.
- K_1 nombre d'onde du milieu considéré ($K_1 = K_0 n_1$, où $K_0 = 2\pi/\lambda_0$ est le nombre d'onde dans le vide et n_1 est l'indice de réfraction du milieu).
- $\hat{\mathbf{K}}_s$ direction d'observation.
- η_1 impédance d'onde du milieu considéré ($\eta_1 = \eta_0/n_1$, où $\eta_0 = 120\pi$ est l'impédance d'onde dans le vide).
- $\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{H}(\mathbf{R})$ champ tangentiel magnétique total sur la surface.
- $\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{E}(\mathbf{R})$ champ tangentiel électrique total sur la surface.
- $\hat{\mathbf{N}}$ normale locale à la surface d'aire $d\Sigma$.

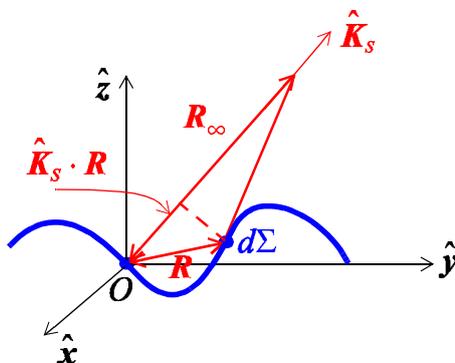


FIG. III.1 – Géométrie pour l'expression du champ électrique diffracté en champ lointain.

Tout le problème est de calculer les composantes tangentielles des champs totaux $\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{E}(\mathbf{R})$ et $\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{H}(\mathbf{R})$ sur la surface ($\mathbf{R} \in \Sigma$). Une approximation classique souvent utilisée est l'ap-

proximation du plan tangent, appelée plus communément l'approximation de Kirchhoff. Elle stipule que les champs électromagnétiques ($\mathbf{E}(\mathbf{R}), \mathbf{H}(\mathbf{R})$) en un point (x, y) quelconque de la surface, Σ , sont les mêmes que ceux qui existeraient sur une surface plane tangente infinie dont les propriétés électromagnétiques seraient celles caractéristiques de la surface limitée au point considéré (x, y) . Le champ diffracté est alors obtenu à partir des coefficients de Fresnel $r_V(\psi)$ et $r_H(\psi)$ dans la base locale orthonormée $(\hat{\mathbf{P}}_i, \hat{\mathbf{Q}}_i, \hat{\mathbf{K}}_i)$, où $\hat{\mathbf{Q}}_i = \frac{\hat{\mathbf{K}}_i \wedge \hat{\mathbf{N}}}{\|\hat{\mathbf{K}}_i \wedge \hat{\mathbf{N}}\|}$ et $\hat{\mathbf{P}}_i = \hat{\mathbf{Q}}_i \wedge \hat{\mathbf{K}}_i$ (figure III.2). De plus, ψ est l'angle local entre la normale à la surface $\hat{\mathbf{N}}$ et la direction $\hat{\mathbf{K}}_i$, défini par $\cos \psi = -\hat{\mathbf{K}}_i \cdot \hat{\mathbf{N}}$.

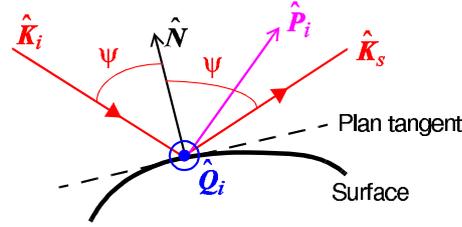


FIG. III.2 – Géométrie pour le calcul des champs tangentiels totaux électrique et magnétique sous l'approximation de Kirchhoff.

L'onde incidente est supposée plane et s'écrit $E_0 \mathbf{e}_i e^{j\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}}$, où E_0 désigne l'amplitude du champ électrique, \mathbf{e}_i sa polarisation, \mathbf{K}_i la direction du champ.

Ainsi, nous avons [5]

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{E}(\mathbf{R}) = E_0 e^{j\hat{\mathbf{K}}_i \cdot \mathbf{R}} \left[(1 + r_H)(\mathbf{e}_i \cdot \hat{\mathbf{Q}}_i)(\hat{\mathbf{N}} \wedge \hat{\mathbf{Q}}_i) + (1 - r_V)(\mathbf{e}_i \cdot \hat{\mathbf{P}}_i)(\hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{K}}_i)\hat{\mathbf{Q}}_i \right] \\ \hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{H}(\mathbf{R}) = \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\hat{\mathbf{K}}_i \cdot \mathbf{R}} \left[(1 + r_V)(\mathbf{e}_i \cdot \hat{\mathbf{P}}_i)(\hat{\mathbf{N}} \wedge \hat{\mathbf{Q}}_i) - (1 - r_H)(\mathbf{e}_i \cdot \hat{\mathbf{Q}}_i)(\hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{K}}_i)\hat{\mathbf{Q}}_i \right] \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Soit le vecteur unitaire $\hat{\mathbf{h}}_i$ défini par $\hat{\mathbf{h}}_i = \hat{\mathbf{z}} \wedge \hat{\mathbf{K}}_i / \|\hat{\mathbf{z}} \wedge \hat{\mathbf{K}}_i\|$ qui correspond à la polarisation *horizontale* (cas transverse magnétique), et le vecteur unitaire $\hat{\mathbf{v}}_i$ défini par $\hat{\mathbf{v}}_i = \hat{\mathbf{h}}_i \wedge \hat{\mathbf{K}}_i$ correspondant à la polarisation *verticale* (cas transverse électrique). Les vecteurs $(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{h}}_i)$ forment alors une base orthonormée. On définit de même une base orthonormée $(\hat{\mathbf{K}}_s, \hat{\mathbf{v}}_s, \hat{\mathbf{h}}_s)$ en réception (figure III.3). Dans un système de coordonnées sphériques, l'ensemble des vecteurs s'écrit alors

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{K}}_i = + \sin \theta_i \cos \phi_i \hat{\mathbf{x}} & + \sin \theta_i \sin \phi_i \hat{\mathbf{y}} & - \cos \theta_i \hat{\mathbf{z}} \\ \hat{\mathbf{v}}_i = - \cos \theta_i \cos \phi_i \hat{\mathbf{x}} & - \cos \theta_i \sin \phi_i \hat{\mathbf{y}} & - \sin \theta_i \hat{\mathbf{z}} \\ \hat{\mathbf{h}}_i = - \sin \phi_i \hat{\mathbf{x}} & + \cos \phi_i \hat{\mathbf{y}} & \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

et

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{K}}_s = + \sin \theta_s \cos \phi_s \hat{\mathbf{x}} & + \sin \theta_s \sin \phi_s \hat{\mathbf{y}} & + \cos \theta_s \hat{\mathbf{z}} \\ \hat{\mathbf{v}}_s = + \cos \theta_s \cos \phi_s \hat{\mathbf{x}} & + \cos \theta_s \sin \phi_s \hat{\mathbf{y}} & - \sin \theta_s \hat{\mathbf{z}} \\ \hat{\mathbf{h}}_s = - \sin \phi_s \hat{\mathbf{x}} & + \cos \phi_s \hat{\mathbf{y}} & \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Pour calculer le champ \mathbf{E}_s^∞ selon la polarisation à l'émission (\mathbf{e}_i) et à la réception (\mathbf{e}_s), \mathbf{E}_s^∞ est projeté sur la base de polarisation définie selon le récepteur, conduisant à

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{v}}_s \cdot \left\{ \hat{\mathbf{K}}_s \wedge \left[\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{E} + \eta_1 \hat{\mathbf{K}}_s \wedge (\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{H}) \right] \right\} = -\hat{\mathbf{v}}_s \cdot (\eta_1 \hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{H}) - \hat{\mathbf{h}}_s \cdot (\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{E}) \\ \hat{\mathbf{h}}_s \cdot \left\{ \hat{\mathbf{K}}_s \wedge \left[\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{E} + \eta_1 \hat{\mathbf{K}}_s \wedge (\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{H}) \right] \right\} = -\hat{\mathbf{h}}_s \cdot (\eta_1 \hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{H}) + \hat{\mathbf{v}}_s \cdot (\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{E}) \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

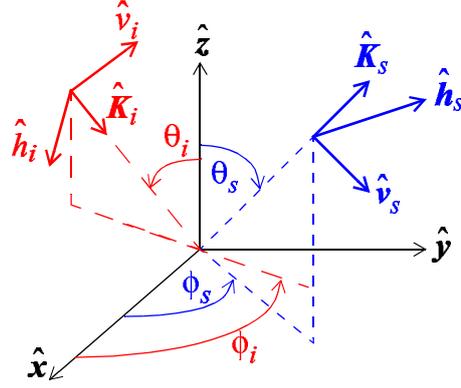


FIG. III.3 – Illustration des bases de polarisation à l'émission et à la réception.

De plus, dans (III.4), $\mathbf{e}_i = \hat{\mathbf{v}}_i$ pour la polarisation verticale et $\mathbf{e}_i = \hat{\mathbf{h}}_i$ pour la polarisation horizontale. Ainsi les quatre composantes du champ diffracté, $\{E_{e_s e_i}^\infty\}$ sont obtenues avec $e_{i,s} = \{v_{i,s}, h_{i,s}\}$.

Au final, sous l'approximation du plan tangent, les quatre composantes du champ électrique (III.3) peuvent se mettre sous la forme

$$E_{s,e_s e_i}^\infty = \frac{jK_1 e^{jK_1 R_\infty} E_0}{4\pi R_\infty} \int_{-L_x}^{+L_x} \int_{-L_y}^{+L_y} F_{e_s, e_i}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_x, \gamma_y) e^{-j[Q_x x + Q_y y + Q_z z(x,y)]} dx dy, \quad (\text{III.8})$$

avec

$$F_{e_s e_i} = \mathbf{e}_s \cdot \left\{ \hat{\mathbf{K}}_s \wedge \left[\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{E} + \eta_1 \hat{\mathbf{K}}_s \wedge (\hat{\mathbf{N}} \wedge \mathbf{H}) \right] \right\} \frac{1}{(\hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{z}})}, \quad (\text{III.9})$$

et

$$\mathbf{Q} = K_1 (\hat{\mathbf{K}}_s - \hat{\mathbf{K}}_i) = (Q_x, Q_y, Q_z). \quad (\text{III.10})$$

A noter que $d\Sigma = dx dy / (\hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{z}})$, et $(2L_x, 2L_y)$ sont les longueurs de la surface selon les directions $((Ox), (Oy))$. Les termes $\{F_{e_s e_i}\}$ sont déterminés en substituant (III.4) dans (III.7), où la normale $\hat{\mathbf{N}}$ est égale à

$$\hat{\mathbf{N}} = \frac{-\gamma_x \hat{\mathbf{x}} - \gamma_y \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}}{\sqrt{1 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2}}. \quad (\text{III.11})$$

En conclusion, l'intégrande de l'équation (III.8) dépend statistiquement des pentes de la surface (γ_x, γ_y) via le terme $F_{e_s e_i}$, et de la hauteur de la surface via le terme de phase $e^{jQ_z z(x,y)}$. L'expression analytique de $F_{e_s e_i}$ est très complexe, ne permettant pas d'obtenir une expression simple de $F_{e_s e_i}$ selon (γ_x, γ_y) . C'est pour cela que l'approximation de la phase stationnaire (APS) est couramment utilisée afin de s'affranchir de la dépendance sur les pentes et ainsi obtenir une expression plus simple des termes $\{F_{e_s e_i}\}$. Elle sera présentée dans la section III.2.2.3. Dans la suite, nous allons montrer qu'il est possible d'obtenir une expression simple de $\{F_{e_s e_i}\}$ en configuration monostatique et pour une surface 2D parfaitement conductrice. Ceci nous permettra de comparer les coefficients de diffusion incohérents sous l'AK, de l'APS et de l'AOG.

En configuration monostatique (ou en rétrodiffusion), $\{\hat{\mathbf{K}}_s = -\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{v}}_s = \hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{h}}_s = -\hat{\mathbf{h}}_i\}$. On peut alors montrer [106]

$$\begin{cases} F_{vv} = 2D^{-1}(\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{K}}_s) \left[r_H(\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{h}}_s)^2 - r_V(\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{v}}_s)^2 \right] \\ F_{hh} = 2D^{-1}(\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{K}}_s) \left[r_H(\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{v}}_s)^2 - r_V(\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{h}}_s)^2 \right] \\ F_{vh} = 2D^{-1}(\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{K}}_s)(\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{v}}_s)(\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{h}}_s)(r_V + r_H) = F_{hv} \end{cases}, \quad (\text{III.12})$$

Les indices i et s dans F sont volontairement omis. $\mathbf{N} = \hat{\mathbf{N}}\sqrt{1 + \gamma_x^2 + \gamma_y^2} = -\gamma_x\hat{\mathbf{x}} - \gamma_y\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}$ et

$$\begin{cases} D^{-1} = \|\hat{\mathbf{K}}_s \wedge \hat{\mathbf{N}}\|^2 = (\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{v}}_s)^2 + (\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{h}}_s)^2 \\ \mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{K}}_s = -\sin\theta_s(\gamma_x \cos\phi_s + \gamma_y \sin\phi_s) + \cos\theta_s \\ \mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{v}}_s = -\cos\theta_s(\gamma_x \cos\phi_s + \gamma_y \sin\phi_s) - \sin\theta_s \\ \mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{h}}_s = \gamma_x \sin\phi_s - \gamma_y \cos\phi_s \end{cases}. \quad (\text{III.13})$$

A cause du dénominateur D , la dépendance sur les pentes de $\{F_{vv, hh, vh}\}$ est encore complexe. En supposant alors une surface parfaitement conductrice, conduisant à $\{r_V = +1, r_H = -1\}$, nous obtenons $F_{vv} = F_{hh} = -2\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{K}}_s = +2\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{K}}_i$ ($\hat{\mathbf{K}}_s = -\hat{\mathbf{K}}_i$) et $F_{vh} = 0$. Par conséquent, $E_{s,vv}^\infty = E_{s,hh}^\infty$ et $E_{s,vh}^\infty = 0$. La contribution de la polarisation croisée est donc nulle pour une surface parfaitement conductrice².

III.2.2.2 Coefficient de rétrodiffusion incohérent

Dans cette section, le coefficient de rétrodiffusion incohérent, σ_s , est calculé à l'aide de l'AK en considérant une surface 2D anisotrope parfaitement conductrice obéissant à un processus gaussien centré. Mathématiquement σ_s ³ est proportionnel à l'autocorrélation statistique centrée du champ électrique et s'écrit

$$\sigma_{s,e_s e_i} = \frac{4\pi R_\infty^2 \left(\langle |E_{s,e_s e_i}^\infty|^2 \rangle - |\langle E_{s,e_s e_i}^\infty \rangle|^2 \right)}{\Sigma_0 |E_0|^2}, \quad (\text{III.14})$$

où Σ_0 est l'aire de la surface illuminée. Le terme $|\langle E_{s,e_s e_i}^\infty \rangle|^2$ correspond à la puissance *cohérente* et peut s'obtenir à partir de $\langle |E_{s,e_s e_i}^\infty|^2 \rangle$ en négligeant la corrélation. Le symbole $\langle \dots \rangle$ désigne

²Pour des fréquences microondes, la surface de la mer est très conductrice (le module de la permittivité relative complexe, $|\epsilon_{r2}|$ tend vers l'infini). En configuration monostatique et pour des incidences proches du nadir ($\theta \rightarrow 0$), le coefficient de rétrodiffusion incohérent, σ_s , est calculé à l'aide de l'AOG, qui est la solution haute fréquence de l'AK. Il en découle alors que $\sigma_{s,vh} = 0$. Un moyen de calculer $\sigma_{s,vh}$, serait alors d'utiliser l'équation (III.12), dans laquelle $F_{s,vh}$ est approximé par son développement limité sur les pentes (γ_x, γ_y) au voisinage de zéro à l'ordre deux. En effet, les pentes d'une surface de mer n'excèdent pas 0.2 pour des états de mer modérés. Ainsi, on obtient

$$F_{vh} = \frac{2(r_V + r_H)}{\tan\theta} [\gamma_x^2 \sin^2\phi_s + \gamma_y^2 \cos^2\phi_s - 2\gamma_x\gamma_y \sin(2\phi_s)].$$

De plus, si $|\epsilon_{r2}| \rightarrow \infty$ et $\psi \approx \theta_s$, alors $\frac{r_V + r_H}{\tan\theta} \rightarrow -2\sin\theta/\sqrt{\epsilon_{r2}}$. Par conséquent, la valeur du champ $E_{s,vv}^\infty$ devrait être très faible car $\sin\theta \approx \theta$ pour $\theta \rightarrow 0$.

³Dans la littérature plusieurs définitions existent. La définition adoptée dans ce document n'introduit pas au dénominateur le facteur $\cos\theta_i$. Parfois, ce facteur vaut $4\pi \cos\theta_i$. Pour plus de détails, voir par exemple la thèse de N. Pinel [43] en page 42.

l'opérateur espérance mathématique qui agit sur toutes les variables aléatoires dont dépend le champ.

D'après (III.8), $\langle |E_{s,e_s e_i}^\infty|^2 \rangle$ s'écrit

$$\begin{aligned} \langle |E_{s,e_s e_i}^\infty|^2 \rangle &= \left| \frac{K_1 E_0}{4\pi R_\infty} \right|^2 \int_{-L_x}^{+L_x} \int_{-L_y}^{+L_y} \int_{-L_x}^{+L_x} \int_{-L_y}^{+L_y} e^{j[Q_x(x_2-x_1)+Q_y(y_2-y_1)]} \\ &\quad \langle F_{e_s, e_i}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{1x}, \gamma_{1y}) F_{e_s, e_i}^*(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{2x}, \gamma_{2y}) e^{jQ_z(z_1-z_2)} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \rangle. \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

Soient les changements de variables $x' = x_1 + x_2$, $x = x_2 - x_1$, $y' = y_1 + y_2$, $y = y_2 - y_1$. De plus, puisque la surface est supposée stationnaire, le résultat de l'opérateur $\langle \dots \rangle$ est indépendant du couple (x', y') . Par conséquent, l'intégrande est indépendante de $x' \in [-2L_x; +2L_x]$ et $y' \in [-2L_y; +2L_y]$. L'intégration sur ces deux variables donne alors $16L_x L_y = 4\Sigma_0$, multiplié par le jacobien qui vaut $1/4$, soit Σ_0 . De plus $x \in [-2L_x; +2L_x]$ et $y \in [-2L_y; +2L_y]$. L'équation (III.15) devient donc

$$\begin{aligned} \frac{4\pi R_\infty^2 \langle |E_{s,e_s e_i}^\infty|^2 \rangle}{\Sigma_0 |E_0|^2} &= \frac{|K_1|^2}{4\pi} \int_{-2L_x}^{+2L_x} \int_{-2L_y}^{+2L_y} e^{j(Q_x x + Q_y y)} dx dy \\ &\quad \langle F_{e_s, e_i}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{1x}, \gamma_{1y}) F_{e_s, e_i}^*(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{2x}, \gamma_{2y}) e^{jQ_z(z_2-z_1)} \rangle \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

Pour un processus gaussien, la somme de deux variables aléatoires est également une variable aléatoire gaussienne. Par conséquent, $z = z_2 - z_1$ est une variable aléatoire gaussienne. A partir de l'équation (II.42), on peut alors montrer que la matrice de covariance, $[C_5]$, des variables aléatoires $[z \ \gamma_{1x} \ \gamma_{2x} \ \gamma_{1y} \ \gamma_{2y}] = \mathbf{V}_5^T$ s'écrit

$$[C_5] = \begin{bmatrix} W_z & -W_{1x} & -W_{1x} & -W_{1y} & -W_{1y} \\ -W_{1x} & \sigma_{\gamma_x}^2 & -W_{2x} & 0 & -W_{2xy} \\ -W_{1x} & -W_{2x} & \sigma_{\gamma_x}^2 & -W_{2xy} & 0 \\ -W_{1y} & 0 & -W_{2xy} & \sigma_{\gamma_y}^2 & -W_{2y} \\ -W_{1y} & -W_{2xy} & 0 & -W_{2y} & \sigma_{\gamma_y}^2 \end{bmatrix}, \quad (\text{III.17})$$

où $W_z = 2(\sigma_z^2 - W_0)$, et les dérivées $\{W_{1x}, W_{1y}, W_{2x}, W_{2y}, W_{2xy}\}$ sont exprimées par (II.43).

Pour une surface parfaitement conductrice, nous avons montré en rétrodiffusion que $F_{vv} = F_{hh} = +2\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{K}}_i = -2[\sin \theta_i (\gamma_x \cos \phi_i + \gamma_y \sin \phi_i) + \cos \theta_i]$ et $F_{vh} = 0$. Par conséquent

$$\begin{aligned} F_{vv}(\hat{\mathbf{K}}_i, -\hat{\mathbf{K}}_i; \gamma_{1x}, \gamma_{1y}) F_{vv}^*(\hat{\mathbf{K}}_i, -\hat{\mathbf{K}}_i; \gamma_{2x}, \gamma_{2y}) &= \\ 4 \cos^2 \theta_i \left\{ 1 + \tan \theta_i [c(\gamma_{1x} + \gamma_{2x}) + c(\gamma_{1y} + \gamma_{2y})] + \right. \\ \left. \tan^2 \theta_i [c^2 \gamma_{1x} \gamma_{2x} + s^2 \gamma_{1y} \gamma_{2y} + cs(\gamma_{1x} \gamma_{2y} + \gamma_{1y} \gamma_{2x})] \right\}, \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

avec $c = \cos \phi_i$ et $s = \sin \phi_i$. D'après (III.16), les espérances mathématiques $\{\langle \gamma_{1x, 2x, 1y, 2y} e^{jQ_z z} \rangle, \langle \gamma_{1x} \gamma_{2x} e^{jQ_z z} \rangle, \langle \gamma_{1y} \gamma_{2y} e^{jQ_z z} \rangle, \langle \gamma_{1x} \gamma_{2y} e^{jQ_z z} \rangle, \langle \gamma_{1y} \gamma_{2x} e^{jQ_z z} \rangle\}$ sont à déterminer. Nous allons détailler le calcul de $\langle \gamma_{1x} e^{jQ_z z} \rangle$.

Si ξ est une variable aléatoire gaussienne centrée, alors il est aisé de montrer que $\langle e^\xi \rangle = e^{\langle \xi^2 \rangle / 2}$. Par conséquent, si $\{\xi_n \in \mathbb{R}\}$ sont des variables aléatoires gaussiennes et $a_n \in \mathbb{C}$ (variable

déterministe), alors

$$\left\langle \exp \left(\sum_{n=1}^{n=N} a_n \xi_n \right) \right\rangle = \exp \left[\frac{1}{2} \left\langle \left(\sum_{n=1}^{n=N} a_n \xi_n \right)^2 \right\rangle \right] = \exp \left(\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{n=N} \sum_{m=1}^{m=N} a_n a_m \langle \xi_n \xi_m \rangle \right). \quad (\text{III.19})$$

Par exemple pour $N = 2$, nous avons

$$\langle \exp (a_1 \xi_1 + a_2 \xi_2) \rangle = \exp \left[\frac{1}{2} (a_1^2 \langle \xi_1^2 \rangle + a_2^2 \langle \xi_2^2 \rangle + 2a_1 a_2 \langle \xi_1 \xi_2 \rangle) \right]. \quad (\text{III.20})$$

Or

$$\langle \xi_2 \exp (a_1 \xi_1) \rangle = \frac{\partial}{\partial a_2} \langle \exp (a_1 \xi_1 + a_2 \xi_2) \rangle \Big|_{a_2=0}. \quad (\text{III.21})$$

D'après (III.20), nous avons donc

$$\langle \xi_2 \exp (a_1 \xi_1) \rangle = a_1 \langle \xi_1 \xi_2 \rangle \exp \left(\frac{a_1^2 \langle \xi_1^2 \rangle}{2} \right). \quad (\text{III.22})$$

Le moment statistique $\langle \gamma_{1x} e^{jQ_z z} \rangle$ est alors obtenu en effectuant les substitutions suivantes : $\xi_1 = z$, $\xi_2 = \gamma_{1x}$, $a_1 = jQ_z$, $\langle z^2 \rangle = W_z$ et $\langle \xi_1 \xi_2 \rangle = -W_{1x}$ d'après (III.17), conduisant à $\langle \gamma_{1x} e^{jQ_z z} \rangle = -jQ_z W_{1x} \exp(-Q_z^2 W_z / 2)$.

Ainsi, en appliquant le même raisonnement pour le calcul des autres espérances mathématiques, on montre

$$\frac{\langle F_{vv}(\hat{\mathbf{K}}_i, -\hat{\mathbf{K}}_i; \gamma_{1x}, \gamma_{1y}) F_{vv}^*(\hat{\mathbf{K}}_i, -\hat{\mathbf{K}}_i; \gamma_{2x}, \gamma_{2y}) \rangle}{4 \cos^2 \theta_s} = \exp [-Q_z^2 (\sigma_z^2 - W_0)] \times [1 - 2jQ_z \beta_1 \tan \theta_i - \tan^2 \theta_i (\beta_2 + \beta_1^2 Q_z^2)], \quad (\text{III.23})$$

avec

$$\begin{cases} \beta_1(x, y) = \cos \phi_i W_{1x}(x, y) + \sin \phi_i W_{1y}(x, y) \\ \beta_2(x, y) = \cos^2 \phi_i W_{2x}(x, y) + \sin^2 \phi_i W_{2y}(x, y) + \sin(2\phi_i) W_{2xy}(x, y) \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

En substituant (III.23) dans (III.16), le calcul du coefficient de diffusion incohérent nécessite deux intégrations numériques sur les variables (x, y) . Afin de réduire le nombre d'intégrations à une, nous passons en coordonnées polaires ($x = r \cos \Phi$, $y = r \sin \Phi$). Par conséquent, les dérivées partielles de W_0 selon (x, y) doivent être exprimées en coordonnées polaires. Leurs expressions sont données dans l'annexe B (annexe de l'article). L'expression finale de (III.23) est alors fonction de $\cos(\Phi - \phi_i)$, $\sin(\Phi - \phi_i)$, $\cos[2(\Phi - \phi_i)]$, $\sin[2(\Phi - \phi_i)]$, dont les facteurs dépendent des dérivées partielles de W_0 selon (r, Φ) . Afin de simplifier les équations, la surface 2D est supposée isotrope, impliquant que $W_0(r, \Phi) = W_0(r)$ et $\frac{\partial W_0}{\partial \Phi} = \frac{\partial^2 W_0}{\partial \Phi^2} = \frac{\partial^2 W_0}{\partial r \partial \Phi} = 0$. Ainsi, on montre

$$\begin{cases} \beta_1(r, \Phi) = W_{1r}(r) \cos(\phi_i - \Phi) \\ \beta_2(r, \Phi) = \frac{1}{2r} \{W_{1r}(r) + rW_{2r}(r) + \cos[2(\phi_i - \Phi)] [rW_{2r}(r) - W_{1r}(r)]\} \end{cases}, \quad (\text{III.25})$$

avec $W_{1r} = \frac{\partial W_0}{\partial r}$ et $W_{2r} = \frac{\partial^2 W_0}{\partial r^2}$. En rétrodiffusion, $Q_x = -2K_1 \sin(\theta_i) \cos \phi_i$, $Q_y = -2K_1 \sin(\theta_i) \sin \phi_i$. Dans (III.16), en coordonnées polaires le terme de phase s'écrit alors

$j(Q_x x + Q_y y) = -2jK_1 r \sin \theta_i \cos(\phi_i - \Phi)$. En substituant alors (III.25) et (III.23) dans (III.16), et en appliquant les relations suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{2\pi} e^{jx \cos(\phi_i - \Phi)} d\Phi = 2\pi J_0(x) \\ \int_0^{2\pi} e^{jx \cos(\phi_i - \Phi)} \cos(\phi_i - \Phi) d\Phi = 2j\pi J_1(x) \\ \int_0^{2\pi} e^{jx \cos(\phi_i - \Phi)} \cos[2(\phi_i - \Phi)] d\Phi = -2\pi J_2(x) \end{array} \right. , \quad (\text{III.26})$$

l'intégration sur Φ conduit alors à

$$\begin{aligned} \sigma_{s,vv}(\theta_i) = \sigma_{s,hh}(\theta_i) = 2|K_1|^2 \cos^2 \theta_i \int_0^{+\infty} r \left(\exp[-Q_z^2(\sigma_z^2 - W_0)] \left\{ \right. \right. \\ J_0(rQ_d) \left[1 - \frac{\tan^2 \theta_i}{2} \left(\frac{W_{1r}}{r} + W_{2r} + Q_z^2 W_{1r}^2 \right) \right] - 2J_1(rQ_d) Q_z \tan \theta_i W_{1r} + \\ \left. \left. \frac{J_2(rQ_d) \tan^2 \theta_s}{2} \left(W_{2r} - \frac{W_{1r}}{r} + Q_z^2 W_{1r}^2 \right) \right\} - \underbrace{\exp(-Q_z^2) J_0(rQ_d)}_{\text{Terme cohérent}} \right) dr, \quad (\text{III.27}) \end{aligned}$$

avec $Q_d = 2K_1 \sin \theta_i \geq 0$, $Q_z = 2K_1 \cos \theta_i \geq 0$, et J_n est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n . A noter que la surface est supposée d'aire infinie. Cela signifie que $L_x \gg L_{cx}$ et $L_y \gg L_{cy}$, où (L_{cx}, L_{cy}) sont les longueurs de corrélation de la surface selon les directions (Ox, Oy) . Typiquement, si W_0 est gaussienne, alors $L_{x,y} > 3L_{cx,xy}$.

III.2.2.3 Approximations de la phase stationnaire et de l'optique géométrique

L'approximation de la phase stationnaire (APS) est appliquée afin de supprimer dans l'intégrale de surface (terme $F_{e_s, e_i}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_x, \gamma_y)$ de (III.8)) la dépendance sur les pentes (γ_x, γ_y) . Cette méthode consiste à ne considérer, dans le terme de phase $\varphi = j(Q_x x + Q_y y + Q_z z)$, que les points de phase dits stationnaires, c'est-à-dire tels que $\partial\varphi/\partial x = \partial\varphi/\partial y = 0$. Alors, le point de phase stationnaire est caractérisé par

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_x^0 = -\frac{Q_x}{Q_z} = -\frac{\sin \theta_s \cos \phi_s - \sin \theta_i \cos \phi_i}{\cos \theta_i + \cos \theta_s} = +\frac{\sin \theta_i \cos \phi_i}{\cos \theta_i} \\ \gamma_y^0 = -\frac{Q_y}{Q_z} = -\frac{\sin \theta_s \sin \phi_s - \sin \theta_i \sin \phi_i}{\cos \theta_i + \cos \theta_s} = +\frac{\sin \theta_i \sin \phi_i}{\cos \theta_i} \end{array} \right. \quad \text{en rétrodiffusion.} \quad (\text{III.28})$$

Physiquement, les pentes (γ_x^0, γ_y^0) sont telles que la réflexion est spéculaire. En rétrodiffusion, la normale $\hat{\mathbf{N}}$ est alors colinéaire à $\hat{\mathbf{K}}_i$. En d'autres termes, la pente du faisceau incident est orthogonale à la pente de la surface.

Ainsi, la fonction $F_{e_s, e_i}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_x, \gamma_y) = F_{e_s, e_i}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_x^0, \gamma_y^0)$ devient indépendante des pentes. C'est une variable *déterministe*. Dans l'équation (III.15), l'opérateur espérance mathématique, $\langle \dots \rangle$, n'agit plus que sur le terme de phase $e^{jQ_z(z_1 - z_2)}$ et spécialement sur les hauteurs, simplifiant grandement les calculs, conduisant à $\langle e^{jQ_z(z_1 - z_2)} \rangle = e^{-Q_z^2(\sigma_z^2 - W_0)}$. De plus,

en rétrodiffusion et pour une surface parfaitement conductrice $F_{vv}(\hat{\mathbf{K}}_i, -\hat{\mathbf{K}}_i; \gamma_x^0, \gamma_y^0) = -2/\cos\theta_i$. Le coefficient de rétrodiffusion incohérent s'écrit alors pour une surface 2D isotrope avec l'APS

$$\sigma_{s,vv}(\theta_i) = \sigma_{s,hh}(\theta_i) = \frac{2|K_1|^2}{\cos^2\theta_i} \int_0^{+\infty} r J_0(rQ_d) \{ \exp[-Q_z^2(\sigma_z^2 - W_0)] - \exp(-Q_z^2\sigma_z^2) \} dr. \quad (\text{III.29})$$

Pour $(Q_z\sigma_z)^2 = (2K_1\sigma_z \cos\theta_i)^2 \gg 1$ (surface très rugueuse), l'intégrande contribue si le terme $Q_z^2[\sigma_z^2 - W_0(r)]$ est suffisamment proche de zéro, soit r proche de zéro car $W_0(0) = \sigma_z^2$. Par conséquent, $W_0(r)$ peut être approximée par son développement limité à l'ordre 2, $W_0(r) \approx \sigma_z^2 - r^2|W_0''(0)|/2$ (pas de terme en r car W_0 est une fonction paire). Ainsi, en reportant cette équation dans (III.29) et en intégrant sur r , on a

$$\sigma_{s,vv} = \sigma_{s,hh} = \frac{1}{2\sigma_\gamma^2 \cos^4\theta_i} \exp\left(-\frac{\tan^2\theta_i}{2\sigma_\gamma^2}\right). \quad (\text{III.30})$$

Ceci correspond à l'approximation de l'optique géométrique (AOG). Le terme cohérent $\exp(-Q_z^2\sigma_z^2)$ est nul car $(Q_z\sigma_z)^2 \gg 1$.

III.2.2.4 Simulations

La figure III.4 compare les coefficients de rétrodiffusion calculés avec l'AK, l'APS et l'AOG en fonction de l'angle θ_i . La surface est supposée isotrope, parfaitement conductrice de corrélation des hauteurs gaussienne ($W_0(r) = \sigma_z^2 \exp(-r^2/L_c^2)$) et obéissant à un processus gaussien centré. En titre de chaque sous figure, sont donnés l'écart type des pentes σ_γ , l'écart type des hauteurs σ_z normalisé par la longueur d'onde λ_0 , et le rayon de courbure moyen R_c normalisé par la longueur d'onde λ_0 .

Quelles que soient les valeurs de σ_γ et σ_z/λ_1 , les résultats issus de l'AK et de l'APS sont rigoureusement identiques. D'autres simulations non présentées dans ce document, confirment ceci pour d'autres valeurs de $\sigma_\gamma \in [0.1; 0.5]$ et $\sigma_z/\lambda_1 \in [0.2; 10]$. De plus, des simulations similaires effectuées pour $W_0(r) = \sigma_z^2/(1 + r^2/L_c^2)^n$ ($n = 2$ et $n = 4$) conduisent à la même remarque. Afin de comprendre ce résultat surprenant, les intégrandes ont été comparées en fonction de la distance radiale r . On observe alors qu'elles sont différentes. En revanche, leur différence présente un axe de symétrie à une abscisse $r_0 > 0$. Par rapport à cet axe de symétrie, la différence est une fonction impaire. Ainsi, l'intégration de cette différence sur r conduit à une valeur nulle, expliquant qualitativement que le coefficient de rétrodiffusion incohérent est identique sous l'AK et de l'APS. Mathématiquement ce résultat n'a pas été démontré. En revanche, à partir de l'équation (III.27), l'AOG a été appliquée, qui consiste à écrire que $W_0(r) \approx \sigma_z^2 - r^2|W_0''(0)|/2$, $W_1(r) \approx -r|W_0''(0)|$ et $W_2(r) \approx W_0''(0) = -|W_0''(0)| = -\sigma_\gamma^2$. L'équation (III.30) est alors retrouvée.

Sous incidence rasante, à cause du phénomène d'ombrage, sous l'AK, la condition $\cos\psi = -\hat{\mathbf{K}}_i \cdot \hat{\mathbf{N}} \geq 0$ doit être vérifiée. En effet, si $\cos\psi < 0 \Rightarrow |\psi| > \pi/2$, alors le faisceau incident illumine le plan tangent par le dessous (figure III.2). Ceci se produit si $\gamma_X < -\mu = -|\cot\theta_i|$ avec γ_X la pente de la surface selon la direction en azimut ϕ . Cette condition est identique à la restriction sur les pentes énoncée lors du calcul de la fonction d'illumination statistique (terme $\Upsilon(\mu - s_\theta\gamma_0)$ de l'équation (II.29) avec $s_\theta = -1$ et $\gamma_0 = \gamma_X$). Avec l'APS, cette restriction n'existe pas puisque $\cos\psi = \cos\theta_i \geq 0$.

D'après le paragraphe II.2.1, nous avons montré que l'ombrage est négligeable si $\theta_i < \text{arccot}(2\sqrt{2}\sigma_\gamma) = \theta_{i0}$. Par exemple pour $\sigma_\gamma = \{0.1, 0.3\}$, $\theta_{i0} \approx \{74.4, 49.7\}^\circ$. Par conséquent

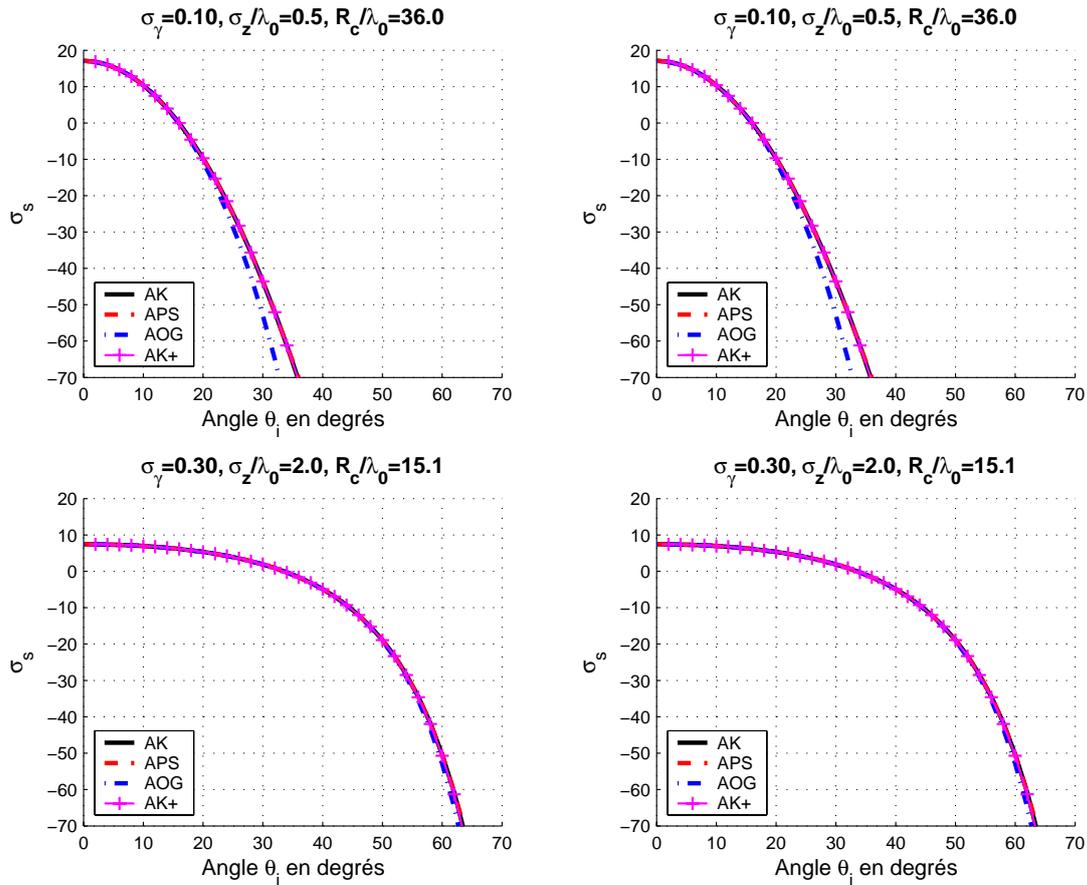


FIG. III.4 – Comparaison des coefficients de rétrodiffusion calculés avec l’AK, l’APS et l’AOG en fonction de l’angle θ_i . La surface est supposée isotrope, parfaitement conductrice de corrélation des hauteurs gaussienne et obéissant à un processus gaussien centré.

les résultats issus de l’AK et de l’APS devraient être différents pour des angles supérieurs à θ_{i0} . Rigoureusement, il faudrait dans le calcul des espérances mathématiques, introduire la restriction sur les pentes, puis celle sur les hauteurs due à l’ombrage. Malheureusement, le calcul analytique devient très compliqué. Ce travail a été mené dans l’article [106] en négligeant la corrélation entre les hauteurs et les pentes de la surface ($W_{1x} = W_{1y} = 0$ dans (III.17)). Les simulations montrent que pour $\theta_i \in [0; 60]^\circ$ et $\sigma_\gamma \in [0.1; 0.3]$, l’ombrage est négligeable, ce qui est consistant avec l’approche qualitative (calcul de θ_{i0}).

Un moyen d’inclure l’ombre simplement est de supposer que la fonction d’illumination statistique est indépendante statistiquement de $\langle |E_s^\infty|^2 \rangle$. En d’autres termes, $\langle f(\gamma_{1x}, \gamma_{2x}, \gamma_{1y}, \gamma_{2y}) e^{jQ_{zz}} \rangle_S = \langle f(\gamma_{1x}, \gamma_{2x}, \gamma_{1y}, \gamma_{2y}) e^{jQ_{zz}} \rangle \langle f(\gamma_{1x}, \gamma_{2x}, \gamma_{1y}, \gamma_{2y}) \times S \rangle / \langle f(\gamma_{1x}, \gamma_{2x}, \gamma_{1y}, \gamma_{2y}) \rangle$, où $\langle \dots \rangle$ est l’opérateur sans ombre, $\langle \dots \rangle_S$ l’opérateur avec ombre, et S la fonction d’illumination statistique en configuration monostatique. A noter que si $S = 1$, alors $\langle \dots \rangle_S = \langle \dots \rangle$. Ainsi, dans (III.18), ceci revient à multiplier respectivement devant les termes 1 et $\tan^2 \theta_i$ par α_0 et

α_2 , définis comme

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_0(v) = \frac{\langle 1 \rangle_S}{\langle 1 \rangle} = \bar{S} = \frac{1}{1 + \Lambda(v)} \frac{1 + \operatorname{erf}(v)}{2} \\ \alpha_2(v) = \frac{\langle \gamma_X^2 \rangle_S}{\langle \gamma_X^2 \rangle} = \frac{1}{1 + \Lambda(v)} \left(\frac{1 + \operatorname{erf}(v)}{2} - \frac{ve^{-v^2}}{\sqrt{\pi}} \right) \end{array} \right. . \quad (\text{III.31})$$

La fonction S est donnée par (II.29), où $s_\theta = -1$ et $\gamma_0 = \gamma_X$. La DDP des pentes p_{γ_X} est exprimée par (II.40), le terme Λ est donné par (II.17) et $v = |\cot \theta|/(\sqrt{2}\sigma_\gamma)$. Sous l'APS, le coefficient de rétrodiffusion doit être multiplié uniquement par $(1 + \Lambda)^{-1}$ car il n'y a pas de restriction sur les pentes ($|\psi| \leq \pi/2$). Sur la figure III.4, "AK+" désigne l'AK dans laquelle l'ombrage est inclus sans le terme $(1 + \Lambda)^{-1}$, et ceci afin de comparer avec l'APS sans ombre. Il est alors observé que l'ombrage est négligeable. A noter que pour des incidences rasantes, l'intégrande oscille fortement, rendant l'intégration numérique impossible, même avec un pas d'intégration très fin. D'après la figure III.4 pour de telles incidences, les niveaux sont également très faibles. De plus, on note que l'APS converge d'autant plus vite vers l'AOG que la surface est rugueuse (le ratio σ_z/λ augmente).

En conclusion, pour une surface 2D isotrope, les coefficients de rétrodiffusion sous l'AK et de l'APS présentent des résultats identiques. A noter que si le critère $R_c \cos^3 \theta_i > \lambda$ est adopté pour le domaine de validité de l'AK, les rayons de courbure moyens, mentionnés en titres de la figure III.4, doivent être approximativement divisés par huit pour $\theta_i \geq 60^\circ$.

III.2.2.5 Conclusion

L'approximation de Kirchhoff a été présentée et appliquée sur une surface 2D rugueuse anisotrope. Afin de calculer analytiquement les espérances mathématiques sur les pentes pour l'obtention du coefficient de rétrodiffusion incohérent sans ombre, la surface est supposée parfaitement conductrice en monostatique.

Les simulations ont montré que l'AK et l'APS donnent des résultats identiques tant que l'ombrage est négligeable et ceci quels que soient la fonction d'autocorrélation des hauteurs, le ratio σ_z/λ_1 et l'écart type des pentes σ_γ . De plus, théoriquement nous avons montré que le coefficient de rétrodiffusion incohérent issu de l'AK convergeait vers celui de l'AOG, qui est la limite haute fréquence de l'APS. Pour des incidences rasantes, pour lesquelles l'ombrage n'est plus négligeable, une légère différence est observée entre l'AK et l'APS. A noter que pour de tels angles, cela n'a pas d'impact sur le coefficient de rétrodiffusion car son niveau est trop faible pour être mesuré.

III.2.3 Approximation de Kirchhoff du second ordre

III.2.3.1 Introduction

Un moyen de prendre en compte la réflexion double qui peut se produire sur une surface, est d'itérer le modèle (modèle dit *local*) utilisé pour le calcul de la première réflexion. Dans la littérature, on parle alors de modèles *non locaux*. Ce calcul est nécessaire lorsque l'écart type des pentes devient supérieur à 0.4-0.5. La complexité des équations est alors accrue conduisant à une implantation numérique plus difficile.

Les modèles les plus connus sont :

- Le NLSSA (Non Local Small Slope Approximation) de Voronovich [20].
- Le WCA de Elfouhaily [21] étendu au second ordre et dénommé “NLWCA” (Non Local Weighted Curvature Approximation).
- L’AK du second ordre, dénommée “AK2”, développée par Ishimaru [22] et modifiée par C. Bourlier [23] et [24].
- Le FWM (Full Wave méthode) de Bahar [25].
- L’IEM (Integral Equation Method) de Fung [26].
- L’IEMM (Integral Equation Method Modified, version modifiée de Fung) de Hsieh [27] qui prend en compte la valeur absolue sur les hauteurs dans la décomposition de Weyl.
- L’IEMM de Chen [28] qui est une version modifiée de Hsieh et qui prend en plus en compte la valeur absolue dans l’expression des pentes.
- L’IEM2M (Integral Equation Method Modified) de Alvarez-Pérez [29] qui corrige les erreurs des précédentes versions.

Dans ce paragraphe, l’AK présentée précédemment, est alors étendue au second ordre (dénommée “AK2”) dans le but de calculer la contribution de la puissance diffusée par une surface rugueuse émanant de la seconde réflexion. De plus, afin de simplifier les expressions mathématiques, l’AOG est appliquée, conduisant à l’AOG du second ordre (dénommée “AOG2”). Le but est de prédire le phénomène du “Backscattering enhancement” (pic de rétrodiffusion). C’est un phénomène cohérent, se produisant au voisinage de la direction de rétrodiffusion (anti-spéculaire), et correspondant à une interférence constructive entre les faisceaux issus de la première et de la seconde réflexions. La formulation proposée est basée sur celle de Ishimaru et al. [22] avec les différences suivantes :

- Dans la représentation de Weyl, qui consiste à décomposer la fonction de Green en superposition d’ondes planes, Ishimaru et al. décomposent la phase selon la distance horizontale $|x_2 - x_1|$, tandis que nous la décomposons selon la différence de hauteur $|z_2 - z_1|$, comme dans le modèle IEM de Hsieh et al. [27].
- Une approche différente est utilisée pour calculer la fonction d’illumination avec double réflexion.
- Ishimaru et al. supposent que la surface obéit à un processus gaussien centré, tandis que notre formulation est valide pour un processus quelconque.
- Ishimaru et al. supposent une surface isotrope, tandis que nous considérons une surface anisotrope.
- Ishimaru et al. négligent la corrélation statistique entre les champs électriques émanant de la première et de la seconde réflexions. Ce terme est calculé rigoureusement dans ce document.

Ce travail a conduit à deux publications en revue [23] et [24]. L’article [24] est fourni en annexe F (présentation de la théorie, tandis que la seconde partie [23] présente des simulations). L’article [24] est résumé dans la seconde section et la dernière section présente des comparaisons avec une méthode exacte, basée sur la méthode des moments [57].

III.2.3.2 Expression du champ diffracté

Sous l’AK, dans les bases de polarisation de l’émetteur, \mathbf{e}_i , et du récepteur, \mathbf{e}_s , le champ diffracté du premier ordre (simple réflexion) en champ lointain est donné par (III.8). Ses composantes sont notées $E_{1s, e_s e_i}^\infty$.

En s'inspirant de (III.8), le champ diffracté en tout point du demi-espace s'écrit

$$E_{1s,e_s e_i} = jK_1 \int_{\Sigma_1} \mathbf{E}_i(\mathbf{R}_1) F_{e_s, e_i}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{1x}, \gamma_{1y}) G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) d\mathbf{r}_1, \quad (\text{III.32})$$

où $\mathbf{R}_n = \mathbf{r}_n + z(x_n, y_n)\hat{\mathbf{z}} = x_n\hat{\mathbf{x}} + y_n\hat{\mathbf{y}} + z_n\hat{\mathbf{z}}$ et $d\mathbf{r}_1 = dx_1 dy_1$. \mathbf{R}_1 indique la position d'un point arbitraire de la surface par rapport à une origine fixe, et \mathbf{R}_2 donne la position d'un point quelconque de l'espace qui peut se trouver sur la surface. $\gamma_{1x} = \frac{\partial z_1}{\partial x_1}$, $\gamma_{1y} = \frac{\partial z_1}{\partial y_1}$. En champ lointain, la fonction de Green scalaire $G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = e^{jK_1 R_\infty - j\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{R}_1} / (4\pi R_\infty)$. L'équation (III.8) est alors retrouvée.

Par la suite, la notation $\bar{\mathbf{E}}_{1s}$ représentera la matrice du champ diffracté au point $\mathbf{R}_2 \in \Sigma_1$ dont les éléments sont $\{E_{1s, e_s e_i}\}$. De la même manière, $\bar{\mathbf{F}}$ est la matrice des termes de polarisation dont les éléments sont $F_{e_s, e_i}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{1x}, \gamma_{1y})$.

Pour déterminer le champ diffracté issu de la seconde réflexion, l'AK est appliquée une seconde fois (figure III.5), conduisant à

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}}_{2s} &= jK_1 \int_{\Sigma_2} \bar{\mathbf{E}}_{1s} \bar{\mathbf{F}}(\hat{\mathbf{K}}_{-m}, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{2x}, \gamma_{2y}) G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}) d\mathbf{r}_2 \\ &= (jK_1)^2 E_0 \int_{\Sigma_1} \int_{\Sigma_1} \bar{\mathbf{F}}_m G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}) e^{j\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_1} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

avec

$$\bar{\mathbf{F}}_m(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_1; \gamma_2) = \bar{\mathbf{F}}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m; \gamma_1) \bar{\mathbf{F}}(\hat{\mathbf{K}}_{-m}, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_2), \quad (\text{III.34})$$

où $\gamma_i = [\gamma_{ix} \ \gamma_{iy}]$ ($i = \{1, 2\}$). $\bar{\mathbf{F}}_m$, qui est une matrice de dimension 2×2 , est obtenue à partir d'un produit matriciel. De plus, $\hat{\mathbf{K}}_m = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + m \cos \theta \hat{\mathbf{z}}$, où $m = \text{sign}(z_2 - z_1)$. En champ lointain, la fonction de Green scalaire $G(\mathbf{R}_2, \mathbf{R}) = e^{jK_1 R_\infty - j\mathbf{K}_s \cdot \mathbf{R}_2} / (4\pi R_\infty)$.

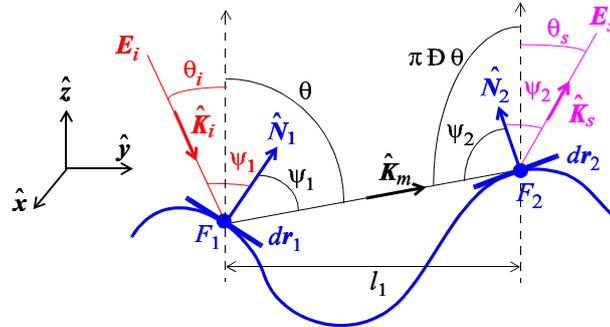


FIG. III.5 – Géométrie pour l'expression du champ électrique diffracté en champ lointain avec l'approximation de Kirchhoff du second ordre. l_1 est la distance horizontale séparant les points F_1 et F_2 .

D'après la représentation de Weyl, la fonction de Green scalaire peut être décomposée en somme d'ondes planes, conduisant à

$$G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \frac{j}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{q} \exp \{j [\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + q|z_2 - z_1|]\} d\mathbf{k}, \quad (\text{III.35})$$

avec

$$q = \begin{cases} \sqrt{k_1^2 - \mathbf{k}^2} & \text{si } k_1^2 \geq \mathbf{k}^2 \\ j\sqrt{\mathbf{k}^2 - k_1^2} & \text{si } k_1^2 < \mathbf{k}^2 \end{cases}. \quad (\text{III.36})$$

Dans (III.35), au lieu de prendre la valeur absolue sur la différence des hauteurs $|z_2 - z_1|$, Ishimaru et al. la prennent sur la distance horizontale $|x_2 - x_1|$, alors que dans la formulation de Bahar, aucune valeur absolue n'apparaît. Ishimaru et al. évitent de prendre la valeur absolue sur $|x_2 - x_1|$ afin de faciliter le calcul des espérances mathématiques sur les hauteurs de la surface. En revanche, si la représentation en $|x_2 - x_1|$ est utilisée, les intégrations analytiques sur $\{x_i\}$ ne sont plus possibles avec l'AOG pour le calcul du coefficient de diffusion incohérent. Dans ce cas, la décomposition en $|z_2 - z_1|$ est plus pertinente pour généraliser le calcul à un processus quelconque de la surface.

Afin d'éliminer la valeur absolue sur $|z_2 - z_1|$, la fonction de Green $G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ est décomposée comme

$$G(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = G_+(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) + G_-(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2), \quad (\text{III.37})$$

avec

$$G_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) = \frac{j}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{q} \exp\{j[\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + mq(z_2 - z_1)]\} d\mathbf{k}. \quad (\text{III.38})$$

G_+ correspond aux ondes se propageant vers les z croissants ($m = +1$ et $z_2 \geq z_1 \Rightarrow |z_2 - z_1| = z_2 - z_1$), tandis que G_- correspond aux ondes se propageant vers les z décroissants ($m = -1$ et $z_2 < z_1 \Rightarrow |z_2 - z_1| = -(z_2 - z_1)$). Ainsi, en substituant (III.38) dans (III.33), le champ issu de la seconde réflexion s'écrit en champ lointain

$$\bar{\mathbf{E}}_{2s}^\infty = \frac{j(jK_1)^2 E_0 e^{jK_1 R_\infty}}{4(2\pi)^3 R_\infty} (\bar{\mathbf{J}}_+ + \bar{\mathbf{J}}_-), \quad (\text{III.39})$$

avec

$$\bar{\mathbf{J}}_m = \int_{\Sigma_1} \int_{\Sigma_2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 d\mathbf{k} \bar{\mathbf{F}}_m(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_1; \gamma_2) \Xi_{2m}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) \exp\{j[\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_1 - \mathbf{K}_s \cdot \mathbf{R}_2 + \mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + mq(z_2 - z_1)]\}. \quad (\text{III.40})$$

$\Xi_{2m}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ est la fonction d'illumination du second ordre. $\Xi_{2m} = 1$, si un point de la surface de coordonnées \mathbf{R}_1 est illuminé par un faisceau de direction $\hat{\mathbf{K}}_i$, et si le rayon porté par la direction $\hat{\mathbf{K}}_m$ intercepte un point de la surface de coordonnées \mathbf{R}_2 , et si ce point est vu par un observateur porté par la direction $\hat{\mathbf{K}}_s$. Sinon, $\Xi_{2m} = 0$.

Afin de simplifier l'expression du champ diffracté, l'APS est appliquée. Avec $\varphi = \mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_1 - \mathbf{K}_s \cdot \mathbf{R}_2 + \mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) + mq(z_2 - z_1)$, elle consiste, comme dans le cas de la simple réflexion, à écrire que

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}_1} = 0 \Rightarrow \mathbf{k}_i - \mathbf{k} + (q_i - mq) \frac{\partial z_1}{\partial \mathbf{r}_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial z_1}{\partial \mathbf{r}_1} = \gamma_1^0 = -\frac{\mathbf{k} - \mathbf{k}_i}{mq - q_i} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{r}_2} = 0 \Rightarrow \mathbf{k} - \mathbf{k}_s + (mq - q_s) \frac{\partial z_2}{\partial \mathbf{r}_2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial z_2}{\partial \mathbf{r}_2} = \gamma_2^0 = -\frac{\mathbf{k}_s - \mathbf{k}}{q_s - mq} \end{array} \right., \quad (\text{III.41})$$

où $\mathbf{K}_{i,s} = \mathbf{k}_{i,s} + q_{i,s} \hat{\mathbf{z}}$. De plus les normales à la surface en \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 deviennent indépendantes des pentes et s'écrivent

$$\hat{\mathbf{N}}_1 = \hat{\mathbf{N}}_1^0 = \frac{\mathbf{K}_m - \mathbf{K}_i}{\|\mathbf{K}_m - \mathbf{K}_i\|} \quad \hat{\mathbf{N}}_2 = \hat{\mathbf{N}}_2^0 = \frac{\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_{-m}}{\|\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_{-m}\|}. \quad (\text{III.42})$$

Par conséquent dans (III.40), l'intégrande est indépendante des pentes de la surface et $\bar{\mathbf{F}}_m$ ne dépend plus que de $\{\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m, \hat{\mathbf{K}}_s\}$. C'est une variable déterministe. A noter que dans la

matrice $\bar{\mathbf{F}}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m; \gamma_1) = \bar{\mathbf{F}}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m; \gamma_1^0) = \bar{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m)$ est donnée par (A2) de [24] en fonction de $(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s)$. Le vecteur $\hat{\mathbf{K}}_s$ est alors substitué par $\hat{\mathbf{K}}_m$, qui est équivalent à permuter les angles $\{\theta_s, \phi_s\}$ par $\{\theta, \phi\}$ pour $m = +1$ et par $\{\pi - \theta, \phi\}$ pour $m = -1$. Dans $\bar{\mathbf{F}}(\hat{\mathbf{K}}_{-m}, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_2^0) = \bar{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{K}}_{-m}, \hat{\mathbf{K}}_s)$, le vecteur $\hat{\mathbf{K}}_i$ est alors remplacé par $\hat{\mathbf{K}}_{-m}$, qui est équivalent à permuter les angles $\{\theta_i, \phi_i\}$ par $\{\pi - \theta, \phi\}$ pour $m = +1$ et par $\{\theta, \phi\}$ pour $m = -1$. De plus, on peut montrer que $\bar{\mathbf{F}}_{1m}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m, \hat{\mathbf{K}}_s) = \bar{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m)\bar{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{K}}_{-m}, \hat{\mathbf{K}}_s)$ vérifie $\bar{\mathbf{F}}_{1+}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_+, \hat{\mathbf{K}}_s) = \bar{\mathbf{F}}_{1-}(\hat{\mathbf{K}}_s, \hat{\mathbf{K}}_-, \hat{\mathbf{K}}_i)$ qui assure le principe de réciprocité.

En zone lointaine, le champ réfléchi total issu de la première et de la seconde réflexions s'écrit

$$\bar{\mathbf{E}}_s^\infty = \bar{\mathbf{E}}_{1s}^\infty + \bar{\mathbf{E}}_{2s}^\infty, \quad (\text{III.43})$$

où le champ issu de la première réflexion et calculé avec l'APS est donné par (équation (III.8), dans laquelle $\gamma_1 = [\gamma_{1x} \ \gamma_{1y}] = -(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i)/(q_s - q_i)$)

$$\bar{\mathbf{E}}_{1s}^\infty = \frac{jK_1 E_0 e^{jK_1 R_\infty}}{4\pi R_\infty} \bar{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) \int_{\Sigma_1} \Xi(\mathbf{R}_1) \exp[j(\mathbf{K}_i - \mathbf{K}_s) \cdot \mathbf{R}_1] d\mathbf{r}_1. \quad (\text{III.44})$$

$\Xi(\mathbf{R}_1)$ est la fonction d'illumination du premier ordre. $\Xi(\mathbf{R}_1) = 1$ si un point de la surface de coordonnées \mathbf{R}_1 est vu à la fois par l'émetteur et le récepteur. Sinon, $\Xi(\mathbf{R}_1) = 0$.

Le coefficient de diffusion incohérent s'écrit alors

$$\sigma_{s, e_s e_i} = \frac{4\pi R_\infty^2 \left(\left\langle |E_{s, e_s e_i}^\infty|^2 \right\rangle - \left| \langle E_{s, e_s e_i}^\infty \rangle \right|^2 \right)}{\Sigma_1 |E_0|^2}, \quad (\text{III.45})$$

où

$$\begin{cases} \left\langle |E_{s, e_s e_i}^\infty|^2 \right\rangle = \left\langle |E_{1s, e_s e_i}^\infty|^2 \right\rangle + \left\langle |E_{2s, e_s e_i}^\infty|^2 \right\rangle + 2\Re \left[\langle E_{1s, e_s e_i}^\infty (E_{2s, e_s e_i}^\infty)^* \rangle \right] \\ \left| \langle E_{s, e_s e_i}^\infty \rangle \right|^2 = \left| \langle E_{1s, e_s e_i}^\infty \rangle \right|^2 + \left| \langle E_{2s, e_s e_i}^\infty \rangle \right|^2 + 2\Re \left(\langle E_{1s, e_s e_i}^\infty \rangle \langle E_{2s, e_s e_i}^\infty \rangle^* \right) \end{cases}. \quad (\text{III.46})$$

Pour un processus quelconque de la surface, nous allons détailler le calcul du premier terme $\left\langle |E_{1s, e_s e_i}^\infty|^2 \right\rangle$ car la détermination des autres est très similaire.

III.2.3.3 Coefficient de diffusion incohérent du premier ordre sous l'AOG

L'approximation de l'optique géométrique suppose que la puissance diffusée par la surface ne contribue que pour des points de la surface fortement corrélés comparativement aux longueurs de corrélation des hauteurs de la surface (L_{cx}, L_{cy}) . Ainsi la différence des hauteurs $z_2 - z_1 \approx \gamma_1 \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$. De plus, le terme cohérent $\left| \langle E_{1s, e_s e_i}^\infty \rangle \right|^2$ peut être négligé. Ainsi le coefficient de diffusion incohérent du premier ordre s'écrit

$$\bar{\sigma}_{1s}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{|K_1 \bar{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s)|^2}{4\pi} \int_{\Sigma_1} \langle \Xi_1(\mathbf{R}) \exp\{j[\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i + \gamma_1(q_s - q_i)] \cdot \mathbf{r}\} \rangle d\mathbf{r}. \quad (\text{III.47})$$

A noter que le module au carré sur la matrice $\bar{\mathbf{F}}_1$ agit sur les éléments de la matrice. La surface étant supposée stationnaire, l'opérateur espérance mathématique est indépendant de $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_1$. Il dépend uniquement de $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$. Ainsi, l'intégration sur \mathbf{r}' conduit à Σ_1 . Les

variables aléatoires sont γ_1 et Ξ_1 . D'après le théorème de Bayes, la DDP conjointe de $\{\gamma_1, \Xi_1\}$ peut s'écrire $p(\gamma_1, \Xi_1) = p_{2\gamma}(\gamma_1)p_c(\Xi_1|\gamma_1)$. De plus d'après Sancer [151]

$$p_c(\Xi_1|\gamma_1) = \bar{S}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s|\gamma_1)\delta(\Xi_1 - 1) + \left[1 - \bar{S}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s|\gamma_1)\right] \delta(\Xi_1), \quad (\text{III.48})$$

où δ est la fonction de Dirac. $\bar{S}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s|\gamma_1)$ est la fonction d'illumination bistatique moyennée sur les hauteurs d'un point arbitraire de la surface, sachant la pente en ce point. Nous avons montré que l'ombrage était très peu dépendant de la corrélation statistique. Par conséquent, la fonction \bar{S}_1 est supposée indépendante de \mathbf{r} . L'intégration de (III.47) sur \mathbf{r} conduit alors à

$$\bar{\sigma}_{1s}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \pi \left| K_1 \bar{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) \right|^2 \left\langle \bar{S}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s|\gamma_1) \delta(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i + \gamma_1[q_s - q_i]) \right\rangle. \quad (\text{III.49})$$

L'unique variable aléatoire est γ_1 . On obtient alors

$$\bar{\sigma}_{1s}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{\pi \left| K_1 \bar{\mathbf{F}}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) \right|^2}{(q_s - q_i)^2} p_{2\gamma}(\gamma_1^0) \bar{S}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s|\gamma_1^0), \quad (\text{III.50})$$

où

$$\gamma_1^0 = -\frac{\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i}{q_s - q_i}. \quad (\text{III.51})$$

La pente γ_1^0 correspond à la pente qui donne localement la direction spéculaire. Puisqu'avec l'AOG, l'angle local entre la normale à la surface et la direction $\hat{\mathbf{K}}_i$ n'excède pas $\pi/2$, dans la prise en compte de l'ombrage, la restriction sur les pentes est absente. Par conséquent $\bar{S}_1(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s|\gamma_1^0) = \bar{S}_b(\theta_i, \phi_i, \theta_s, \phi_s)$ qui correspond à la fonction d'illumination bistatique moyennée *uniquement* sur les hauteurs de la surface. D'après le paragraphe II.2.4, elle est donnée par $1/(1 + \Lambda_i + \Lambda_s)$ lorsque l'émetteur et le récepteur sont dans des plans différents ($\phi_s \neq \phi_i$ et $\phi_s \neq \pi + \phi_i$), et par l'équation (II.28) sans les termes $\{\Omega_{i\pm}, \Omega_{s\pm}\}$ dans le cas contraire. $\Lambda_{n\pm} = \Lambda_{\pm}(\theta_n, \phi_n)$ avec $n = \{i, s\}$ est donné par (II.24) avec les changements (II.44).

III.2.3.4 Coefficient de diffusion incohérent du second ordre sous l'AOG

Intéressons-nous tout d'abord au calcul du terme croisé, $\langle E_{1s, e_s e_i}^\infty (E_{2s, e_s e_i}^\infty)^* \rangle$, égal à la corrélation statistique entre le champ du premier, $E_{1s, e_s e_i}^\infty$, et du second, $E_{2s, e_s e_i}^\infty$, ordres. Le détail de son calcul est donné dans la section 3.2 de l'article [24]. Ainsi, si l'ombrage est pris en compte, il est montré que ce terme est nul. En effet, sous l'APS, les normales à la surface sont données par (III.42). De plus, l'AOG implique qu'au point F_2 , $\hat{\mathbf{K}}_{-m} = \hat{\mathbf{K}}_i$, et donc $\hat{\mathbf{N}}_1^0 = \mathbf{0} \Rightarrow \psi_1 = |\pi/2|$. Le point F_1 n'est donc pas vu par l'émetteur. Ishimaru et al. négligent ce terme sans aucune justification physique ou mathématique.

D'après (III.39), le coefficient de diffusion incohérent du second ordre peut se mettre sous la forme

$$\bar{\sigma}_{2s} = \frac{4\pi R_\infty^2 \left(\langle |\bar{\mathbf{E}}_{2s}^\infty|^2 \rangle - |\langle \bar{\mathbf{E}}_{2s}^\infty \rangle|^2 \right)}{\Sigma_1 |E_0|^2} = \bar{\sigma}_{2sc} + \bar{\sigma}_{2sa}. \quad (\text{III.52})$$

avec

$$\bar{\sigma}_{2sc} = \frac{|K_1|^4}{8(2\pi)^5 \Sigma_1} \left(\langle |\bar{\mathbf{J}}_+|^2 \rangle + \langle |\bar{\mathbf{J}}_-|^2 \rangle - |\langle \bar{\mathbf{J}}_+ \rangle|^2 - |\langle \bar{\mathbf{J}}_- \rangle|^2 \right), \quad (\text{III.53})$$

et

$$\bar{\sigma}_{2sa} = \frac{|K_1|^4}{8(2\pi)^5 \Sigma_1} \left(\langle \bar{\mathbf{J}}_+ \bar{\mathbf{J}}_- \rangle + \langle \bar{\mathbf{J}}_- \bar{\mathbf{J}}_+ \rangle - \langle \bar{\mathbf{J}}_+ \rangle \langle \bar{\mathbf{J}}_- \rangle - \langle \bar{\mathbf{J}}_- \rangle \langle \bar{\mathbf{J}}_+ \rangle \right). \quad (\text{III.54})$$

$\bar{\sigma}_{2sc}$ correspond à la contribution des ondes coïncidentes et $\bar{\sigma}_{2sa}$ à celle des ondes anticoïncidentes (figure III.6). La dénomination “ondes coïncidentes” vient du fait que les rayons se propagent dans le même sens et qu'ils sont quasiment parallèles (cas a_1 et a_2 de la figure III.6). La dénomination “ondes anticoïncidentes” vient du fait que les rayons se propagent dans des sens opposés et qu'ils sont quasiment parallèles (cas b_1 et b_2 de la figure III.6). Les traits en pointillés correspondent à l'onde conjuguée. Par exemple dans le terme $\langle |\bar{\mathbf{J}}_+(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 \rangle = \langle \bar{\mathbf{J}}_+(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \bar{\mathbf{J}}_+^*(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \rangle$, $\bar{\mathbf{J}}_+^*(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4)$ est le conjugué de $\bar{\mathbf{J}}_+(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$.

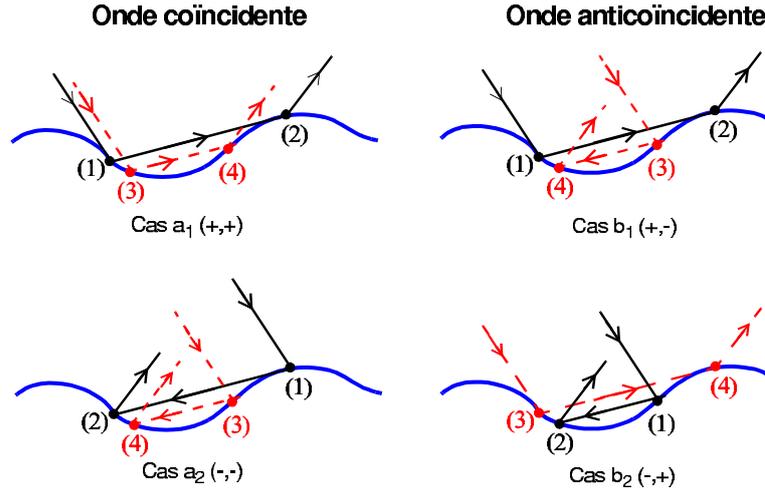


FIG. III.6 – Illustration des ondes coïncidentes et anticoïncidentes pour le calcul du coefficient de diffusion incohérent du second ordre.

Pour le cas *coïncident*, l'application de l'AOG conduit aux hypothèses suivantes :

1. $z_3 - z_1 \approx \gamma_1 \cdot (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) = \gamma_1 \cdot \mathbf{r}_{31}$.
2. $z_2 - z_4 \approx \gamma_2 \cdot (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_4) = \gamma_2 \cdot \mathbf{r}_{24}$.
3. Changements de variables :

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{31} = \mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_1 & \mathbf{R}_{24} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_4 \\ \mathbf{R}_{p1} = (\mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_1)/2 & \mathbf{R}_{p2} = (\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_4)/2 \end{cases} \quad (\text{III.55})$$

4. Dans la décomposition de Weyl (III.38), les ondes non propagatives correspondant à $\|\mathbf{k}\|/K_1 > 1$ ($K_1 \in \mathbb{R}^+$), sont omises. On montre alors (annexe D de [24])

$$\begin{aligned} G_m(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2) &= \frac{jK_1}{8\pi^2} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} \exp \left\{ jK_1 [(x_2 - x_1) \sin \theta \cos \phi + \right. \\ &\quad \left. (y_2 - y_1) \sin \theta \sin \phi + m(z_2 - z_1) \cos \theta] \right\} d\phi. \end{aligned} \quad (\text{III.56})$$

5. Les termes cohérents $|\langle \bar{\mathbf{J}}_+ \rangle|^2$ et $|\langle \bar{\mathbf{J}}_- \rangle|^2$ sont nuls.

On montre alors

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{2sc} &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \int_0^{\pi/2} \sin \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\phi' \\ &\quad |\langle \exp [jm(q - q')z] \rangle|^2 \bar{S}_2(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}'_m, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{1c}^0, \gamma_{2c}^0) \hat{S}_p(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \\ &\quad \times \begin{cases} \bar{\sigma}_{1s}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}'_m) \bar{\sigma}_{1s}(\hat{\mathbf{K}}'_{-m}, \hat{\mathbf{K}}_s) \\ \pi^2 |k_1^4| \left| \bar{\mathbf{F}}_{1m}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}'_m, \hat{\mathbf{K}}_s) \right|^2 \\ \frac{1}{(mq' - q_i)^2 (q_s - mq')^2} p_{2\gamma}(\gamma_{1c}^0) p_{2\gamma}(\gamma_{2c}^0) \end{cases}, \end{aligned} \quad (\text{III.57})$$

où

$$\gamma_{1c}^0 = -\frac{\mathbf{k}' - \mathbf{k}_i}{mq' - q_i} \quad \gamma_{2c}^0 = -\frac{\mathbf{k}_s - \mathbf{k}'}{q_s - mq'} \quad \left\{ \begin{array}{l} q_i = -K_1 \cos \theta_i \quad q_s = +K_1 \cos \theta_s \\ q = +K_1 \cos \theta \quad q' = +K_1 \cos \theta' \end{array} \right. , \quad (\text{III.58})$$

et

$$\hat{S}_p(\mathbf{u}) = \frac{|K_1|^2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_p(\mathbf{r}) \exp(j\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (\text{III.59})$$

A noter que le module au carré sur la matrice $\bar{\mathbf{F}}_{1m}$ agit sur les éléments de la matrice. L'équation (III.57) montre que $\bar{\sigma}_{2sc}$ peut être défini comme le produit *matriciel* de deux coefficients de diffusion élémentaires du premier ordre exprimés aux points F_1 et F_2 .

$\bar{S}_2(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{1c}^0, \gamma_{2c}^0)$ est la fonction d'illumination bistatique du second ordre moyennée sur $z = z_2 - z_1$, sachant les pentes $\{\gamma_{1c}^0, \gamma_{2c}^0\}$. Comme dans le cas de la simple réflexion, la connaissance de $\{\gamma_{1c}^0, \gamma_{2c}^0\}$ implique qu'il n'y a pas de restriction sur les pentes. En d'autres termes, $|\cos \psi_1| \leq 1$ et $|\cos \psi_2| \leq 1$ (figure III.5). Par conséquent, $\bar{S}_2(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{1c}^0, \gamma_{2c}^0)$ est égale à la fonction d'illumination avec double réflexion moyennée *uniquement* sur les hauteurs z_2 et z_1 de la surface. Son calcul a fait l'objet du paragraphe II.2.5.

Dans $\hat{S}_p(\mathbf{u})$ (dans [24], $\chi_t(\mathbf{u}) = 4\hat{S}_p(\mathbf{u})$), $S_p(\mathbf{r})$ est appelée par Ishimaru "tapering function", qui peut être traduit par "fonction d'apodisation". Physiquement, elle caractérise le fait que les distances $x_2 - x_1$ et $y_2 - y_1$ sont des grandeurs finies. En d'autres termes, le rayon émanant de la première réflexion se propage sur une distance *finie* avant d'intercepter la surface. Par construction, la fonction $\hat{S}_p(\mathbf{u})$ caractérise la diffraction par un plan dont la fonction d'éclairement est $S_p(\mathbf{r})$.

Si $S_p(\mathbf{r}) = 1 \forall \mathbf{r}$, alors $\hat{S}_p(\mathbf{u}) = |K_1|^2 \delta(\mathbf{u})$ et les intégrations sur $\{\theta', \phi'\}$ conduisent alors à $|K_1|^2 / |K_1|^2 = 1$ ($\mathbf{k} = \mathbf{k}'$), réduisant le nombre d'intégrations à deux. Si la fonction $S_p(\mathbf{r})$ est une porte de largeurs $\{2L_m\}$ selon les directions (Ox, Oy) , alors $\hat{S}_p(\mathbf{u}) = (|K_1|L_m/\pi)^2 [\text{sinc}(\|\mathbf{u}\|L_m)]^2$. La contribution majeure est alors donnée pour $\|\mathbf{u}\| \leq \pi/L_m$ (premier zéro de la fonction sinus cardinal).

Pour un processus gaussien centré, on a $|\langle \exp[jm(q - q')z] \rangle|^2 = \exp[-(\cos \theta - \cos \theta')^2 (K_1 \sigma_z)^2]$. De plus, pour être consistant avec l'AOG, $K_1 \sigma_z \gg 1$ (dans le cas de l'air $K_1 = K_0$), l'intégrande contribue alors si $\cos \theta \approx \cos \theta' \Rightarrow |\theta| \approx |\theta'|$. Les rayons sont alors parallèles (cas a_1 et a_2 de la figure III.6).

En conclusion, la contribution de l'intégrande va résulter d'un compromis entre les produits $K_1 \sigma_z$ et $K_1 L_m$, où L_m est une distance moyenne horizontale (définie dans le plan (Ox, Oy)) entre la première et la seconde réflexions. Nous reviendrons sur son calcul pour la prédiction du pic de rétrodiffusion.

En suivant le même raisonnement que pour les ondes coïncidentes, la contribution des ondes anticoïncidentes est donnée par

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{2sa} &= \frac{1}{4\pi} \left\{ \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \int_0^{\pi/2} \sin \theta' d\theta' \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{2\pi} d\phi' \right. \\ &\quad \left| \langle \exp \{ j [m(q - q') - q_i - q_s] z \} \rangle \right|^2 \bar{S}_2(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}'_-, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{1a}^0, \gamma_{2a}^0) \hat{S}_p(\mathbf{k} + \mathbf{k}' - \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_s) \\ &\quad \times \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_{1s}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}'_m) \bar{\sigma}_{1s}(\hat{\mathbf{K}}'_-, \hat{\mathbf{K}}_s) \\ \frac{\pi^2 |k_1^4| |\bar{\mathbf{F}}_{1m}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}'_m, \hat{\mathbf{K}}_s)|^2}{(q' + q_i)^2 (q_s + q')^2} p_{2\gamma}(\gamma_{1a}^0) p_{2\gamma}(\gamma_{2a}^0) \end{array} \right. , \end{aligned} \quad (\text{III.60})$$

où

$$\gamma_{1a}^0 = \gamma_{1c}^0 \quad \gamma_{2a}^0 = \gamma_{2c}^0 \quad . \quad (\text{III.61})$$

L'expression est donc très similaire à celle obtenue pour les ondes coïncidentes; les arguments de \hat{S}_p et $|\langle \exp(\dots) \rangle|^2$ sont différents. La fonction d'illumination du second ordre, $\bar{S}_2(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}'_-, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{1a}^0, \gamma_{2a}^0)$, est égale à la fonction d'illumination du second ordre moyennée uniquement sur les hauteurs. La contribution majeure de l'intégrande s'obtient au voisinage de $\hat{\mathbf{K}}_+ + \hat{\mathbf{K}}'_- - \hat{\mathbf{K}}_i - \hat{\mathbf{K}}_s \approx \mathbf{0}$. D'après la figure III.6 (cas b_1 et b_2), les rayons sont quasiment anti-parallèles, impliquant que $\hat{\mathbf{K}}'_- \approx -\hat{\mathbf{K}}_+ \Rightarrow \hat{\mathbf{K}}_i + \hat{\mathbf{K}}_s \approx \mathbf{0} \Rightarrow \hat{\mathbf{K}}_s \approx -\hat{\mathbf{K}}_i$ correspondant à la direction de rétrodiffusion ($\theta_s = \theta_i$ et $\phi_s = \pi + \phi_i$). Ceci conduit à l'observation d'un pic de rétrodiffusion. Il correspond physiquement à une interférence constructive entre les faisceaux émanant de la première et de la seconde réflexions.

Les équations (III.57) et (III.60) sont valides pour un processus quelconque de la surface, contrairement au modèle de Ishimaru et al. qui est applicable pour un processus gaussien centré de la surface.

III.2.3.5 Discussion sur le calcul de la longueur horizontale L_m

L_m peut être assimilée à une distance horizontale $l_1 = (z_2 - z_1)/\cot \theta = z/\mu$ (figure III.5) moyenne séparant les points F_1 et F_2 de la première et de la seconde réflexions. Pour la calculer, Ishimaru et al. [22] identifient cette valeur comme étant la durée moyenne d'un évanouissement qui se produit lors de la propagation dans un canal de communications. Ainsi, ils montrent que pour un processus gaussien de fonction d'autocorrélation des hauteurs gaussienne

$$\frac{L_m(z_m)}{L_c} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \exp\left(\frac{z_m^2}{2\sigma_z^2}\right) \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{z_m}{\sqrt{2}\sigma_z}\right)\right], \quad (\text{III.62})$$

où la différence des hauteurs $z_m = |z_2 - z_1|$ est de l'ordre de σ_z . De plus, z_m est choisie égale à $z_m = \sqrt{2}\sigma_z$ telle que le critère de la conservation de l'énergie sur une surface 1D parfaitement conductrice soit vérifié. Ceci conduit à $L_m(z_m) = 11.13L_c$. De plus, sans justification physique ou mathématique, Ishimaru et al. posent $S_p(\mathbf{r}) = \exp(-\mathbf{r}^2/L_m^2)$. Bahar [25] prend $S_p(\mathbf{r}) = 1$ si $\|\mathbf{r}\| \in [-L_m; L_m]$, sinon 0. D'après (III.59), $\hat{S}_p(\mathbf{u})$ s'écrit donc

$$\hat{S}_p(\mathbf{u}; L_m) = \begin{cases} \frac{|K_1|^2 L_m^2}{4\pi} \exp\left(-\frac{L_m^2 \mathbf{u}^2}{2}\right) & \text{Ishimaru} \\ \left(\frac{|K_1| L_m}{\pi}\right)^2 [\operatorname{sinc}(\|\mathbf{u}\| L_m)]^2 & \text{Bahar} \end{cases} \quad (\text{III.63})$$

La distribution théorique de l_1 peut être calculée théoriquement à l'aide de la fonction d'illumination statistique. Pour simplifier, intéressons-nous au cas d'une surface 1D en configuration monostatique. D'après le paragraphe II.2.5, la fonction d'illumination statistique est alors donnée par (équation (II.51) avec notation actualisée)

$$S_{2m}(\theta_i, \theta | F_1, F_2) = \Upsilon(\mu_i - s_i \gamma_1) F(z_1)^{\Lambda_{s_i}(\mu_i)} \Upsilon(\mu - m \gamma_2) \left\{ 1 - \left[\frac{F(z_1)}{F(z_2)} \right]^{m \Lambda_m(\mu)} \right\}, \quad (\text{III.64})$$

avec $F(z) = P_z(z) - P_z(-\infty)$ (fonction de répartition des hauteurs), $\mu_i = |\cot \theta_i|$, $s_i = \operatorname{sign}(\theta_i)$, $\mu = |\cot \theta|$, $m = \operatorname{sign}(z_2 - z_1) = \operatorname{sign}(\cos \theta) = \pm 1$, $z_2 = z_1 + m \mu l_1$ ($l_1 > 0$).

Pour un processus gaussien centré, $F(z) = [1 + \operatorname{erf}(z/(\sqrt{2}\sigma_z))]/2$. On montre alors que la DDP de l_1 est donnée pour $\theta_i < 0$ (le faisceau incident vient de la gauche) par

$$p_{l_1}(l_1) = \frac{p_l(l_1)}{\int_0^{+\infty} p_l(l) dl}, \quad (\text{III.65})$$

où

$$p_l(l) = \frac{l\sqrt{2}\sigma_z}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-h_1^2 - h_2^2} dh_1 \int_{-v_i}^{+\infty} \frac{1 + \operatorname{erf}(v)}{2|\cot \theta|} f_m(h_1, h_2) e^{-\zeta_1^2} d\zeta_1, \quad (\text{III.66})$$

et

$$f_m(h_1, h_2) = F(h_1)^{\Lambda_-(\mu_i)} \begin{cases} 1 - \left[\frac{F(h_1)}{F(h_1 + h)} \right]^{\Lambda_+(\mu)} & h_2 = h_1 + h \quad \text{si } m = +1 \\ 1 - \left[\frac{F(h_1 - h)}{F(h_1)} \right]^{\Lambda_-(\mu)} & h_2 = h_1 - h \quad \text{si } m = -1 \end{cases}. \quad (\text{III.67})$$

Les changements de variables $h_{1,2} = z_{1,2}/(\sqrt{2}\sigma_z)$ et $\zeta_1 = \gamma_1/(\sqrt{2}\sigma_\gamma)$ ont été utilisés conduisant à $F(h) = [1 + \operatorname{erf}(h)]/2$. De plus, $\theta(\zeta_1) = 2 \arctan(\zeta_1 \sqrt{2}\sigma_\gamma) - \theta_i$, $v = |\cot \theta|/(\sqrt{2}\sigma_\gamma)$ et $v_i = |\cot \theta_i|/(\sqrt{2}\sigma_\gamma)$.

La figure III.7 présente la DDP de la longueur horizontale $l_1 = (z_2 - z_1)/\cot \theta$ normalisée par L_c d'une surface 1D de distribution et de corrélation des hauteurs gaussiennes. L'écart type des pentes $\sigma_\gamma = \{0.5, 1\}$ est supérieur à 0.5 car la double diffusion sous l'AK contribue significativement au-dessus de cette valeur. Entre parenthèses figurent respectivement, la valeur moyenne et l'écart type de l_1/L_c . Les trois courbes correspondent à la :

- DDP calculée à partir de (III.65) (approche analytique), dénotée dans la légende par “AN”.
- DDP calculée à partir d'une méthode de Monte Carlo (solution de référence), dénotée dans la légende par “MC”.
- DDP de l'approche analytique modélisée par une distribution de Rayleigh, dénotée dans la légende par “AN : Rayleigh”. L'écart type $\sigma_{l_1} = m_{l_1} \sqrt{2/\pi}$ est déterminé à partir de la valeur moyenne m_{l_1} .

On observe une bonne concordance entre les résultats analytiques et la distribution de Rayleigh. En revanche, les résultats issus de la méthode de Monte Carlo et de l'approche analytique diffèrent. En particulier, la valeur moyenne et l'écart type prédits par la méthode de MC sont supérieurs à ceux obtenus avec la formulation analytique. En fait, avec la méthode de Monte Carlo, la distribution croît très vite puis décroît plus lentement après le passage du maximum. A ma connaissance, c'est la première fois qu'une distribution théorique de l_1 est proposée.

Ishimaru et Bahar n'avaient pas les moyens de la calculer, car ils ne disposaient pas de la fonction d'illumination *statistique* avec double réflexion. En fait, comme il a été dit dans le paragraphe II.2.5, la fonction d'illumination proposée par ces auteurs était obtenue de manière semi-empirique à partir de la fonction d'illumination simple réflexion *moyennée* sur les hauteurs de la surface.

De plus, la figure III.7 montre des niveaux similaires entre les solutions analytique et numérique. Lors du calcul de la fonction d'illumination avec double réflexion moyennée sur les hauteurs et sur les pentes, les figures II.25 et II.26 révélaient une différence importante de niveaux entre les résultats issus de la méthode de Monte Carlo et de l'approche analytique. Cette différence disparaît sur la DDP de l_1 , car elle est calculée à partir d'un ratio.

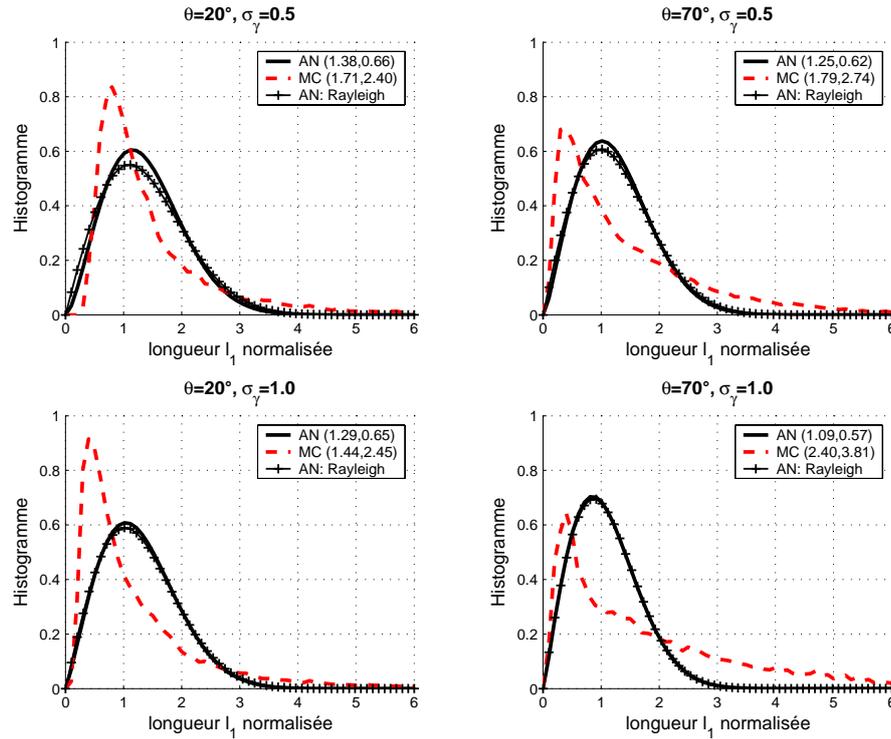


FIG. III.7 – DDP de la longueur horizontale $l_1 = (z_2 - z_1)/\cot \theta$ normalisée par L_c d’une surface 1D de distribution et de corrélation des hauteurs gaussiennes. Entre parenthèses figurent respectivement, la valeur moyenne et l’écart type de l_1/L_c .

En fait, dans les expressions (III.60) et (III.57), il est supposé que $\langle \exp(jQz) \times \hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1) \rangle = \langle \exp(jQz) \rangle \langle \hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1) \rangle \langle S_2(\cdots; z) \rangle$ avec $z = z_2 - z_1$ ($l_1 = z/\cot \theta$). A noter que cette hypothèse implique que le phénomène d’ombrage est pris deux fois en compte via $\langle \hat{S}_p(\mathbf{u}; z/\cot \theta) \rangle$ et $\langle S_2(\cdots; z) \rangle$. Nous verrons son impact lors des simulations. De plus, $\langle \hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1) \rangle = \hat{S}_p(\mathbf{u}; \langle l_1 \rangle \propto L_m)$, où L_m est une valeur moyenne de $l_1 = z/\cot \theta$, qui est de l’ordre de quelques unités de la longueur de corrélation. Cette approximation simplifie grandement les calculs.

Afin de comprendre pourquoi Ishimaru et al. posent $S_p(\mathbf{r}) = \exp(-\mathbf{r}^2/L_m^2)$ avec $L_m \approx 11.13L_c$, nous avons calculé à l’aide d’une méthode de Monte Carlo la moyenne $\langle \hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1) \rangle = \hat{f}(\mathbf{u})$, où $\hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1)$ est donnée par (III.63) (formulation de Bahar). A noter que Ishimaru et al. sous-entendent que la fonction $\hat{f}(\mathbf{u})$ soit égale à $\hat{S}_p(\mathbf{u}; L_m)$, exprimée par (III.63).

La figure III.8 présente la valeur moyenne $\langle \hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1) \rangle$ normalisée par $(|K_1|L_c)^2$ en fonction de $\|\mathbf{u}\| = u$.

Les trois courbes correspondent :

- A la valeur moyenne calculée à l’aide d’une méthode de Monte Carlo, correspondant dans la légende à “MC”.
- A la valeur moyenne modélisée par une exponentielle $\hat{f}(u) = A_E \exp[-(uL_{mE}/2)^{0.6}]$, correspondant dans la légende à “Exp”. Les valeurs de $\{A_E, L_{mE}\}$ sont calculées à l’aide d’une régression. La longueur L_{mE} est donnée entre parenthèses.

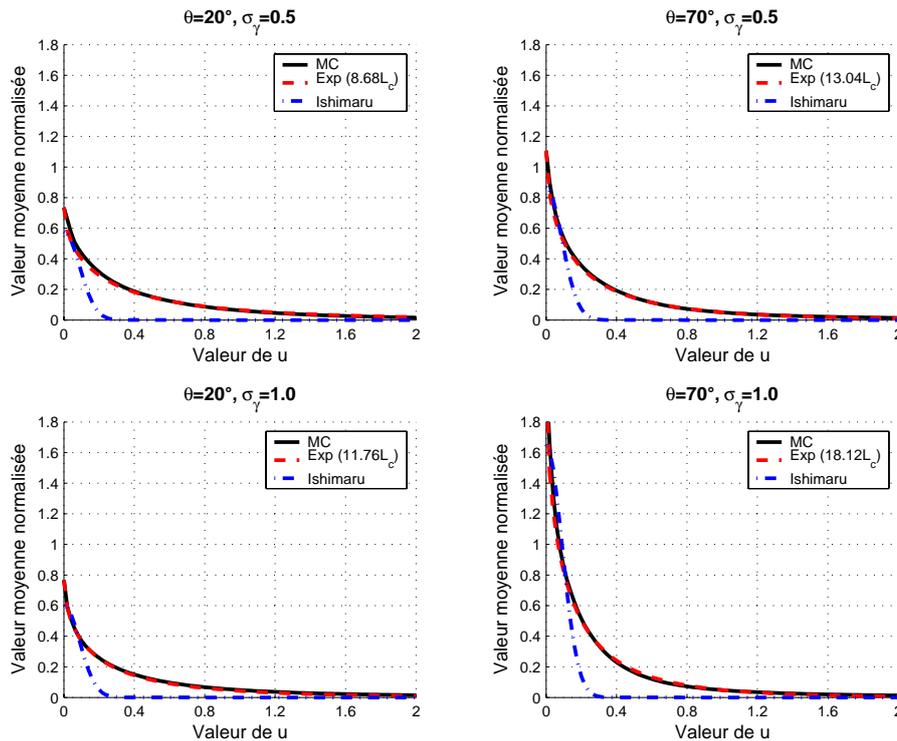


FIG. III.8 – Valeur moyenne $\langle \hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1) \rangle$ normalisée par $(|K_1|L_c)^2$ en fonction de $\|\mathbf{u}\|$.

- Au modèle de Ishimaru et al., $\hat{f}(u) = A_G \exp(-u^2 L_m^2/2)$, dans lequel $L_{mI} = 11.13L_c$ et $A_G = A_E \pi/4$ (d’après (III.63)).

On observe qu’au voisinage de zéro les résultats issus d’une régression par une loi exponentielle et du modèle de Ishimaru et al. sont similaires à ceux obtenus par une méthode de Monte Carlo. De plus, les valeurs de L_m sont proches de celles utilisées par Ishimaru. La contribution des intégrandes des équations (III.60) et (III.57) sont significatives lorsque l’argument de la fonction \hat{S}_p est proche de zéro, correspondant sur la figure III.8 à $u \approx 0$. Ceci explique donc en partie le choix de Ishimaru et al. de poser $\hat{f}(u) = \hat{S}_p(u) = A_G \exp(-u^2 L_m^2/2)$ avec $L_m = 11.13L_c$.

Au final, pour les simulations, l’approche de Ishimaru bien qu’approximative est retenue pour le calcul de $\hat{S}_p(u)$. En effet, contrairement au profil exponentiel, le profil gaussien permet d’effectuer une intégration analytiquement (section suivante). En revanche, nous conserverons la fonction d’illumination du second ordre calculée dans le paragraphe II.2.5.

III.2.3.6 Simulations pour une DDP gaussienne centrée

Les calculs de $\bar{\sigma}_{2sc}$ et $\bar{\sigma}_{2sa}$ exprimés par (III.57) et (III.60) nécessitent quatre intégrations numériques imbriquées sur $\{\theta', \phi', \theta, \phi\}$. Dans (III.57) et (III.60), l’intégrande dépend de ϕ via uniquement la fonction $\hat{S}_p(\mathbf{u}) = |K_1|^2 L_m^2 \exp(-L_m^2 u^2/2)/(4\pi)$. On montre alors que son intégration sur ϕ conduit à

$$\int_0^{2\pi} \hat{S}_p d\phi = \frac{(|K_1|L_m)^2}{2} \exp\left[-\frac{L_m^2}{2} (k_1^2 \sin^2 \theta + \alpha^2 + \beta^2)\right] I_0\left(K_1 L_m^2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \sin \theta\right), \quad (\text{III.68})$$

avec

$$\begin{cases} \alpha = -k'_x & \beta = -k'_y & \text{Cas coïncident} \\ \alpha = k'_x - k_{ix} - k_{sx} & \beta = k'_y - k_{iy} - k_{sy} & \text{Cas anticoïncident} \end{cases} \quad (\text{III.69})$$

I_0 est la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre 1. Les trois autres intégrations sont effectuées numériquement. Les simulations suivantes supposent que la surface obéit à un processus gaussien centré. De plus, l'émetteur et le récepteur sont dans un même plan et $\phi_i = \phi_s = 0$. Les directions spéculaire et anti-spéculaire (ou de rétrodiffusion) sont alors définies respectivement par $\theta_s = \theta_i$ et $\theta_s = -\theta_i$.

• *Effet de la distance moyenne L_m*

La figure III.9 présente les coefficients de diffusion incohérents du premier et du second ordres en fonction de l'angle d'observation θ_s . La ligne verticale indique la direction de rétrodiffusion. La surface est supposée parfaitement conductrice, isotrope, dont les écarts type des pentes $\{\sigma_{\gamma_x}, \sigma_{\gamma_y} = \sigma_{\gamma_x}\}$ et le ratio σ_z/λ_0 sont donnés en titre de chaque sous-figure. De plus, sont mentionnés la polarisation (VV ou VH) et la valeur de l'angle d'incidence θ_i . On peut montrer que pour une surface parfaitement conductrice, sous l'approximation de l'optique géométrique, $\sigma_{1s,HH} = \sigma_{1s,VV}$, $\sigma_{1s,VH} = \sigma_{1s,HV}$, $\sigma_{2s,HH} = \sigma_{2s,VV}$, $\sigma_{2s,VH} = \sigma_{2s,HV}$. Dans la légende, "1" correspond à la contribution du premier ordre ($\bar{\sigma}_{1s}$) et "1+2" aux contributions des premier et second ordres ($\bar{\sigma}_{1s} + \bar{\sigma}_{2s} = \bar{\sigma}_{1s} + \bar{\sigma}_{2sc} + \bar{\sigma}_{2sa}$). De plus, entre parenthèses est donné le rapport L_m/L_c .

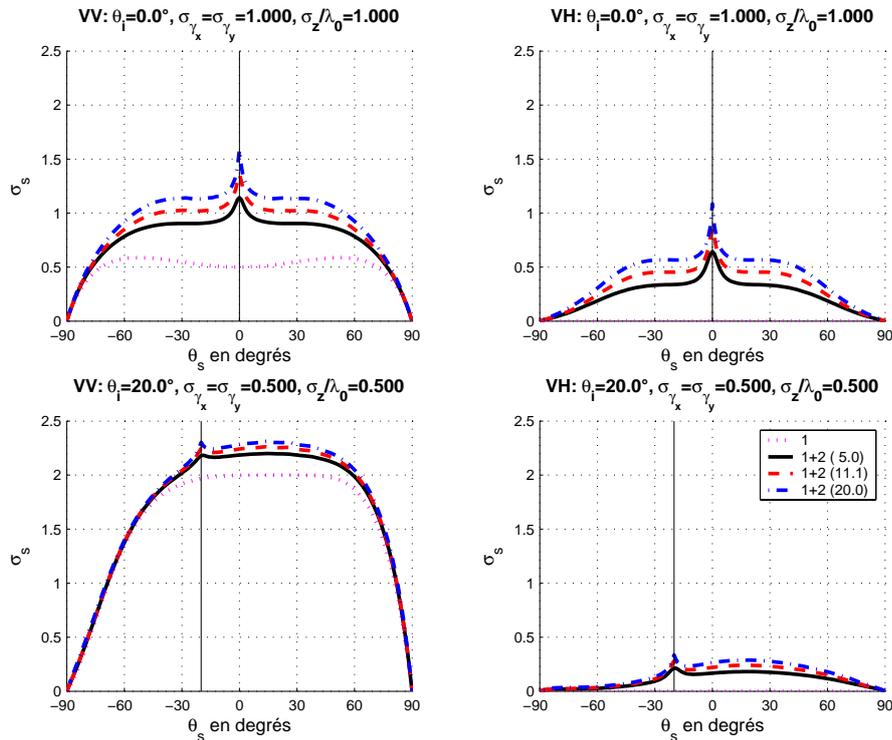


FIG. III.9 – Coefficients de diffusion incohérents du premier et du second ordres (influence de L_m) en fonction de l'angle d'observation θ_s . La surface est supposée parfaitement conductrice et isotrope.

Dans la direction de rétrodiffusion est observé un maximum local appelé en anglais le "backscattering enhancement". Numériquement il est donné par la contribution des ondes *anticoïnci-*

dentés, correspondant à $\bar{\sigma}_{2sa}$. Le niveau du pic augmente avec la longueur L_m et sa largeur varie peu selon L_m . La contribution du second ordre est proportionnelle aux écarts type des pentes. En effet, pour $\sigma_{\gamma_x} = \sigma_{\gamma_y} = 0.5$, sa contribution est faible devant le premier ordre. La prise en compte de la deuxième réflexion implique un coefficient de diffusion non nul en polarisation croisée. En effet, lorsque l'émetteur et le récepteur sont dans un même plan ($\phi_s = \phi_i$ ou $\phi_s = \phi_i + \pi$), alors $\sigma_{1s,VH} = \sigma_{1s,HV} = 0$. De plus, on peut observer que les niveaux en polarisation croisée peuvent être du même ordre de grandeur que ceux obtenus en polarisation VV .

Lorsque le récepteur et l'émetteur ne sont pas dans un même plan ($\phi_s \neq \phi_i$), des simulations, non reportées dans ce document, montrent que le coefficient de diffusion incohérent $\bar{\sigma}_{1s} + \bar{\sigma}_{2s}$ augmente en polarisation croisée car $\bar{\sigma}_{1s,VH} \neq 0$ tandis qu'il décroît en polarisation VV .

Dans la suite, le ratio L_m/L_c est fixé à 11.13 et la surface est supposée isotrope ($\sigma_{\gamma_x} = \sigma_{\gamma_y}$).

• *Comparaison avec une méthode exacte : influence de θ_i*

Les figures III.10, III.11 et III.12 comparent le coefficient de diffusion incohérent $\bar{\sigma}_{1s} + \bar{\sigma}_{2s}$ avec les résultats issus d'une méthode exacte basée sur la méthode des moments et combinée à une méthode rapide d'inversion matricielle nommée FB-NSA (Forward Backward-Naval Spectra Acceleration) par ces auteurs [56] (voir section IV.3.5). La surface est supposée parfaitement conductrice et isotrope. $\sigma_z/\lambda_1 = 1$, $\sigma_{\gamma_x} = \sigma_{\gamma_y} = 1$. De plus, $\theta_i = 0$ sur la figure III.10, $\theta_i = 40^\circ$ sur la figure III.11 et $\theta_i = 70^\circ$ sur la figure III.12.

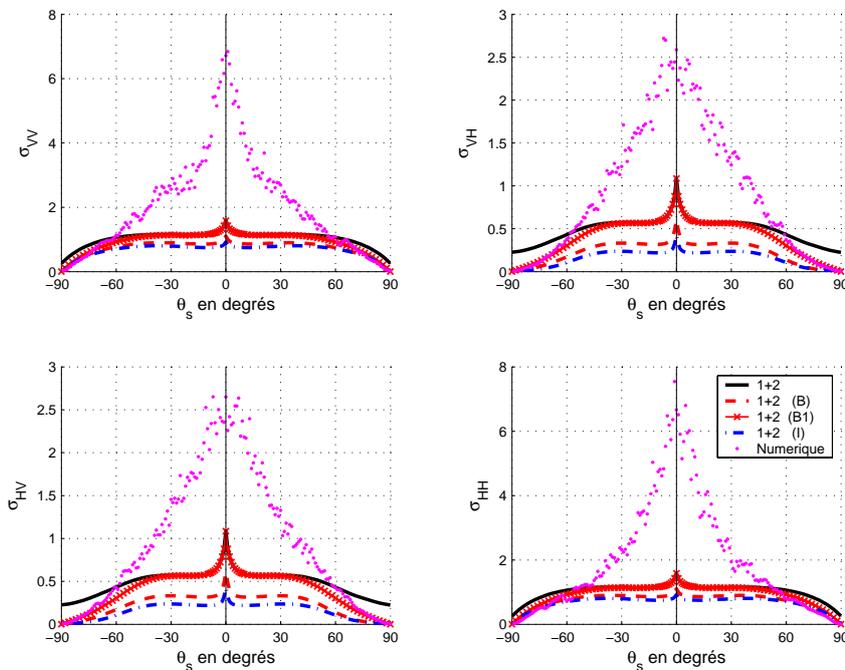


FIG. III.10 – Comparaison du coefficient de diffusion incohérent $\bar{\sigma}_{1s} + \bar{\sigma}_{2s}$ avec celui issu d'une méthode exacte. La surface est supposée parfaitement conductrice et isotrope. $\sigma_z/\lambda_1 = 1$, $\sigma_{\gamma_x} = \sigma_{\gamma_y} = 1$ et $\theta_i = 0$.

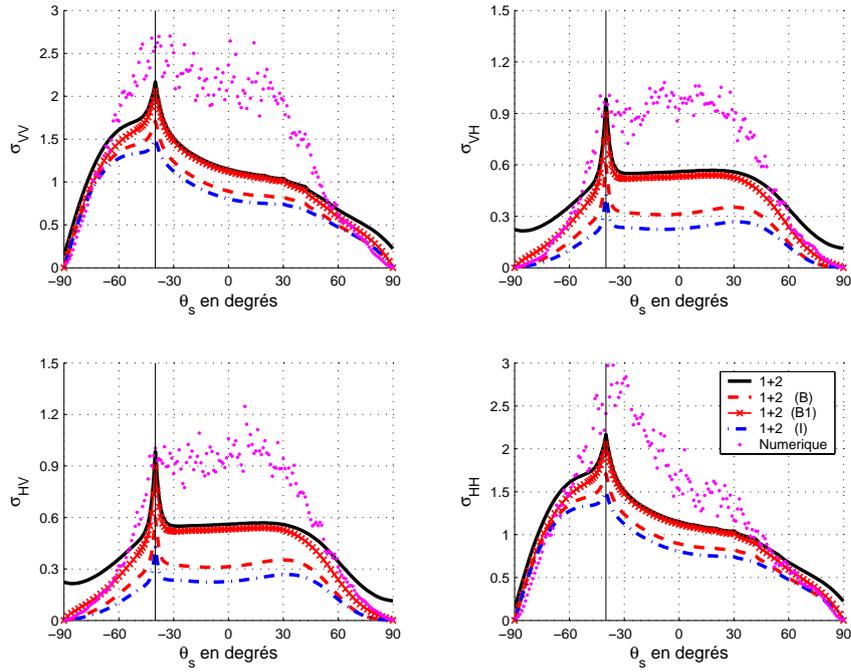


FIG. III.11 – Même variation que sur la figure III.10 mais $\theta_i = 40^\circ$.

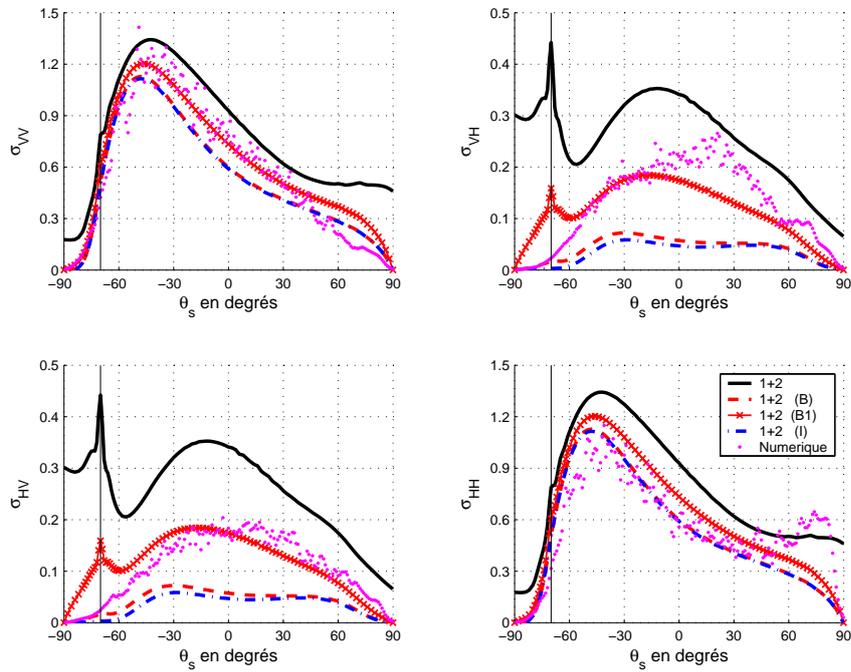


FIG. III.12 – Même variation que sur la figure III.10 mais $\theta_i = 70^\circ$.

Les cinq courbes correspondent à :

- “1+2”, dans le calcul de $\bar{\sigma}_{2s}$, l’ombrage n’est pas pris en compte.
 - “1+2 (B)”, dans le calcul de $\bar{\sigma}_{2s}$, l’ombrage est pris en compte à partir de notre formulation.
- La fonction d’illumination s’écrit alors pour les ondes coïncidentes et anticoïncidentes avec

$$\theta_i \leq 0$$

$$\begin{aligned} & \phi_s = \phi_i \\ & \bar{S}_{2m}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{1c,1a}^0, \gamma_{2c,2a}^0) = \\ & \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\Lambda_m}{(1 + \Lambda_{i-})(1 + \Lambda_m + \Lambda_{i-})(2 + \Lambda_{i-} + \Lambda_{s+})} & \theta_s \in [0; \pi/2] \\ \frac{\Lambda_m}{(1 + \Lambda_{i-})(1 + \Lambda_m + \Lambda_{i-})(2 + \Lambda_{i-})} & \theta_s \in [-|\theta_i|; 0[\\ \frac{\Lambda_m}{(1 + \Lambda_{s-})(1 + \Lambda_m + \Lambda_{s-})(2 + \Lambda_{s-})} & \theta_s \in [\pi/2; -|\theta_i|[\end{array} \right. , \quad (\text{III.70}) \end{aligned}$$

$$\phi_s = \phi_i + \pi \left\{ \begin{array}{l} \text{équation (III.70), dans laquelle les intervalles} \\ \theta_s \in [0; \pi/2], \theta_s \in [-|\theta_i|; 0[\text{ et } \theta_s \in [\pi/2; -|\theta_i|[} \\ \text{sont substitués respectivement par} \\ \theta_s \in [-\pi/2; 0], \theta_s \in]0; |\theta_i|] \text{ et } \theta_s \in [|\theta_i|; \pi/2] \end{array} \right. , \quad (\text{III.71})$$

$$\begin{aligned} & \phi_s \neq \phi_i \text{ et } \phi_s \neq \phi_i + \pi \\ & \bar{S}_{2m}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{1c,1a}^0, \gamma_{2c,2a}^0) = \\ & \frac{\Lambda_m}{(1 + \Lambda_{i-})(1 + \Lambda_m + \Lambda_{i-})(2 + \Lambda_{i-} + \Lambda_{sm})}. \quad (\text{III.72}) \end{aligned}$$

$\Lambda_{i-} = \Lambda_-(\hat{\mathbf{K}}_i) = \Lambda_-(\theta_i, \phi_i)$, $\Lambda_{sm} = \Lambda_m(\hat{\mathbf{K}}_s) = \Lambda_m(\theta_s, \phi_s)$, $\Lambda_m = \Lambda_m(\hat{\mathbf{K}}) = \Lambda_m(\theta, \phi)$. Pour un processus gaussien centré, le terme $\Lambda_m = \Lambda_+ = \Lambda_- = \Lambda(v)$ est donné par (II.17), où $v(\theta, \phi) = \tan \theta / \sqrt{2(\sigma_{\gamma_x}^2 \cos^2 \phi + \sigma_{\gamma_y}^2 \sin^2 \phi)}$.

- “1+2 (B1)”, dans le calcul de $\bar{\sigma}_{2s}$, l’ombrage est pris en compte à partir de notre formulation mais la probabilité que le rayon émanant du point F_1 intercepte la surface au point F_2 est prise égale à 1. Ceci revient à prendre $\theta = \pi/2$, impliquant dans les équations (III.70), (III.71) et (III.72) que $\Lambda_m(\theta, \phi) \rightarrow \infty \Rightarrow \Lambda_m/(a + \Lambda_m) \rightarrow 1$ avec $a \in \mathbb{R}^+$.
- “1+2 (I)”, dans le calcul de $\bar{\sigma}_{2s}$, l’ombrage est pris en compte à partir de la formulation de Ishimaru et al., conduisant à

$$\bar{S}_{2m}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_m, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{1c,1a}^0, \gamma_{2c,2a}^0) = \frac{\Lambda_m}{(1 + \Lambda_{i-})(1 + \Lambda_m)^2(1 + \Lambda_{sm})}. \quad (\text{III.73})$$

Pour $\theta_i = 0$, un fort désaccord entre les résultats issus des solutions de référence et analytique est observé, ce qui est attribué aux réflexions multiples d’ordres supérieurs à deux. De plus, avec la solution de référence la surface diffuse davantage de puissance dans tout le demi-espace supérieur. En revanche, pour $\theta_i = 40^\circ$, un meilleur accord est observé. De plus, un pic de rétrodiffusion est observé, dont le niveau est similaire à celui obtenu avec la solution de référence. Par contre, en propagation avant ($\theta_s \in [0; \pi/2]$), la différence issue des deux approches est plus importante qu’en propagation arrière. Les résultats obtenus à partir de la fonction d’illumination de Ishimaru (“1+2 (I)”) et al. sont légèrement inférieurs aux nôtres (“1+2 (B)”). Le coefficient de diffusion incohérent sans ombre est légèrement supérieur à celui calculé avec ombre dans lequel $\theta = \pi/2$ (“1+2 (B1)”). De plus, pour des incidences rasantes, la prise en compte de l’ombre améliore les résultats. Comme il a été dit dans la section précédente, la fonction $\hat{S}_p(\mathbf{u})$ via L_m prend déjà en compte l’ombrage entre les points F_1 et F_2 . Par conséquent, le fait de prendre $\theta = \pi/2$ dans le calcul de \hat{S}_2 , évite d’inclure deux fois ce phénomène. Pour $\theta_i = 70^\circ$,

un bon accord est observé entre les approches numérique et analytique en propagation arrière ($\theta_s \in [-\pi/2; 0]$), tandis qu'en propagation avant l'adéquation est moins bonne. De plus, un pic de rétrodiffusion est exhibé en polarisation croisée avec la solution analytique tandis qu'il est absent sur la solution de référence.

• *Effet de la permittivité*

Les figures III.13 et III.14 comparent le coefficient de diffusion incohérent $\bar{\sigma}_{1s} + \bar{\sigma}_{2s}$ avec les résultats issus d'une méthode exacte [56]. La surface est isotrope et diélectrique de permittivité $\epsilon_{r1} = 38+40j$ pour la figure III.13 et $\epsilon_{r1} = 10+10j$ pour la figure III.14. $\sigma_z/\lambda_1 = 1$, $\sigma_{\gamma_x} = \sigma_{\gamma_y} = 1$ et $\theta_i = 20$. La légende est identique à celles des trois figures précédentes.

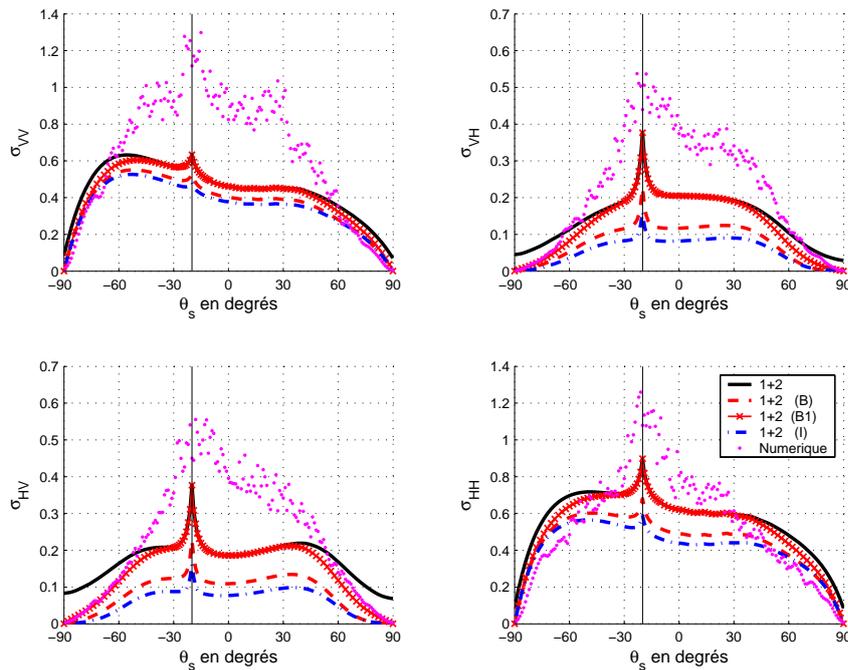


FIG. III.13 – Comparaison du coefficient de diffusion incohérent $\bar{\sigma}_{1s} + \bar{\sigma}_{2s}$ avec celui issu d'une méthode exacte. La surface est diélectrique de permittivité $\epsilon_{r1} = 38+40j$ et isotrope. $\sigma_z/\lambda_1 = 1$, $\sigma_{\gamma_x} = \sigma_{\gamma_y} = 1$ et $\theta_i = 0$.

En comparant les figures III.13 et III.14, on remarque que la différence entre les résultats numérique et analytique sont d'autant meilleurs que $|\epsilon_{r1}|$ diminue car les contributions des réflexions multiples d'ordres supérieurs à deux décroissent. Ceci se confirme par comparaison avec une surface parfaitement conductrice. En fait, pour $\epsilon_{r1} = \{+j\infty, 38+40j, 10+10j\}$, $|R(0)|^2 = \{1, 0.61, 0.37\}$, $|R(0)|^4 = \{1, 0.37, 0.14\}$, $|R(0)|^6 = \{1, 0.22, 0.05\}$, $|R(0)|^8 = \{1, 0.14, 0.02\}$, où $R(\theta)$ est le coefficient de Fresnel en polarisation horizontale ou verticale. Avec l'AOG, la puissance diffusée d'ordre n n'étant proportionnelle à $|R|^{2n}$, la contribution des réflexions multiples décroît rapidement lorsque $|\epsilon_{r1}|$ diminue. A noter que les valeurs de $|R(0)|^{2n}$ sont minimales puisque pour $\theta = \pi/2$, $|R(\pi/2)| = 1 \forall \epsilon_{r1}$.

III.2.3.7 Conclusion

L'approximation de Kirchhoff du premier ordre a été étendue au deuxième ordre en incluant la réflexion double. Pour le calcul du coefficient de diffusion incohérent du deuxième ordre, la

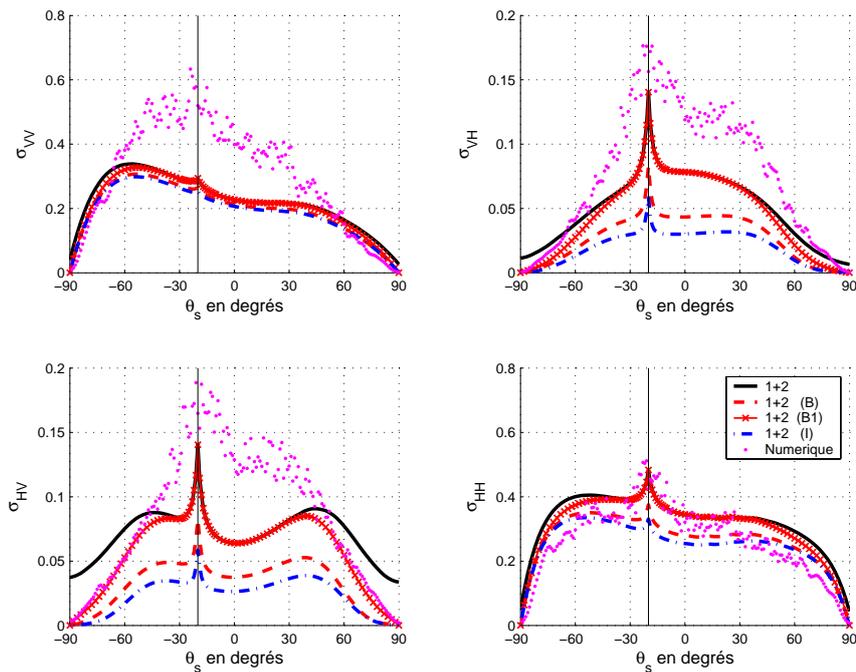


FIG. III.14 – Même variation que sur la figure III.13 mais $\epsilon_{r1} = 10 + 10j$.

fonction de Green est décomposée comme la somme de deux ondes. Une onde se propageant vers les z croissants (l'onde “monte”) et la seconde se propageant vers les z décroissants (l'onde “descend”). Ceci a permis de différencier les contributions des ondes coïncidentes (l'onde deux fois réfléchiée par la surface et son conjuguée se propagent dans le *même sens*) et des ondes anticoïncidentes (l'onde réfléchiée deux fois par la surface et son conjuguée se propagent en *sens inverse*). La formulation, valide pour un processus des pentes de la surface quelconque, a alors été simplifiée en appliquant l'approximation de l'optique géométrique. Nous pouvons alors montrer que les ondes coïncidentes sont responsables du pic de rétrodiffusion.

Le coefficient de diffusion du second ordre s'exprime alors comme le produit de deux coefficients de diffusion du premier ordre définis respectivement aux points où a lieu la première et la seconde réflexions. De plus, ils sont multipliés par une fonction d'ombrage qui tient compte à la fois de l'ombrage apporté par l'émetteur et le récepteur et du fait que le rayon issu de la première réflexion se propage sur une distance finie avant d'intercepter une seconde fois la surface. Ce terme est très difficile à calculer analytiquement. Afin de simplifier son calcul, il est exprimé comme le produit de deux termes. Le premier est la fonction d'illumination avec double réflexion moyennée sur les hauteurs, et le second correspond à la diffraction par une plaque carrée de côté $2L_m$ pour une fonction d'éclairement spatiale $S_p(\mathbf{r})$ donnée.

L_m est la valeur moyenne de la distance horizontale l_1 entre la première et la seconde réflexions. L'histogramme de cette longueur a été calculé analytiquement et des comparaisons avec une méthode de Monte Carlo ont été effectuées (figure III.7). Les résultats montrent que L_m est du même ordre de grandeur que la longueur de corrélation des hauteurs de la surface L_c . Pourtant, Ishimaru et al. posent $L_m = 11.13L_c$ avec une fonction d'illumination de type gaussienne $S_p(\mathbf{r}; L_m) = \exp(-r^2/L_m^2)$. Théoriquement, $S_p(\mathbf{r}; l_1) = 1$ si $r \in [-l_1; l_1]$, sinon 0 (porte de largeur $2l_1$ centrée en zéro). Afin de justifier ce choix, nous avons comparé la valeur moyenne $\langle \hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1) \rangle = \hat{f}(\mathbf{u})$ avec celle obtenue par la formulation de Ishimaru, où $\hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1)$ est

la transformée de Fourier de la fonction d'illumination $S_p(\mathbf{r}; l_1)$ (équation (III.59)). Ainsi, nous avons montré qu'au voisinage de zéro, l'approximation de Ishimaru et al. consistant à écrire que $\hat{f}(\mathbf{u}) = \frac{|K_1|^2 L_m^2}{4\pi} \exp\left(-\frac{L_m^2 u^2}{2}\right)$ est consistante avec notre formulation, si L_m est comprise entre dix et vingt L_c . À l'aide d'une méthode de Monte Carlo, nous avons montré que cette fonction n'est pas une gaussienne mais a plutôt la forme d'une exponentielle du type $\exp\left[-\left(\frac{L_m u}{2}\right)^{0.6}\right]$. Néanmoins, afin de réduire le nombre d'intégrations numériques à trois, le choix de Ishimaru et al. a été adopté.

Les résultats numériques montrent un pic de rétrodiffusion dont le niveau est proportionnel à L_m et dont la largeur peu sensible à L_m est de quelques degrés. Pour un écart type des pentes inférieur à 0.5, ce pic disparaît car la contribution du second ordre devient très faible. De plus, son niveau diminue lorsque l'angle d'incidence augmente. En polarisations croisées, la contribution du premier ordre étant nulle dans le cas où $\phi_s = \phi_i$ (émetteur et récepteur dans le même plan), il est mieux observé dans ces polarisations. Pour une surface parfaitement conductrice, isotrope et ayant des écarts type des pentes égaux à un, une comparaison avec une méthode de référence a montré un fort désaccord dû aux réflexions multiples d'ordre supérieurs à deux. En effet, l'accord est meilleur lorsque l'écart type des pentes et le module de la permittivité du milieu diminuent et lorsque l'angle d'incidence augmente. Même pour ces conditions, nous observons parfois des désaccords.

La difficulté majeure rencontrée dans la détermination du coefficient de diffusion du second ordre repose sur le calcul de la fonction d'ombrage. Une approximation a été utilisée pour son calcul. Un profil gaussien sur la fonction $\hat{f}(\mathbf{u}) = \langle \hat{S}_p(\mathbf{u}; l_1) \rangle$ est alors supposé, tandis que numériquement est observé un profil exponentiel dont la largeur, liée à L_m , est plus large (figure III.8). Il serait alors intéressant d'insérer ce profil dans le calcul du coefficient de diffusion incohérent du second ordre, qui pourrait alors produire un pic de rétrodiffusion plus large. En revanche, une intégration numérique supplémentaire est nécessaire. De plus, il a été montré dans la section II.2.5 que la fonction d'illumination avec double réflexion moyennée sur les hauteurs était sous estimée, conduisant à une sous estimation du coefficient de diffusion du second ordre. En conclusion, le calcul de la fonction d'ombrage doit être affiné, ce qui implique davantage d'investigations.

III.3 Modèles unifiés pour la rétrodiffusion par une surface de mer

Dans la résolution d'un problème électromagnétique par une surface rugueuse, l'échelle de rugosité verticale (hauteur) de la surface par rapport à la longueur d'onde est un paramètre primordial. Par exemple, la méthode des petites perturbations (MPP) est valide lorsque les hauteurs de la surface z sont faibles devant la longueur d'onde λ_1 , tandis que l'approximation de Kirchhoff est utilisée dans le cas contraire (de plus, le rayon de courbure de la surface doit être supérieur à λ_1). Lorsque la hauteur z est de l'ordre de λ_1 (zone de résonance), les deux précédents modèles ne sont plus applicables.

Une surface de mer possède des échelles de rugosité qui s'étendent du millimètre au mètre. Pour des fréquences microondes (λ_1 est de l'ordre du centimètre), la surface de mer est donc multi-échelles. De plus, en configuration monostatique, on observe en fonction de l'angle d'incidence que le champ électromagnétique diffusé par une telle surface est sensible à l'ensemble de ces échelles. Il est alors nécessaire de disposer de modèles électromagnétiques dits *unifiés*

permettant de répondre à ce type de problème.

Historiquement, le cas de la mer a été d’abord résolu en appliquant le modèle à deux échelles [12] et [13]. La contribution des vagues de gravité (grande échelle) est calculée avec l’AOG, tandis que la petite échelle, correspondant aux vagues de capillarité, est calculée par la MPP modulée par la grande échelle. L’avantage de ce modèle est sa simplicité, son désavantage est l’introduction d’un nombre d’onde de coupure pour “découper” la petite et la grande échelle. En effet, selon sa valeur, la SER (Surface Equivalente Radar) varie. Pour des applications microondes, un bon compromis est de le prendre égal à $2/\lambda_1$ [14]. Afin de s’affranchir de cet inconvénient, des modèles unifiés ont émergé dans les années quatre vingt dix. Les plus adéquats pour une surface de mer sont le modèle SSA (Small Slope Approximation) de Voronovich [11], [3], et les modèles WCA (Weighted Curvature Approximation) et LCA (Local Curvature Approximation) récemment publiés par Elfouhaily [10]. Dans cette partie, les modèles SSA, WCA et LCA sont appliqués afin de calculer le coefficient de rétrodiffusion incohérent d’une surface de mer pour des fréquences microondes. Ce travail a conduit à la publication de trois articles en revues, [108], [109] et [16]. Ces deux derniers sont fournis en annexes G et H.

Tout d’abord, dans le premier paragraphe sont présentés les modèles SSA, WCA et LCA. En supposant que la surface obéit à un processus gaussien, le second paragraphe présente le coefficient de diffusion incohérent et des simulations sont présentées pour une surface de mer 1D, en configuration monostatique, en bandes C ($f = 5.3$ GHz) et K_u ($f = 14.6$ GHz). Le troisième paragraphe est dédié au calcul du coefficient de diffusion incohérent du modèle SSA du *premier ordre*, dans lequel les moments statistiques d’ordres trois (skewness) et quatre (kurtosis) sont introduits. De plus, les fonctions d’autocorrélation associées d’une surface de mer sont calculées de manière semi-empirique. Le modèle SSA du premier ordre est également comparé avec des mesures dans les bandes C [119] et K_u [115].

III.3.1 Modèles SSA, WCA et LCA

Pour les approches SSA, WCA et LCA, le champ diffracté en zone lointaine est défini par [19]

$$\bar{\mathbf{E}} = -2j\pi \frac{e^{jK_1 R_\infty}}{R_\infty} \bar{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) E_0 \quad (\text{III.74})$$

où $\bar{\mathbf{S}}$ est la matrice de polarisation dont les composantes, appelées “amplitudes de diffraction”, dépendent des vecteurs d’ondes incident $\hat{\mathbf{K}}_i$ et réfléchi $\hat{\mathbf{K}}_s$. Elle est obtenue en projetant le champ diffracté dans les bases de polarisation de l’émetteur \mathbf{e}_i et du récepteur \mathbf{e}_s .

La première propriété importante d’une méthode asymptotique est son *universalité* : il faut qu’elle puisse s’appliquer sur des surfaces 1D ou 2D, dans les cas scalaire (acoustique) et vectoriel (électromagnétisme), pour des surfaces parfaitement conductrices mais aussi diélectriques, dans des configurations monostatiques mais aussi bistatiques [19]. C’est le cas par exemple de l’approximation de la phase stationnaire et la méthode des petites perturbations.

Une autre propriété importante est la propriété d’invariance de l’amplitude du champ diffracté par la surface. Il y a trois propriétés fondamentales d’invariance : l’invariance de phase, l’invariance de tilt et la réciprocité. L’*invariance de phase* correspond au décalage de phase dû à une translation horizontale ou verticale de la surface [19]. L’*invariance de tilt* correspond au fait que l’amplitude du champ diffracté ne doit pas dépendre de l’origine du repère et du système de repère choisis [19].

La *réciprocité*, venant du principe de réciprocité de Lorentz [11], correspond au principe du

retour inverse de la lumière (propriété classique énoncée en optique). La réciprocité implique alors $\bar{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{K}}_s, \hat{\mathbf{K}}_i) = \bar{\mathbf{S}}^T(-\hat{\mathbf{K}}_i, -\hat{\mathbf{K}}_s)$, où l'exposant T désigne le transposé de la matrice.

III.3.1.1 Modèle SSA

Le modèle SSA consiste à écrire que [11]

$$\bar{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{2\sqrt{q_i q_s}}{Q_z} \int_{\Sigma} e^{-j\mathbf{q}_H \cdot \mathbf{r} + jQ_z z(\mathbf{r})} \left[\underbrace{\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)}_{\text{Premier ordre}} - \underbrace{\frac{j}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u}) \hat{z}(\mathbf{u}) e^{j\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{u}}_{\text{Second ordre}} \right] \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^2}, \quad (\text{III.75})$$

où

$$\begin{cases} Q_z = (\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_i) \cdot \hat{\mathbf{z}} = q_s - q_i \\ \mathbf{q}_H = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i \end{cases}. \quad (\text{III.76})$$

Voronovich introduit dans la définition de $\bar{\mathbf{S}}$ à droite de l'égalité de (III.74), le facteur $\sqrt{q_i q_s}$ impliquant que les éléments de $\bar{\mathbf{S}}$ sont homogènes à des m^2 . Les composantes des vecteurs $\hat{\mathbf{K}}_{i,s} = (\mathbf{k}_{i,s} + q_{i,s} \hat{\mathbf{z}})/K_1$ sont données par (III.5) et (III.6). $z(\mathbf{r})$ est la hauteur d'un point arbitraire de la surface de coordonnées (x, y, z) . $\hat{z}(\mathbf{u})$ est la transformée de Fourier de $z(\mathbf{r})$. De plus, la matrice $\hat{\mathbf{M}}$ est définie par

$$\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u}) = \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{k}_s - \mathbf{u}) + \bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{k}_i + \mathbf{u}) + 2Q_z \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s). \quad (\text{III.77})$$

$\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$ est la matrice de polarisation du modèle des petites perturbations (MPP) et $\bar{\mathbf{B}}_2(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u})$ celle du MPP du second ordre. Elles sont *adimensionnelles* et données dans l'annexe H (avec les notations $\mathbf{k}_s = \mathbf{k}$, $\mathbf{k}_i = \mathbf{k}_0$, $q_s = q_k$ et $q_i = q_0$). Si la matrice $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u})$ est nulle, alors le modèle est dit du *premier ordre* et il sera dénoté "SSA1". Dans le cas contraire, il est dit du premier ordre et du second ordre et il sera dénoté "SSA=SSA1+SSA2". Théoriquement, le modèle SSA est valide si les pentes des faisceaux incident et réfléchi sont supérieures à l'écart type des pentes de la surface. En d'autres termes, il est applicable pour des incidences modérées. En monostatique, l'angle d'incidence ne peut excéder soixante dix degrés. Par conséquent, son domaine de validité est "théoriquement" indépendant de la longueur d'onde. Ceci permet de l'appliquer sur une surface multi échelles.

Par construction, le modèle SSA converge vers la MPP d'ordre deux, il vérifie les invariances de phase et de tilt (si l'ordre deux est inclus) et le principe de réciprocité. Par contre, il ne vérifie pas la limite haute fréquence donnée par l'AOG [166]. A noter que la matrice $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{0})$ est nulle.

Le calcul du second ordre nécessite une intégration numérique supplémentaire, qui peut être effectuée via une transformée de Fourier rapide. Cette opération est la principale difficulté pour l'implantation numérique du second ordre. Afin de s'affranchir de ceci, Voronovich et al. [14] utilisent l'approximation basée sur l'approximation de la perturbation de la phase ($B - jM \approx B \exp(-jM/B)$) conduisant à

$$\bar{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{2\sqrt{q_i q_s} \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)}{Q_z} \int_{\Sigma} e^{-j\mathbf{q}_H \cdot \mathbf{r} + jQ_z z(\mathbf{r})} \exp \left[-\frac{j}{4\bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u}) \hat{z}(\mathbf{u}) e^{j\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{u} \right] \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^2}. \quad (\text{III.78})$$

Nous verrons que cette approche simplifie l'implantation numérique du calcul du coefficient de diffusion incohérent comparativement à celle du SSA sans approximation. En monostatique, puisque les éléments $\bar{\mathbf{B}}_{VH} = \bar{\mathbf{B}}_{HV}$ sont nuls, cette approche implique que les contributions des polarisations croisées sont nulles. Par la suite, elle sera dénommée "SSAM".

III.3.1.2 Modèle WCA

L'approche WCA développée par Elfouhaily et al. [19] est une généralisation au cas diélectrique des travaux de Dashen et Wursmer [167] et s'écrit

$$\bar{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{1}{Q_z} \int_{\Sigma} \exp[-j\mathbf{q}_H \cdot \mathbf{r} + jQ_z(\mathbf{r})] \left[\bar{\mathbf{B}}_E(\mathbf{w}_H, \mathbf{q}_H) - \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{w}_H, -Q_z\gamma) \right] \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^2}, \quad (\text{III.79})$$

où

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{w}_H, \mathbf{u}) = \bar{\mathbf{B}}_E(\mathbf{w}_H, \mathbf{u}) - \bar{\mathbf{K}}_E(\mathbf{w}_H, \mathbf{u}) \\ \mathbf{q}_H = \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i, \mathbf{w}_H = \mathbf{k}_s + \mathbf{k}_i \end{cases}, \quad (\text{III.80})$$

et $\gamma = \nabla z = [\frac{\partial z}{\partial x} \ \frac{\partial z}{\partial y}]$. $\bar{\mathbf{K}}_E$ est la matrice de polarisation de l'APS donnée dans l'annexe H. Elle peut être également exprimée à partir de celle introduite dans la section III.2.3.2 et notée $\bar{\mathbf{F}}_1$. En effet, $\bar{\mathbf{K}}_E = K_1 Q_z \bar{\mathbf{F}}_1$ est homogène à des m^{-2} , puisque la matrice $\bar{\mathbf{S}}$ est homogène à des m . De plus, $\bar{\mathbf{B}}_E = 2q_i q_s \bar{\mathbf{B}}$. Par construction, le modèle WCA est tilt-invariant, réciproque et vérifie les invariances de phase. On peut noter que si la matrice $\hat{\mathbf{T}}$ est nulle, alors $\bar{\mathbf{S}}^{\text{WCA}} = 2\sqrt{q_i q_s} \bar{\mathbf{S}}^{\text{SSA1}}$.

Le noyau de la matrice de courbure $\bar{\mathbf{T}}$ vérifie la limite haute fréquence donnée par l'AOG. Puisque les matrices $\bar{\mathbf{T}}(\mathbf{w}_H, \mathbf{0})$ et $\nabla \bar{\mathbf{T}}(\mathbf{w}_H, \mathbf{0})$ sont nulles, la limite basse fréquence donnée par la MPP est également atteinte. Le domaine de validité du modèle WCA est donc "théoriquement" indépendant de la longueur d'onde. Par analogie avec le SSA, le modèle WCA peut être décomposé en deux termes. Le premier correspond au WCA du premier ordre, noté "WCA1", et le second au second ordre, noté "WCA2".

Comparativement au modèle SSA, l'approche WCA ne nécessite pas le calcul d'une transformée de Fourier. En revanche, le terme de courbure $\bar{\mathbf{T}}$ dépend des pentes de la surface. Si le coefficient de diffusion incohérent est calculé à l'aide d'un processus de Monte Carlo, alors le temps de calcul du WCA est inférieur à celui du SSA car une transformée de Fourier est plus coûteuse en temps de calcul qu'une dérivation. Par contre, si le coefficient de diffusion incohérent est déterminé analytiquement, puisque la moyenne statistique des pentes n'est pas calculable analytiquement à cause de la forme complexe de $\bar{\mathbf{T}}$, la différence de temps de calcul entre les deux approches peut être similaire. Nous reviendrons sur ce point au cours des simulations.

III.3.1.3 Modèle LCA

Le modèle LCA, récemment publié par Elfouhaily [19], peut être vu comme une généralisation de l'approximation de l'invariance par tilt, développée par Charnotskii et Tatarskii [168] et valide pour une surface parfaitement conductrice, au cas d'une surface diélectrique. Le modèle LCA possède les mêmes propriétés d'invariance que celui du WCA et est réciproque. Il vérifie également les limites basse et haute fréquences. Sa matrice de polarisation est très similaire à

celle de l'approche de Voronovich (SSA). En effet, elle s'obtient à partir de (III.75) en effectuant les substitutions suivantes

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s) & \rightarrow \bar{\mathbf{K}}_E(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)/(2q_i q_s) \\ \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u}) & \rightarrow 4Q_z \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u})/(2q_i q_s) \end{cases} \quad (\text{III.81})$$

Par conséquent, la matrice des petites perturbations $\bar{\mathbf{B}}$ est substituée par celle de Kirchhoff $\bar{\mathbf{K}}_E$, la matrice $\hat{\mathbf{M}}$ par celle du noyau de courbure $\hat{\mathbf{T}}$ de l'approche WCA. Contrairement au modèle SSA, le premier ordre du LCA (où la matrice $\hat{\mathbf{T}}$ est nulle) correspond à l'approximation de la phase stationnaire. Ceci aura une conséquence importante sur le calcul de la SER d'une surface de mer.

III.3.2 Coefficients de diffusion incohérents d'une surface 2D de statistique gaussienne

III.3.2.1 Modèle SSA

Avec l'approche SSA, pour un processus gaussien centré, Voronovich [11] a montré que le coefficient de diffusion incohérent s'écrit

$$\bar{\sigma}_s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \left(\frac{2q_i q_s}{Q_z} \right)^2 \int_{\Sigma} \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{r}) e^{-j\mathbf{q}_H \cdot \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^2}, \quad (\text{III.82})$$

où

$$\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}}(\mathbf{r}) = \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}11}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}12}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}22}(\mathbf{r}), \quad (\text{III.83})$$

dans laquelle

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}11}(\mathbf{r}) & = [\chi(\mathbf{r}) - \chi(\infty)] |\bar{\mathbf{B}}|^2 \\ \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}12}(\mathbf{r}) & = \chi(\mathbf{r}) [\bar{\mathcal{F}}_1(\mathbf{r})\bar{\mathbf{B}}^* + \bar{\mathcal{F}}_1^*(-\mathbf{r})\bar{\mathbf{B}}] + 2\chi(\infty) \Re e [\bar{\mathcal{F}}(\mathbf{0})\bar{\mathbf{B}}^*] \\ \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}22}(\mathbf{r}) & = \chi(\mathbf{r}) [\bar{\mathcal{G}}(\mathbf{r}) + \bar{\mathcal{F}}_1(\mathbf{r})\bar{\mathcal{F}}_1^*(-\mathbf{r})] - \chi(\infty) |\bar{\mathcal{F}}(\mathbf{0})|^2 \end{cases} \quad (\text{III.84})$$

De plus,

$$\begin{cases} \chi(\mathbf{r}) = e^{-Q_z^2[\sigma_z^2 - W_0(\mathbf{r})]} & W_0(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{W}_0(\mathbf{u}) e^{j\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{u} \\ \bar{\mathcal{F}}_1(\mathbf{r}) = \bar{\mathcal{F}}(-\mathbf{r}) - \bar{\mathcal{F}}(\mathbf{0}) & \bar{\mathcal{F}}(\mathbf{r}) = \frac{Q_z}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{W}_0(\mathbf{u}) \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{u}) e^{j\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{u} \\ \bar{\mathcal{G}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{16} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{W}_0(\mathbf{u}) |\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{u})|^2 e^{j\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{u} & \end{cases} \quad (\text{III.85})$$

Dans (III.83), (III.84) et (III.85), afin d'alléger la notation, la dépendance sur $(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$ est omise. A noter que les produits $\bar{\mathcal{F}}_1(\mathbf{r})\bar{\mathbf{B}}^*$ et $\bar{\mathcal{F}}_1(\mathbf{r})\bar{\mathcal{F}}_1^*(-\mathbf{r})$ ne sont pas des produits matriciels mais des produits élément par élément. De plus, un opérateur quelconque appliqué sur une matrice agit sur les éléments de la matrice. Dans l'annexe H (équations (8) et (9)), le terme $\bar{\mathcal{F}}_1(\mathbf{r})\bar{\mathcal{F}}_1^*(-\mathbf{r})$ figure dans $\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}12}(\mathbf{r})$ qui est une erreur.

Dans (III.83), les exposants “11”, “12” et “22” correspondent respectivement à l’ordre deux, trois et quatre du coefficient de diffusion incohérent. Ils résultent respectivement de l’auto-corrélation statistique du champ diffracté du premier ordre (SSA1), de l’intercorrélacion statistique des champs diffractés du premier (SSA1) et du second ordres (SSA2) et de l’autocorrélation statistique du champ diffracté du second ordre (SSA2). Par conséquent, l’ordre “SSA22” est *partiel*, car il manque l’intercorrélacion statistique des champs diffractés du premier (SSA1) et du troisième ordres (SSA3).

Gilbert et Johnson [170] ont présenté des simulations du modèle SSA jusqu’à l’ordre trois en considérant une surface isotrope obéissant à un processus gaussien de corrélacion des hauteurs gaussienne afin de pousser au maximum les calculs analytiques. Des simulations du SSA complet ont été publiées par Broschat et Thorsos [171] pour une surface 1D parfaitement conductrice d’autocorrélacion et de DDP des hauteurs gaussiennes, en bistatique et en polarisation horizontale (en fait, la matrice $\hat{\mathbf{M}}$ possède un pôle en polarisation verticale). McDaniel [172] a simulé le SSA11 et le SSA12 sur une surface de mer 2D gaussienne en rétrodiffusion obéissant au spectre des hauteurs de Elfouhaily. Soriano et al. [173] ont comparé le SSA du premier ordre sur une surface isotrope gaussienne de spectre de la forme k^{-3} avec une méthode des moments.

La matrice $\bar{\sigma}_s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s)$ requiert le calcul de trois transformées Fourier inverses, $\{W_0(\mathbf{r}), \bar{\mathcal{F}}(\mathbf{r}), \bar{\mathcal{G}}(\mathbf{r})\}$. $W_0(\mathbf{r})$ est la fonction d’autocorrélacion des hauteurs de la surface, où $\hat{W}_0(\mathbf{u})$ est le spectre des hauteurs de la surface. A noter que les matrices $\{\bar{\mathcal{F}}(\mathbf{r}), \bar{\mathcal{G}}(\mathbf{r})\}$ sont calculées pour un couple $(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)$ donné. Par conséquent, quatre intégrations numériques sur $\{\mathbf{r} = (x, y), \mathbf{u} = (u_x, u_y)\}$ imbriquées sont nécessaires pour une surface 2D, tandis que pour une surface 1D deux suffisent. C’est pour cela que nous avons considéré une surface de mer 1D pour le calcul du SSA total. En revanche, des simulations du SSA11 seront présentées pour une surface de mer 2D de statistique non gaussienne. En effet, dans ce cas, il sera montré que le nombre d’intégrations peut être réduit à deux en effectuant deux intégrations analytiques sur les azimuts.

Dans l’article de Voronovich (équation (6.8)), il manque un signe moins dans l’expression de $\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}22}$, plus particulièrement $\bar{\mathcal{F}}_1(\mathbf{r})\bar{\mathcal{F}}_1^*(-\mathbf{r})$ est remplacé par $\bar{\mathcal{F}}_1(\mathbf{r})\bar{\mathcal{F}}_1^*(+\mathbf{r})$. Cette erreur typographique est corrigée dans l’article de Berginc [169], dans lequel le coefficient de diffusion incohérent du modèle SSA est simulé sur une surface 2D d’autocorrélacion et de DPP des hauteurs gaussiennes. A noter que si l’erreur typographique est conservée, le coefficient de diffusion incohérent est complexe, ce qui n’a pas de sens physique. Dans le cas contraire, puisque $\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; -\mathbf{r})^* = \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; +\mathbf{r})$, mathématiquement il devient réel. Cette propriété est donc fondamentale.

L’approximation de la perturbation de la phase sur le modèle SSA conduit à

$$\bar{\sigma}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \left(\frac{2q_i q_s}{Q_z}\right)^2 \int_{\Sigma} \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSAM}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{r}) e^{-j\mathbf{q}_H \cdot \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^2}, \quad (\text{III.86})$$

où

$$\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSAM}}(\mathbf{r}) = |\bar{\mathbf{B}}|^2 e^{-Q_z^2 \Re[\bar{\mathcal{W}}_M(\mathbf{0}) - \bar{\mathcal{W}}_M(\mathbf{r})]}. \quad (\text{III.87})$$

La fonction d’autocorrélacion modifiée $\bar{\mathcal{W}}_M(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{r})$ est reliée au spectre des hauteurs modifié $\hat{\mathcal{W}}_M(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u})$ par

$$\bar{\mathcal{W}}_M(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{\mathcal{W}}_M(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u}) e^{j\mathbf{u} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{u}, \quad (\text{III.88})$$

où

$$\hat{\mathcal{W}}_M(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u}) = \hat{W}_0(\mathbf{u}) \left| 1 - \frac{\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u})}{4Q_z \hat{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)} \right|^2. \quad (\text{III.89})$$

L'équation (III.87) est très similaire à celle donnant la contribution du premier ordre, $\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA11}}(\mathbf{r}) = |\bar{\mathbf{B}}|^2 e^{-Q_z^2 [W_0(\mathbf{0}) - W_0(\mathbf{r})]}$, dans laquelle la fonction d'autocorrélation $W_0(\mathbf{r}) \in \mathbb{R}$ est substituée par $\mathcal{W}_M(\mathbf{r}) \in \mathbb{C}$.

III.3.2.2 Modèle WCA

Le calcul analytique du coefficient de diffusion incohérent du modèle WCA est plus complexe que celui du modèle SSA car la matrice de courbure $\hat{\mathbf{T}}$ est une fonction compliquée des pentes $\nabla z = \gamma$ de la surface. Ceci implique que le calcul de la moyenne statistique sur les pentes ne peut pas être effectué analytiquement. Ainsi, uniquement le terme de phase, qui dépend des hauteurs de la surface, est moyenné.

Ainsi on montre (appendice A dans l'annexe H)

$$\bar{\sigma}_s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{1}{Q_z^2} \int_{\Sigma} \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{r}) e^{-j\mathbf{q}_H \cdot \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^2}, \quad (\text{III.90})$$

où

$$\bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA}}(\mathbf{r}) = \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA11}}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA12}}(\mathbf{r}) + \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA22}}(\mathbf{r}), \quad (\text{III.91})$$

dans laquelle

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA11}}(\mathbf{r}) &= [\chi(\mathbf{r}) - \chi(\infty)] |\bar{\mathbf{B}}_E|^2 \\ \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA12}}(\mathbf{r}) &= -2\Re \{ \bar{\mathbf{B}}_E [\bar{\mathbf{L}}_{12}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{L}}_{12}(\infty)] \} \\ \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA22}}(\mathbf{r}) &= \bar{\mathbf{L}}_{22}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{L}}_{22}(\infty) \end{cases}. \quad (\text{III.92})$$

De plus

$$\bar{\mathbf{L}}_{12} = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{T}}^*(\mathbf{w}_H, -Q_z \gamma_1) e^{-\frac{Q_z^2}{4a_{12}} + jQ_z \alpha_{12}} p_{2\gamma}(\gamma_1) d\gamma_1, \quad (\text{III.93})$$

et

$$\bar{\mathbf{L}}_{22} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{T}}^*(\mathbf{w}_H, -Q_z \gamma_2) \bar{\mathbf{T}}(\mathbf{w}_H, -Q_z \gamma_1) e^{-\frac{Q_z^2}{4a_{22}} + jQ_z \alpha_{22}} p_{4\gamma}(\gamma_1, \gamma_2) d\gamma_1 d\gamma_2. \quad (\text{III.94})$$

$\chi(\mathbf{r})$ est la fonction caractéristique donnée par (III.85). $p_{2\gamma}$ est la DDP des pentes en un point de la surface, tandis que $p_{4\gamma}$ est la DDP conjointe des pentes de deux points de la surface séparés de la distance $\|\mathbf{r}\|$. Elles s'écrivent respectivement $p_{2\gamma}(\gamma) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\gamma_x}\sigma_{\gamma_y}} \exp\left(-\frac{\gamma_x^2}{2\sigma_{\gamma_x}^2} - \frac{\gamma_y^2}{2\sigma_{\gamma_y}^2}\right)$ et $p_{4\gamma}(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{|[C_4]|}} \exp\left(-\frac{\mathbf{V}_4^T [C_4]^{-1} \mathbf{V}_4}{2}\right)$, où $\mathbf{V}_4 = [\gamma_1 \ \gamma_2] = [\gamma_{1x} \ \gamma_{2x} \ \gamma_{1y} \ \gamma_{2y}]$ et $[C_4]$ est la matrice de covariance du vecteur \mathbf{V}_4 . Elle s'exprime à partir de l'équation (II.42), où $[C_4] = [C_6]_{i=3..6, j=3..6}$. Les fonctions W_{1x} , W_{1y} , W_{2x} , W_{2y} et W_{2xy} définies par (II.43) sont les dérivées partielles première et seconde de la fonction d'autocorrélation W_0 .

Dans (III.94), a_{22} et α_{22} sont donnés par

$$\begin{aligned} \frac{1}{4a_{22}} &= \sigma_z^2 - W_0 - \frac{\mathbf{Y}_4^T [C_4]^{-1} \mathbf{Y}_4}{2} \\ &= \sigma_z^2 - W_0 - \frac{W_{1y}^2 (\sigma_{\gamma_x}^2 - W_{2x}) + W_{1x}^2 (\sigma_{\gamma_y}^2 - W_{2y}) + 2W_{1x} W_{1y} W_{2xy}}{\sigma_{\gamma_x}^2 \sigma_{\gamma_y}^2 + W_{2x} W_{2y} - \sigma_{\gamma_x}^2 W_{2y} - \sigma_{\gamma_y}^2 W_{2x} + W_{2xy}^2}, \end{aligned} \quad (\text{III.95})$$

et

$$\begin{aligned} \alpha_{22} &= \mathbf{V}_4^T [C_4]^{-1} \mathbf{Y}_4 \\ &= \frac{[W_{1x}(W_{2y} - \sigma_{\gamma_y}^2) - W_{1y}W_{2xy}](\gamma_{1x} + \gamma_{2x}) + [W_{1y}(W_{2x} - \sigma_{\gamma_x}^2) - W_{1x}W_{2xy}](\gamma_{1y} + \gamma_{2y})}{\sigma_{\gamma_x}^2 \sigma_{\gamma_y}^2 + W_{2x}W_{2y} - \sigma_{\gamma_x}^2 W_{2y} - \sigma_{\gamma_y}^2 W_{2x} + W_{2xy}^2}, \end{aligned} \quad (\text{III.96})$$

où $\mathbf{Y}_4^T = [-W_{1x} \ -W_{1x} \ -W_{1y} \ -W_{1y}]$. De plus dans (III.93), nous avons

$$\begin{cases} \frac{1}{4a_{12}} = \sigma_z^2 - W_0 - \frac{1}{2} \left(\frac{W_{1x}^2}{\sigma_{\gamma_x}^2} + \frac{W_{1y}^2}{\sigma_{\gamma_y}^2} \right) \\ \alpha_{12} = - \left(\frac{W_{1x}\gamma_{2x}}{\sigma_{\gamma_x}^2} + \frac{W_{1y}\gamma_{2y}}{\sigma_{\gamma_y}^2} \right) \end{cases}. \quad (\text{III.97})$$

Dans (III.92), les éléments des matrices de $\bar{\mathbf{L}}_{12}(\infty)$ et $\bar{\mathbf{L}}_{22}(\infty)$ sont obtenus à partir des matrices $\bar{\mathbf{L}}_{12}(\mathbf{r})$ et $\bar{\mathbf{L}}_{22}(\mathbf{r})$ en négligeant la corrélation, soit $W_0 = W_{1x} = W_{1y} = W_{2x} = W_{2y} = W_{2xy} = 0$.

A notre connaissance, c'est la première fois que ce calcul est mené rigoureusement. En considérant une surface isotrope 2D d'autocorrélation des hauteurs gaussienne, dans l'article de Guérin, Soriano et Elfouhaily [18], le coefficient de diffusion incohérent du modèle WCA, calculé analytiquement, est comparé avec une méthode des moments. En analysant en détail leur calcul de la moyenne statistique, ils supposent alors que l'autocorrélation ($W_{2x} = 0, W_{2y} = 0$) et l'intercorrélation ($W_{2xy} = 0$) des pentes sont nulles. Par conséquent le calcul numérique de la matrice $\bar{\mathbf{L}}_{22}$ est simplifié puisque les deux intégrations bidimensionnelles sur γ_1 et γ_2 deviennent indépendantes ($p_{4\gamma}(\gamma_1, \gamma_2) = p_{2\gamma}(\gamma_1)p_{2\gamma}(\gamma_2)$), réduisant alors le nombre d'intégrations numériques sur $\bar{\mathbf{L}}_{22}$ à deux au lieu de quatre.

Pour une surface 2D, avec l'approche WCA, le calcul du coefficient de diffusion incohérent complet nécessite trois intégrations $\{\gamma_1, \gamma_2, \mathbf{r}\}$ bidimensionnelles numériques, soit six. C'est pour cela que des simulations ne seront présentées que pour une surface de mer 1D. En effet, pour une surface 1D, le nombre d'intégrations est réduit à trois puisque $\mathbf{r} = x, W_{1y} = W_{2y} = W_{2xy} = 0$ et $W_0(\mathbf{r}) = W_0(x), W_{1x}(\mathbf{r}) = W_1(x), W_{2x}(\mathbf{r}) = W_2(x)$.

Afin de simplifier l'expression de $\bar{\sigma}_s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s)$, une approximation quadratique du second ordre sur le noyau $\hat{\mathbf{T}}$, suggérée par Elfouhaily, est utilisée. Ainsi, puisque par construction $\hat{\mathbf{T}}(\mathbf{w}_H, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$ et $\nabla \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{w}_H, \mathbf{0}) = \mathbf{0}$, $\hat{\mathbf{T}}(\mathbf{w}_H, \mathbf{0}) \approx \mathbf{u}\bar{\mathbf{A}}\mathbf{u}$. On peut alors montrer que le coefficient diffusion incohérent associé s'écrit

$$\bar{\sigma}_s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{1}{Q_z^2} \int_{\Sigma} \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCAQ}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{r}) e^{-j\mathbf{q}_H \cdot \mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^2}, \quad (\text{III.98})$$

où

$$\bar{\mathbf{R}}^{\text{WCAQ}}(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{r}) \left| \bar{\mathbf{B}}_E - \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{w}_H, \mathbf{u}_0) \right|^2 - \chi(\infty) \left| \bar{\mathbf{B}}_E - T(\mathbf{w}_H, \mathbf{u}_0(\infty)) \right|^2, \quad (\text{III.99})$$

et

$$\begin{cases} \mathbf{u}_0(\mathbf{r}) = Q_z \left(\hat{\mathbf{x}} \sqrt{Q_z^2 W_{1x}^2(\mathbf{r}) + \sigma_{\gamma_x}^2} + \hat{\mathbf{y}} \sqrt{Q_z^2 W_{1y}^2(\mathbf{r}) + \sigma_{\gamma_y}^2} \right) \\ \mathbf{u}_0(\infty) = Q_z (\hat{\mathbf{x}} \sigma_{\gamma_x} + \hat{\mathbf{y}} \sigma_{\gamma_y}) \end{cases}. \quad (\text{III.100})$$

Ainsi, le modèle WCA requiert une seule intégration numérique sur \mathbf{r} . A noter que lorsque les matrices $\hat{\mathbf{T}}$ et $\hat{\mathbf{M}}$ sont nulles, les équations (III.84), (III.92) et (III.99) montrent que les coefficients de diffusion incohérents associés sont égaux ($\bar{\mathbf{B}}_E = 2q_i q_s \bar{\mathbf{B}}$).

III.3.2.3 LCA

En effectuant les changements de variables (III.81), l'expression de $\bar{\mathbf{S}}$ du modèle LCA est similaire à celle du SSA. Par conséquent, le coefficient de diffusion incohérent s'obtient à partir des équations (III.82)-(III.85) en effectuant les mêmes substitutions.

A noter que le premier ordre du LCA converge par construction vers l'AK réduite à l'APS. Par conséquent, le premier ordre du LCA est différent de celui des approches SSA et WCA.

III.3.2.4 Simulations sur une surface de mer 1D

Dans ce paragraphe, les coefficients de *rétrodiffusion* ($\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$ et $\theta_i = -\theta_s = \theta$) incohérents des modèles SSA, WCA et LCA d'une surface 1D de mer sont simulés dans les bandes C ($f = 5.3$ GHz et la permittivité de la mer vaut $\epsilon_{r2} = 69 + j35$ [180]) et K_u ($f = 14.6$ GHz avec $\epsilon_{r2} = 47 + j38$ [180]). L'air est assimilé au vide ($K_1 = K_0 = 2\pi c/f$ avec $c = 3 \times 10^8$ m/s). L'angle d'incidence $\theta \in [0; 70]^\circ$, le spectre des hauteurs est donné par la partie isotrope du spectre de Elfouhaily [17] et la mer est supposée complètement développée. Les sept modèles suivants sont simulés :

- SSA11 (SSA du premier ordre) donné par les équations (III.82) et (III.84) dans laquelle $\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}} = \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA11}}$. Son calcul nécessite une FFT pour la détermination de la fonction d'autocorrélation des hauteurs $W_0(\mathbf{r})$.
- SSA (SSA du premier et second ordre) donné par les équations (III.82) et (III.84) dans laquelle $\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}} = \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA11}} + \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA12}} + \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA22}}$. Son calcul nécessite trois FFTs pour les déterminations de $W_0(\mathbf{r})$ et $\{\bar{\mathcal{F}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{r}), \bar{\mathcal{G}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{r})\}$ (effectuées pour chaque θ).
- SSAM (SSA utilisant l'approximation de la perturbation de la phase) donné par les équations (III.86) et (III.87). Son calcul nécessite une FFT pour la détermination de $\bar{\mathcal{W}}_M(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{r})$ effectuée pour chaque θ .
- WCA (WCA du premier et second ordre) donné par les équations (III.90) et (III.92) dans laquelle $\bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA}} = \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA11}} + \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA12}} + \bar{\mathbf{R}}^{\text{WCA22}}$. A noter que le WCA11 est identique au SSA11. Le calcul du WCA nécessite deux intégrations numériques sur $\{\gamma_1, \gamma_2\}$ effectuées pour chaque θ .
- PS (LCA du premier ordre soit LCA11) correspondant à l'approximation de la phase stationnaire et donné par les équations (III.82) et (III.84) dans laquelle $\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}} = \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA11}}$ avec les substitutions (III.81). Son calcul nécessite une FFT pour la détermination de la fonction d'autocorrélation des hauteurs $W_0(\mathbf{r})$.
- LCA (LCA du premier et second ordre) donné par les équations (III.82) et (III.84) dans laquelle $\bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA}} = \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA11}} + \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA12}} + \bar{\mathbf{R}}^{\text{SSA22}}$ avec les substitutions (III.81). Son calcul nécessite trois FFTs pour les déterminations de $W_0(\mathbf{r})$ et $\{\bar{\mathcal{F}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{r}), \bar{\mathcal{G}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{r})\}$ (effectuées pour chaque θ).
- MPP, modèle des petites perturbations donné par $\bar{\mathbf{B}}_E(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i) \hat{W}_0(K_B)$ avec $K_B = 2K_0 \sin \theta$ (nombre d'onde de Bragg en monostatique).

De plus, pour chacun de ces modèles, excepté pour MPP, une intégration numérique sur \mathbf{r} est effectuée. La surface est supposée 1D afin que les intégrations numériques ou les calculs des

FFTs deviennent monodimensionnels.

Afin de prendre en compte tous les nombres d'onde $k \in [k_{\min}; k_{\max}]$ de la vague qui peuvent contribuer à la rétrodiffusion, $k_{\max} = 1500$ rad/m et $k_{\min} = 0.25k_p$, correspondant à un niveau de 10^{-5} du spectre de gravité des hauteurs, normalisé par son maximum défini en k_p . Par exemple pour une vitesse de vent $u_{10} = 5$ m/s, $k_p = 0.84^2 \times 9.81/u_{10}^2 = 0.2769$ rad/m, le pas d'échantillonnage sur k vaut 0.00572 rad/m avec un nombre d'échantillons pour le calcul de la FFT de $2^{18} = 262\,144$. Ce pas donne 36 échantillons entre $0.25k_p$ et k_p , permettant ainsi de prendre en compte le régime de gravité avec précision. Le nombre d'échantillons de la FFT peut être optimisé en prenant $k_{\max} = 4K_0 = 8\pi/\lambda_0$. Par exemple si $f = \{5.3, 14\}$ GHz, alors $k_{\max} = \{444, 1173\}$ rad/m.

Par la suite nous présenterons des simulations pour une fréquence $f = 5.3$ GHz puisque dans l'annexe G, les simulations sont réalisées pour $f = 14.6$ GHz. De plus, la vitesse du vent vaut $u_{10} = 5$ m/s.

La figure III.15 compare les coefficients de rétrodiffusion en dB en fonction de l'angle d'incidence θ des modèles SSA11, LCA11 et SPM d'une surface de mer 1D pour $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s : en haut à gauche $\sigma_{s,V}$, en haut à droite $\sigma_{s,H}$, en bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

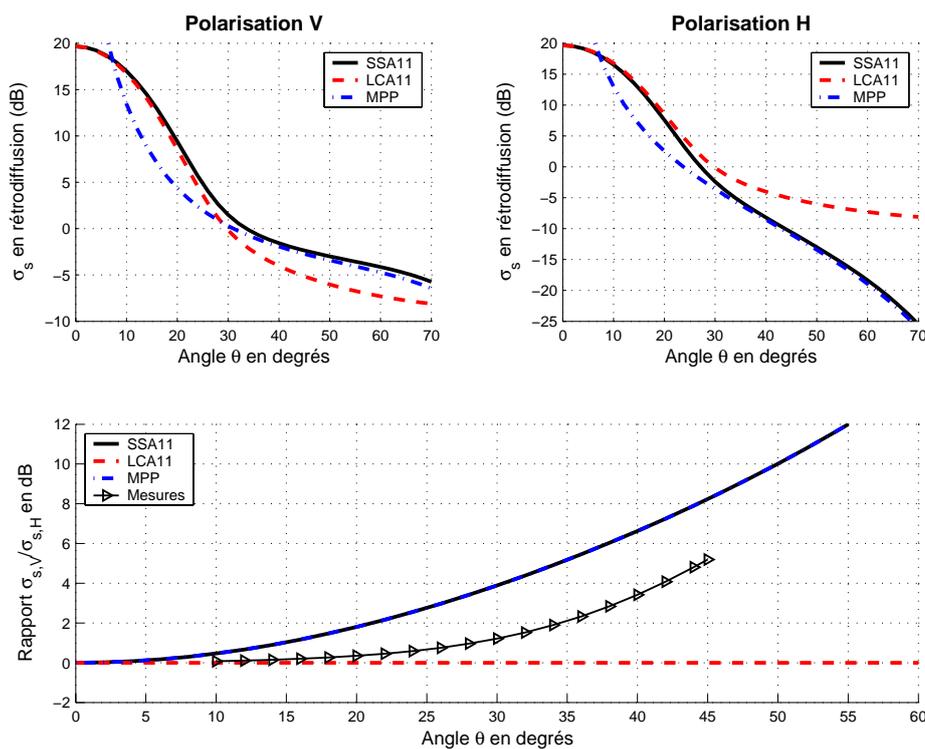


FIG. III.15 – Comparaison des coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles SSA11, LCA11 et SPM d'une surface de mer 1D pour $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

On observe que le coefficient de diffusion incohérent en polarisation horizontale (H) décroît plus rapidement qu'en polarisation verticale (V). Pour des angles proches du nadir, la figure III.15 révèle que les résultats issus des modèles LCA11 et SSA11 sont similaires, signifiant que le SSA du premier ordre peut converger numériquement vers l'approximation de l'optique géométrique vérifiée par le modèle LCA11 en haute fréquence. En fait, ceci est vérifié car pour

une surface très conductrice et en rétrodiffusion, la matrice de polarisation du modèle des petites perturbations, $\bar{\mathbf{B}}_E(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i)$ est numériquement du même ordre de grandeur que celle de l'approximation de la phase stationnaire, $\bar{\mathbf{K}}_E(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i)$. Pour $\theta \in [0; 20]^\circ$, l'OG est valide car ce sont les vagues de gravité qui contribuent à la rétrodiffusion. En revanche, pour des angles $\theta > 35 - 40^\circ$, ce sont les vagues de capillarité qui contribuent, expliquant que le modèle SSA11 converge vers le modèle MPP pour de tels angles (par construction, le SSA du premier ordre vérifie le modèle MPP du premier ordre).

Le rapport de polarisation est également comparé avec des mesures provenant du modèle empirique de Mouche et al., récemment publié [114], [113] (valide pour $10^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$). Afin de se ramener artificiellement à un problème 1D, seule la partie isotrope de ce rapport est représentée. Ce rapport permet de voir la pertinence d'un modèle en terme de polarisation. Avec l'approximation de la phase stationnaire (LCA11), ce rapport vaut un et avec les modèles MPP et SSA11, $(1 + 2 \tan^2 \theta)^2$. Ces modèles asymptotiques ne reproduisent pas les mesures.

La figure III.16 compare les coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles SSA11, SSA11+SSA12, SSA et SSAM d'une surface de mer 1D pour $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

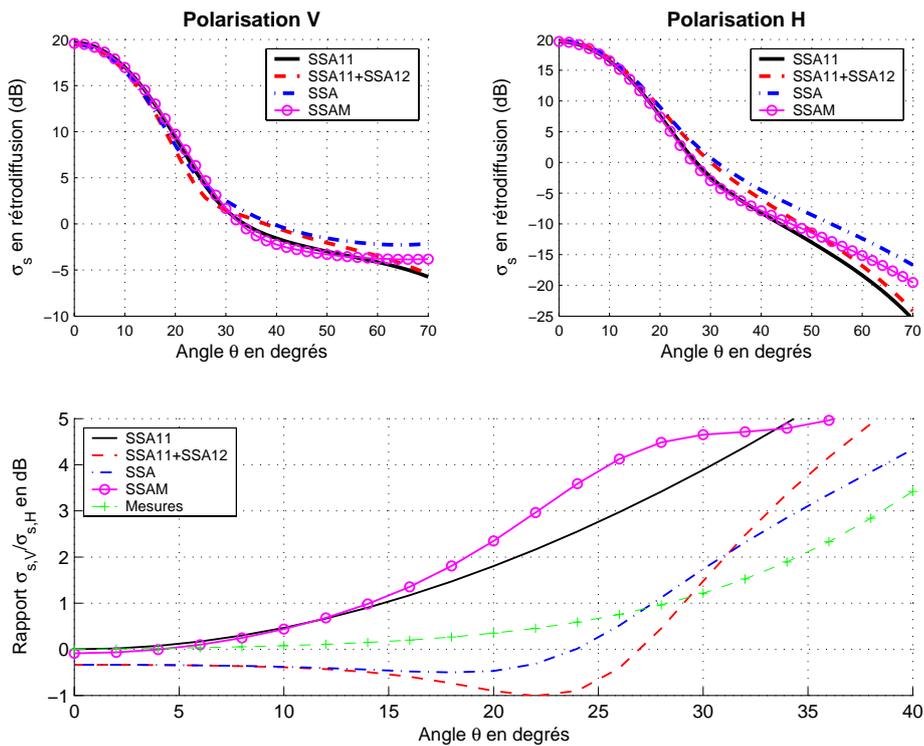


FIG. III.16 – Comparaison des coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles SSA11, SSA11+SSA12, SSA et SSAM d'une surface de mer 1D pour $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

Pour $\theta \in [0; 30]^\circ$ et en polarisation V , les coefficients de rétrodiffusion incohérents sont similaires à un dB près, tandis qu'en polarisation H , ceci est valable pour des angles d'incidences $\theta \in [0; 20]^\circ$ plus faibles. Au-dessus de cette plage angulaire, les résultats issus du modèle SSA11 sont inférieurs à ceux du SSA complet. De plus, la différence entre ces deux approches augmente avec l'angle d'incidence et est plus prononcée en polarisation H , car la modulation de la petite échelle par la grande échelle (appelée "Modulation de Bragg") est plus importante en polarisation

H , et est prise en compte par la méthode SSA. Les niveaux prédits par l'approche SSAM sont plus faibles que ceux obtenus avec le SSA complet et les résultats issus du SSA11+SSA12 sont globalement encadrés par ceux issus du SSA11 et du SSA.

La figure III.16 montre que la prise en compte du second ordre dans le calcul du SSA améliore le rapport de polarisation. A noter que ceci ne se vérifie pas avec le modèle SSAM.

La figure III.17 compare les coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles LCA11, LCA11+LCA12, LCA et MPP d'une surface de mer 1D pour $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

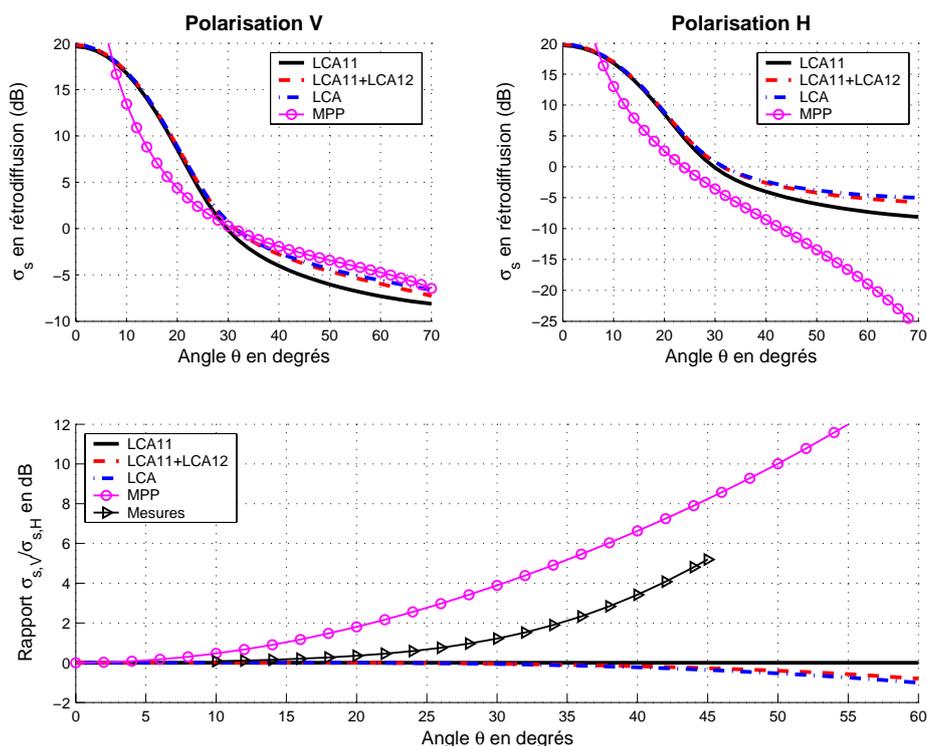


FIG. III.17 – Comparaison des coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles LCA11, LCA11+LCA12, LCA et MPP d'une surface de mer 1D pour $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

Par construction le modèle LCA satisfait la limite basse fréquence donnée par la MPP. On observe alors numériquement et surtout en polarisation H que la courbe issue du LCA complet ne converge pas vers celle donnée par la MPP. En revanche, pour une surface 1D d'autocorrélation des hauteurs supposée gaussienne (donc mono-échelle), des simulations non reportées dans ce document montrent que le modèle LCA converge numériquement vers la MPP. Par conséquent, pour une surface multi-échelle, les ordres supérieurs du LCA11, LCA12+LCA22, sont incapables de corriger le LCA11 afin de converger vers la MPP. La figure III.17 révèle également un mauvais accord du rapport de polarisation des mesures et celui issu du modèle LCA.

La figure III.18 compare les coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles WCA11, WCA11+WCA12, WCA et WCAQ d'une surface de mer 1D pour $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

Comparativement au modèle SSA complet (figure III.16), le WCA complet prédit une différence beaucoup plus faible par rapport au WCA11 \equiv SSA11. En effet, $\max_{\theta \in [0;70]^\circ} |\sigma_{s,V}^{\text{WCA}} -$

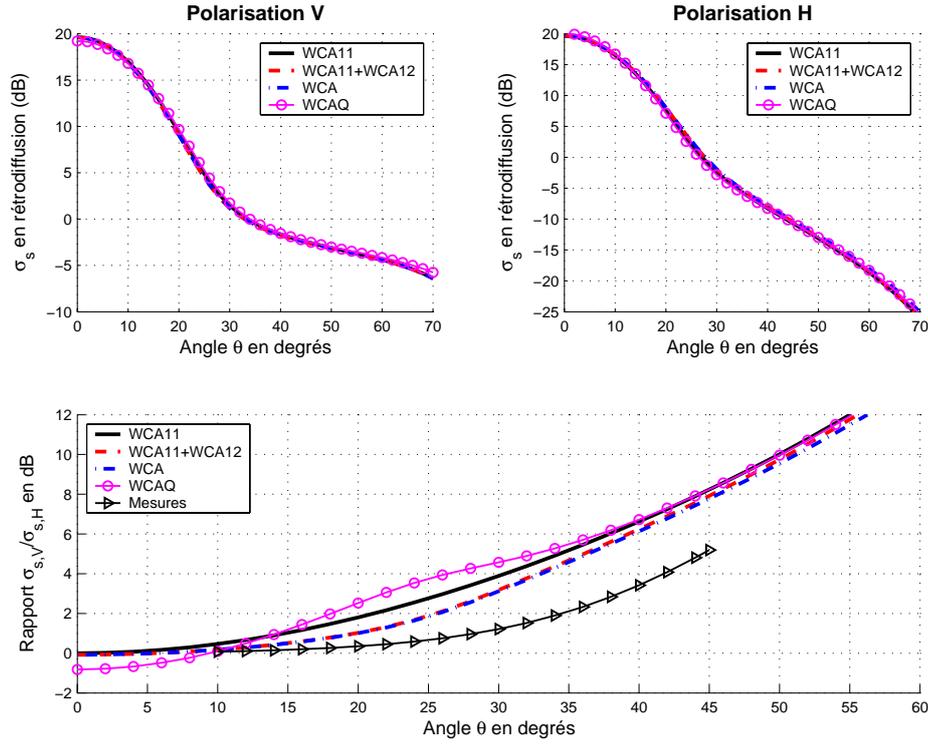


FIG. III.18 – Comparaison des coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles WCA11, WCA11+WCA12, WCA et WCAQ d’une surface de mer 1D pour $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

$|\sigma_{s,V}^{\text{WCA11}}| = 0.4$ dB (selon le SSA, 3.6 dB) où $\sigma_{s,V}^{\text{WCA}} \leq \sigma_{s,V}^{\text{WCA11}}$ et $\max_{\theta \in [0;70]^\circ} |\sigma_{s,H}^{\text{WCA}} - \sigma_{s,H}^{\text{WCA11}}| = 1.1$ dB (selon le SSA, 8.8 dB) où $\sigma_{s,H}^{\text{WCA}} \geq \sigma_{s,H}^{\text{WCA11}}$ (en fait, $\sigma_{s,V}^{\text{WCA}} \leq \sigma_{s,V}^{\text{WCA11}}$ car $\sigma_{s,V}^{\text{WCA12}} \leq 0$ et $|\sigma_{s,V}^{\text{WCA12}}| \gg |\sigma_{s,V}^{\text{WCA22}}|$ tandis que $\sigma_{s,H}^{\text{WCA12}} \geq 0$ et $\sigma_{s,H}^{\text{WCA22}} \geq 0$). Par conséquent l’effet de la modulation de Bragg prédit par le modèle WCA est beaucoup plus faible que celui prédit par le modèle SSA. La figure III.18 montre également que le rapport de polarisation du WCA complet est amélioré.

Afin de voir l’influence de la fréquence, la figure III.19 présente les coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles SSA11, SSA, WCA d’une surface de mer 1D pour $f = 14.6$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB. Le rapport de polarisation est obtenu à partir du modèle de Wentz et al. [115] où $0 \leq \theta \leq 60^\circ$.

On observe que la différence entre le SSA complet et son premier ordre augmente avec l’angle d’incidence, est plus forte en polarisation H et est positive. Avec le modèle WCA, la différence est beaucoup plus faible et est négative en polarisation V . Le rapport de polarisation prédit par le SSA est en accord à 0.5 dB près avec les mesures tandis que l’approche WCA le surestime de 1 dB au maximum. L’effet de la modulation de Bragg varie légèrement avec la fréquence. En effet, pour $f = 14.6$ GHz, $\max_{\theta \in [0;70]^\circ} |\sigma_{s,V}^{\text{SSA}} - \sigma_{s,V}^{\text{SSA11}}| = 4.0$ dB et $\max_{\theta \in [0;70]^\circ} |\sigma_{s,H}^{\text{SSA}} - \sigma_{s,H}^{\text{SSA11}}| = 9.3$ dB, tandis que pour $f = 5.3$ GHz, $\max_{\theta \in [0;70]^\circ} |\sigma_{s,V}^{\text{SSA}} - \sigma_{s,V}^{\text{SSA11}}| = 3.6$ dB et $\max_{\theta \in [0;70]^\circ} |\sigma_{s,H}^{\text{SSA}} - \sigma_{s,H}^{\text{SSA11}}| = 8.8$ dB.

La figure III.20 compare les coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles SSA et WCA avec celui obtenu à l’aide d’une méthode des moments combinée à une méthode rapide nommée Forward-Backward (FB, voir chapitre IV). $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$.

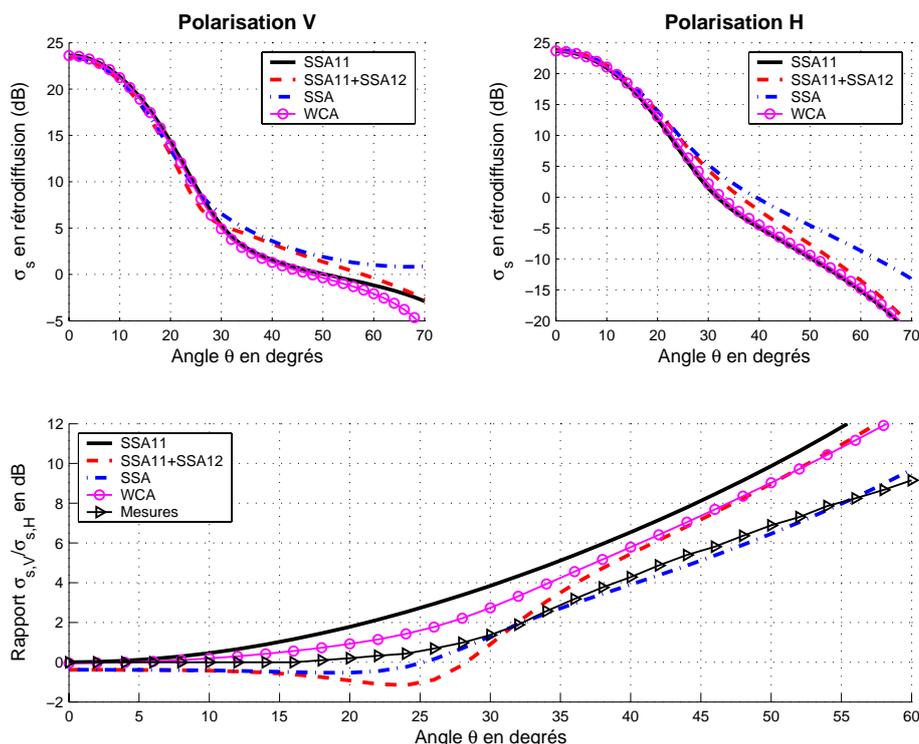


FIG. III.19 – Comparaison des coefficients de rétrodiffusion en dB des modèles SSA11, SSA, WCA d’une surface de mer 1D pour $f = 14.6$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB. Le rapport de polarisation est obtenu à partir du modèle de Wentz et al. [115] où $0 \leq \theta \leq 60^\circ$.

Pour les deux polarisations, on observe que le SSA complet a tendance à surestimer la SER tandis que le modèle WCA la surestime uniquement en polarisation V, bien que celui-ci produit une différence négative par rapport aux WCA11 (identique au SSA11). En terme de rapport de polarisation, les modèles WCA (en valeurs supérieures) et SSA (en valeurs inférieures) encadrent la méthode numérique. Il est donc difficile de dresser une conclusion générale sur la pertinence des modèles SSA et WCA. Néanmoins, il semble que le WCA est meilleur en polarisation V et qu’en polarisation H, il est préférable d’appliquer le SSA11+SSA12 (à noter que le SSA22 est incomplet).

III.3.3 Coefficient de diffusion incohérent du SSA du *premier ordre* d’une surface de mer anisotrope de statistique non gaussienne

Dans la section précédente, nous avons considéré un processus gaussien centré et des résultats numériques ont été présenté en supposant une surface 1D. Dans ce paragraphe, le coefficient de diffusion incohérent bistatique du modèle SSA du *premier ordre* est calculé pour un processus non-gaussien, pour lequel les statistiques d’ordre trois (skewness) et quatre (kurtosis) sont introduites. De plus, afin de réduire le nombre d’intégrations à deux, deux intégrations selon les azimuts sont effectuées analytiquement à l’aide des fonctions de Bessel. Enfin, le modèle est simplifié en configuration monostatique. Le détail de ce travail est fourni dans l’annexe G.

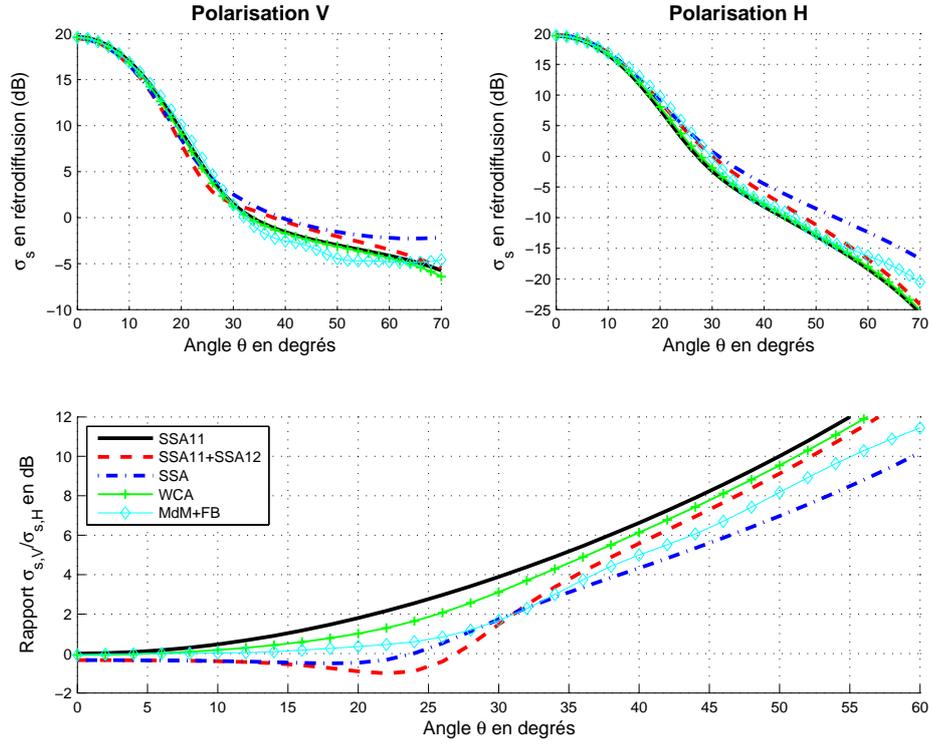


FIG. III.20 – Comparaison du coefficient de rétrodiffusion en dB des modèles SSA et WCA avec celui obtenu à l’aide d’une méthode des moments combinée à une méthode rapide nommée Forward-Backward (FB). $f = 5.3$ GHz et $u_{10} = 5$ m/s. En haut à gauche $\sigma_{s,V}$. En haut à droite $\sigma_{s,H}$. En bas, le ratio $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$ en dB.

III.3.3.1 Introduction

Dans la littérature [113], [114], [115], [116], [117], [118] et [119], le coefficient de *rétrodiffusion* incohérent d’une surface de mer 2D pour les co-polarisations (VV et HH) est modélisé empiriquement comme

$$\bar{\sigma}_s(\theta, \phi) = \bar{\sigma}_{s,0}(\theta) + \bar{\sigma}_{s,1}(\theta) \cos(\phi) + \bar{\sigma}_{s,2}(\theta) \cos(2\phi), \quad (\text{III.101})$$

où θ est l’angle d’incidence et ϕ la direction en azimut par rapport à celle du vent. En d’autres termes, le coefficient de diffusion incohérent est décomposé comme une série de Fourier paire (pas de termes en $\sin(n\phi)$ avec $n \in \mathbb{Z}^+$) selon l’azimut ϕ tronquée à l’ordre deux, dans laquelle $\bar{\sigma}_{s,n}$ ($n = \{0, 1, 2\}$) sont les coefficients. Physiquement :

- $\bar{\sigma}_{s,0}$ représente la partie isotrope et donne une information sur la vitesse du vent.
- $\bar{\sigma}_{s,1}$ caractérise l’asymétrie de la surface selon les directions face ($\phi = 0$) et dos ($\phi = 180^\circ$) au vent. Pour un processus gaussien, sa contribution est nulle. Elle est attribuée à la modulation hydrodynamique de la petite échelle sur la grande échelle et que les sommets des vagues sont dirigés vers la direction du vent. Comme on le verra, la prise en compte de la statistique d’ordre trois permet de quantifier cet effet.
- $\bar{\sigma}_{s,2}$ caractérise l’asymétrie de la surface selon les directions face ($\phi = 0$) et transverse ($\phi = 90^\circ$) au vent.

L’introduction des statistiques d’ordres supérieurs à deux dans les calculs des moments statistiques a été étudiée en détail par Longuet-Higgins [174]. Avec le modèle IEM (Integral Equation

Method) de Fung [26], Fung et Chen [175] incluent l'effet du skewness dans le calcul du coefficient de diffusion incohérent. Nous pouvons également citer la thèse de Elfouhaily [176]. Nickolaev et al. [177] appliquent le modèle à deux échelles dont la DDP des pentes est décrite par une série de Gram-Charlier tronquée à l'ordre quatre afin d'être consistant avec le modèle de Cox and Munk [95]. Plus récemment, McDaniel [178] a introduit les effets du skewness et du kurtosis dans le modèle "full wave" de Bahar. A notre connaissance, la décomposition donnée par (III.101) n'a jamais été justifiée théoriquement. C'est l'objet des sections suivantes.

III.3.3.2 Calcul des moments statistiques supérieurs à deux

En utilisant la notation de Voronovich, le coefficient de diffusion incohérent est défini par $\bar{\sigma}_s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{q_i q_s}{\Sigma \pi} \left(\left\langle \left| \bar{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) \right|^2 \right\rangle - \left| \left\langle \bar{\mathbf{S}}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) \right\rangle \right|^2$). Par conséquent d'après (III.75), $\bar{\sigma}_s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s)$ du modèle SSA du premier ordre s'écrit

$$\bar{\sigma}_s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{1}{\pi} \left| \frac{2q_i q_s \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)}{Q_z} \right|^2 \int_{\Sigma} \exp[j(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \mathbf{r}] \langle \exp[jQ_z(z_2 - z_1)] \rangle d\mathbf{r}. \quad (\text{III.102})$$

z_1 et z_2 sont les hauteurs de deux points arbitraires de la surface séparés de la distance $\|\mathbf{r}\|$. Le symbole $\langle \dots \rangle$ désigne l'opérateur moyenne statistique agissant sur les variables aléatoires z_1 et z_2 . En rétrodiffusion, $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$, $q_s = q_i$ et puisque les termes $B_{VH}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i) = B_{HV}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i)$ sont nuls, la contribution des polarisations croisées est nulle. Pour la quantifier, il faudrait intégrer le second ordre du SSA.

En se basant sur les travaux de Longuet-Higgins [174] et en incluant les moments d'ordres trois et quatre on montre que

$$\langle \exp[jQ_z(z_2 - z_1)] \rangle \approx \underbrace{\exp[-Q_z^2(\sigma_z^2 - W_2)]}_{\text{Processus Gaussien : ordre 2}} \underbrace{\exp\left(jQ_z^3 W_3 + \frac{Q_z^4 W_{4d}}{2}\right)}_{\text{Ordres 3 et 4}}, \quad (\text{III.103})$$

avec

$$\begin{cases} W_0(\mathbf{r}) \rightarrow W_2(\mathbf{r}) = \langle z_1 z_2 \rangle \\ W_3(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} (\langle z_1^2 z_2 \rangle - \langle z_1 z_2^2 \rangle) \\ W_{4d}(\mathbf{r}) = \frac{1}{12} (\langle (z_1 - z_2)^4 \rangle - (\sigma_z^2 - W_2)^2) \end{cases}. \quad (\text{III.104})$$

Le premier terme du membre de droite correspond à un processus gaussien tandis que le second terme traduit la prise en compte des ordres trois et quatre. Afin d'utiliser la notation de l'annexe G, la fonction d'autocorrélation des hauteurs $W_0(\mathbf{r})$ est maintenant notée $W_2(\mathbf{r})$. Rappelons que $W_2(-\mathbf{r}) = +W_2(\mathbf{r})$, et par construction $W_3(-\mathbf{r}) = -W_3(\mathbf{r})$ et $W_{4d}(-\mathbf{r}) = +W_{4d}(\mathbf{r})$. Si le processus est gaussien centré, il est aisé de montrer que $W_3 = W_{4d} = 0$. Dans la littérature, la fonction W_3 est nommée "Skewness function" [175], [26] et W_{4d} est nommée "Peakedness function" [110].

La fonction d'autocorrélation des hauteurs est connue car elle est obtenue à partir de la transformée de Fourier du spectre des hauteurs, étudiée depuis une quarantaine d'années. D'une façon générale, ce spectre s'écrit en coordonnées polaires (k, ψ) ($\hat{W}_2(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = k \times \hat{W}_2(k, \psi) dk d\psi$) comme

$$\hat{W}_2(k, \psi) = \hat{W}_{20}(k) [1 + \hat{\Delta}(k) \cos(2\psi)] / (2\pi), \quad (\text{III.105})$$

où \hat{W}_{20} représente la partie isotrope et $\hat{\Delta}(k)$ quantifie l'anisotropie de la surface. k représente le nombre d'onde de la vague et ψ sa direction en azimut par rapport à celle du vent. On montre alors qu'en coordonnées polaires $\mathbf{r} = (x, y) = (r \cos \Phi, r \sin \Phi)$, la fonction d'autocorrélation associée s'écrit [108]

$$W_2(r, \Phi) = W_{20}(r) - W_{22}(r) \cos(2\Phi), \quad (\text{III.106})$$

où

$$\begin{cases} W_{20}(r) = \int_0^\infty \hat{W}_{20}(k) J_0(rk) dk \\ W_{22}(r) = \int_0^\infty \hat{W}_{20}(k) \hat{\Delta}(k) J_2(rk) dk \end{cases}. \quad (\text{III.107})$$

W_{20} représente la partie isotrope et W_{22} quantifie l'anisotropie de la surface. J_n est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n . Puisque $W_2(r, \Phi + \pi/2) \neq W_2(r, \Phi)$, l'effet de l'asymétrie entre les directions face et transverse au vent est prédit via la composante $\bar{\sigma}_{s,2}$ de (III.101). Par contre, puisque $W_2(r, \Phi + \pi) = W_2(r, \Phi)$, l'effet de l'asymétrie entre les directions face et dos au vent est nul, impliquant que la matrice $\bar{\sigma}_{s,1}$ est nulle.

La détermination de W_3 et W_{4d} est plus difficile car peu de travaux sont présentés dans la littérature sur son calcul ou sa détermination expérimentale. Ceci peut s'expliquer, comme on le verra sur les simulations, par le fait que son impact sur le coefficient de diffusion incohérent est faible. Néanmoins, à partir de la distribution des pentes de Cox et Munk donnée par (II.66), le comportement de W_3 et W_{4d} au voisinage de zéro peut être déterminé. Ainsi en extrapolant et en imposant des propriétés de symétrie, les fonctions W_3 et W_{4d} peuvent être déterminées analytiquement quel que soit \mathbf{r} .

• **Cas où la distance radiale est proche de zéro**

Pour $\|\mathbf{r}\| = r$ proche de zéro, $z_2 - z_1 = z(\mathbf{r}_2) - z(\mathbf{r}_1) \approx x\gamma_x + y\gamma_y$ ($\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$). De plus, à partir de la DDP des pentes (II.66) de Cox et Munk, $p_{2\gamma}(\gamma_x, \gamma_y)$, nous avons

$$\begin{aligned} \langle e^{jQ_z(x\gamma_x + y\gamma_y)} \rangle &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_{2\gamma}(\gamma_x, \gamma_y) e^{jQ_z(x\gamma_x + y\gamma_y)} d\gamma_x d\gamma_y \\ &= \exp \left[-\frac{Q_z^2}{2} (x^2 \sigma_{\gamma_x}^2 + y^2 \sigma_{\gamma_y}^2) \right] \left[1 - \frac{jQ_z^3}{6} x \sigma_{\gamma_x} (x^2 \sigma_{\gamma_x}^2 c_{03} + 3y^2 \sigma_{\gamma_y}^2 c_{21}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{Q_z^4}{24} (x^4 \sigma_{\gamma_x}^4 c_{04} + y^4 \sigma_{\gamma_y}^4 c_{40} + 6x^2 y^2 \sigma_{\gamma_x}^2 \sigma_{\gamma_y}^2 c_{22}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.108})$$

De plus, d'après (III.103), nous avons

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow 0} \langle \exp [jQ_z(z_2 - z_1)] \rangle &\approx \langle \exp [jQ_z(x\gamma_x + y\gamma_y)] \rangle \\ &\approx \exp \left[-\frac{Q_z^2}{2} (x^2 \sigma_{\gamma_x}^2 + y^2 \sigma_{\gamma_y}^2) \right] \left(1 + jQ_z^3 W_3 + \frac{Q_z^4 W_{4d}}{2} \right), \end{aligned} \quad (\text{III.109})$$

puisque $\sigma_z^2 - W_2 \approx (x^2 \sigma_{\gamma_x}^2 + y^2 \sigma_{\gamma_y}^2)/2$ (W_2 est une fonction paire, donc pour $r = 0$, $\partial_{1,0}(W_2) = 0$, $\partial_{0,1}(W_2) = 0$, $\partial_{2,0}(W_2) = -\sigma_{\gamma_x}^2$ et $\partial_{0,2}(W_2) = -\sigma_{\gamma_y}^2$ où $\partial_{n,m} = \partial^{n+m}/\partial x^n \partial y^m$). Ainsi, en identifiant ces deux équations ci-dessus, nous avons au voisinage de zéro

$$\begin{cases} W_3(\mathbf{r}) = -\frac{1}{6} x \sigma_{\gamma_x} (x^2 \sigma_{\gamma_x}^2 c_{03} + 3y^2 \sigma_{\gamma_y}^2 c_{21}) \\ W_{4d}(\mathbf{r}) = \frac{1}{12} (x^4 \sigma_{\gamma_x}^4 c_{04} + y^4 \sigma_{\gamma_y}^4 c_{40} + 6x^2 y^2 \sigma_{\gamma_x}^2 \sigma_{\gamma_y}^2 c_{22}) \end{cases} \quad r \rightarrow 0. \quad (\text{III.110})$$

De plus, d'après [176], [178] et [179], nous avons $3\sigma_{\gamma_y}^2 c_{21} \approx \sigma_{\gamma_x}^2 c_{03}$, $\sigma_{\gamma_x}^4 c_{04} \approx \sigma_{\gamma_y}^4 c_{40} \approx 3\sigma_{\gamma_x}^2 \sigma_{\gamma_y}^2 c_{22}$. L'équation (III.110) devient alors en coordonnées polaires

$$\begin{cases} W_3(r, \Phi) = -\frac{1}{6}r^3 \cos(\Phi) \sigma_{\gamma_x}^3 c_{03} \\ W_{4d}(r) = \frac{1}{4}r^4 \sigma_{\gamma_x}^2 \sigma_{\gamma_y}^2 c_{22} \end{cases} \quad (\text{III.111})$$

Contrairement à la fonction d'autocorrélation des hauteurs W_2 , nous avons $W_3(r, \Phi + \pi) = -W_3(r, \Phi)$. Cette propriété va permettre de prédire l'effet de l'asymétrie entre les directions face et dos au vent quantifié dans (III.101) par $\bar{\sigma}_{s,1}$.

• *Cas où la distance radiale est quelconque*

Afin d'avoir une description complète des fonctions W_3 et W_{4d} , la relation (III.111) doit être extrapolée pour des valeurs de $r \geq 0$ quelconques tout en conservant des propriétés particulières (énoncées dans l'annexe G via les équations (16)-(21)). Malheureusement, peu de travaux sur ce sujet existent dans la littérature. Fung et al. posent $W_3(r, \Phi) = \alpha_1 (r \cos \Phi)^3 \exp(-r^{\alpha_2}/\alpha_3)$ où $\{\alpha_1 = \sigma_z^{-3}, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = s_0^2\}$ [175], $\{\alpha_1 = \sigma_z^{-3}, \alpha_2 = 1, \alpha_3 = s_0\}$ [111], et $\{\alpha_1 = s_0^{-3}, \alpha_2 = 2, \alpha_3 = s_0^2\}$ [26] et [112]. Guissard [110] note que la détermination du paramètre α_3 , qui est proportionnel à la longueur de corrélation du skewness (par analogie avec celle des hauteurs), n'est pas obtenu à partir de mesures directes du skewness. Elle est choisie de telle manière que le coefficient de diffusion incohérent théorique soit en accord avec des mesures. Nous pouvons noter que le profil choisi est différent du notre car $W_3 \propto \cos^3 \Phi$ au lieu de $\cos \Phi$ avec notre approche. McDaniel [172] suppose que les spectres associés aux fonctions $\{W_{3,4d}(\mathbf{r})\}$ s'écrivent $\hat{W}_{3,4d}(k, \psi) = \hat{W}_{20}(k) \hat{F}_{3,4d}(k, \psi)/(2\pi)$, où $\hat{W}_{20}(k)$ désigne la partie isotrope du spectre des hauteurs, donné par le modèle de Elfouhaily et al., et $\hat{F}_{3,4d}(k, \psi)$ sont les parties anisotropes des spectres du skewness et du peakedness. Cette solution n'est pas adoptée car les fonctions $\{W_{3,4d}(\mathbf{r})\}$ doivent être recalculées à partir de $\hat{W}_{3,4d}(k, \psi)$ pour la détermination du coefficient de diffusion incohérent. Au final, les formes choisies sont les suivantes

$$\begin{cases} W_3(r, \Phi) = W_{30}(r) \cos \Phi & \text{avec } W_{30}(r) = -\sigma_{zS}^3 \frac{r^3}{L_{c3}^3} \exp\left(-\frac{r^2}{L_{c3}^2}\right) \\ \frac{W_{4d}(r)}{\sigma_{zL}^4} = \frac{r^4}{L_{c4}^4} \exp\left(-\frac{r^4}{L_{c4}^4}\right) \end{cases}, \quad (\text{III.112})$$

avec par définition $W_{4d}(\mathbf{0}) = W_{4d}(\infty) = 0$. De plus d'après (III.111), nous avons

$$\begin{cases} \partial_{3,0}(W_3)|_{r=0} = -\sigma_{sx}^3 c_{03} = \frac{6\sigma_{zS}^3}{L_{c3}^3} & \Rightarrow L_{c3} = \left(\frac{6}{c_{03}}\right)^{1/3} \frac{\sigma_{zS}}{\sigma_{\gamma_x}} \\ \partial_{4,0}(W_{4d})|_{r=0} = 6\sigma_{\gamma_x}^2 \sigma_{\gamma_y}^2 c_{22} = \frac{24\sigma_{zL}^4}{L_{c4}^4} & \Rightarrow L_{c4} = \sigma_{zL} \left(\frac{2}{\sigma_{\gamma_x} \sigma_{\gamma_y} \sqrt{c_{22}}}\right)^{1/2} \end{cases}. \quad (\text{III.113})$$

Les mesures effectuées par Cox et Munk [95] indiquent qu'une mer recouverte de pétrole (les vagues de capillarité sont alors atténuées) réduit l'effet du skewness tandis que l'effet du peakedness reste inchangé. Ceci implique que le skewness est lié à la petite échelle de rugosité dont l'écart type des hauteurs est noté σ_{zS} , tandis que le peakedness est relié à la grande échelle dont l'écart type des hauteurs est noté σ_{zL} . Ceci explique que dans (III.112), les écarts type des hauteurs dans les définitions de W_3 et W_{4d} sont différents.

La variance totale des hauteurs peut se décomposer comme

$$\sigma_z^2 = \sigma_{zL}^2 + \sigma_{zS}^2 = \int_0^{k_S} \hat{W}_{20}(k) dk + \int_{k_S}^{\infty} \hat{W}_{20}(k) dk, \quad (\text{III.114})$$

où k_S est un nombre d'onde de coupure séparant la petite et la grande échelles. Son calcul n'est pas aisé car peu de travaux existent sur son sujet. Guissard [110] pose $\sigma_{zS} = K_0/\delta(u_{10})$, où K_0 est le nombre d'onde incident dans le vide, et δ dépend de la vitesse du vent u_{10} définie à dix mètres au-dessus de la mer. Dans la bande X ($f = 10$ GHz), Elfouhaily [176] pose $k_S = 50$ rad/m. Ces deux approches suggèrent donc que σ_{zS} dépend de la fréquence d'émission du radar, ce qui peut paraître surprenant, puisque c'est un paramètre intrinsèque de la surface de mer. La méthode suivante est proposée afin d'estimer σ_{zS} .

Puisqu'une mer recouverte de pétrole supprime en partie les vagues de capillarité, d'après le modèle de Cox et Munk, nous pouvons écrire que la variance des pentes des vagues de gravité s'écrit $\sigma_{\gamma L}^2 = (1.62u_{12} + 8)10^{-3}$, dans laquelle u_{12} est la vitesse du vent définie à 12.5 mètres au-dessus de la mer. Par la suite, nous supposons que $u_{12} = u_{10}$, ce qui est valide à 2% près. De plus

$$\sigma_{\gamma L}^2 = \int_0^{k_S} \hat{W}_{20}(k) k^2 dk \approx (1.62u_{12} + 8)10^{-3}. \quad (\text{III.115})$$

Pour un k_S donné, lorsque la valeur de l'intégrale devient égale au dernier membre de droite, alors k_S est déterminé. Par exemple, pour $u_{10} = \{5, 10, 15\}$ m/s, nous avons $k_S = \{9, 10, 28\}$ rad/m, ce qui est plus petit que la valeur prise par Elfouhaily [176]. De plus, $\sigma_{zL}/\sigma_z = \{0.99947, 0.99998, 0.99999\}$, $\sigma_{zS}/\sigma_z = \{0.03245, 0.00691, 0.00158\}$ ($(\sigma_{zL}/\sigma_z)^2 + (\sigma_{zS}/\sigma_z)^2 = 1$), $k_S/k_p = \{33, 147, 915\}$, où k_p est le nombre d'onde pour lequel le spectre des hauteurs des vagues de gravité passe par son maximum. A noter que $\sigma_{zL}/\sigma_z \approx 1$, car ce sont uniquement les vagues de gravité qui contribuent à la hauteur des vagues.

• **Simulation des fonctions de corrélation**

La figure III.21 représente les écarts type des hauteurs en mètres de la petite et de la grande échelles en fonction de la vitesse du vent u_{10} en m/s. Dans la légende, "Gravité" correspond à l'écart type des hauteurs du régime de gravité, "Capillarité (Bou)" à celui des vagues de capillarité calculé avec notre méthode, et "Capillarité (Elf)" à celui des vagues de capillarité obtenu avec l'approche de Elfouhaily ($k_S = 50$ rad/m). Nous observons que le rapport σ_{zL}/σ_{zS} est beaucoup plus grand que l'unité (compris entre 16 et 790) et que σ_{zS} calculé avec notre méthode (valeur moyenne égale à 3.6 mm) est du même ordre de grandeur que celui obtenu avec l'approche de Elfouhaily (valeur moyenne égale à 1.1 mm).

La figure III.22 représente les longueurs de corrélation en mètres des hauteurs L_{c2} , du skewness L_{c3} (équation (III.113)), et du peakedness L_{c4} (équation (III.113)) en fonction de la vitesse du vent u_{10} en m/s. La longueur L_{c2} est définie comme $W_2(0, \Phi)/W_2(L_{c2}, \Phi) = e^{-1}$. Comme sur la figure III.21, les valeurs obtenues entre notre approche et celle de Elfouhaily sont du même ordre de grandeur. De plus, les longueurs de corrélation des hauteurs et du peakedness sont semblables et sont de l'ordre d'une dizaine de mètres car elles sont liées au régime de gravité. Par contre celle du skewness est beaucoup plus faible, de l'ordre du centimètre, car elle est liée au régime de capillarité. Ces résultats sont quantitativement en accord avec ceux reportés dans [26] et [110].

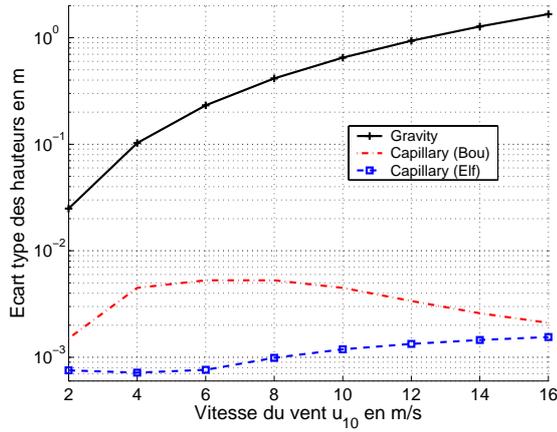


FIG. III.21 – Ecart type des hauteurs en m en fonction de la vitesse du vent u_{10} en m/s.

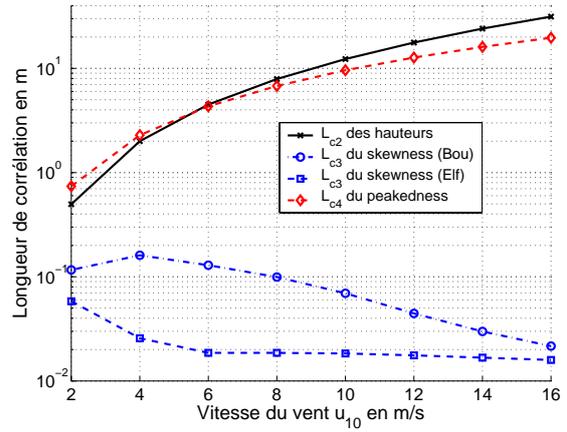


FIG. III.22 – Longueurs de corrélation en m en fonction de la vitesse du vent u_{10} en m/s.

La figure III.23 représente les fonctions de corrélation normalisées des hauteurs $W_2(r, \Phi)/\sigma_{zL}^2$, du skewness $W_3(r, \Phi)/\sigma_{zS}^3$ et du peakedness $W_{4d}(r)/\sigma_{zL}^4$ en fonction de la distance radiale r et pour $\Phi = 0$. La fonction d'autocorrélation des hauteurs présente des valeurs négatives qui sont dues au fait que le spectre des hauteurs possède un maximum dont le nombre d'onde est différent de zéro. La fonction skewness $W_3(r, \Phi)/\sigma_{zS}^3$ passe par un maximum égal à $-(3/2)^{3/2} \exp(-3/2) \approx -0.41$, dont la distance radiale vaut $(3/2)^{1/2} L_{c3} \approx 1.22 L_{c3}$, tandis que le maximum de $W_{4d}(r)/\sigma_{zL}^4$ est $e^{-1} = 0.37$, dont la distance radiale est L_{c4} .

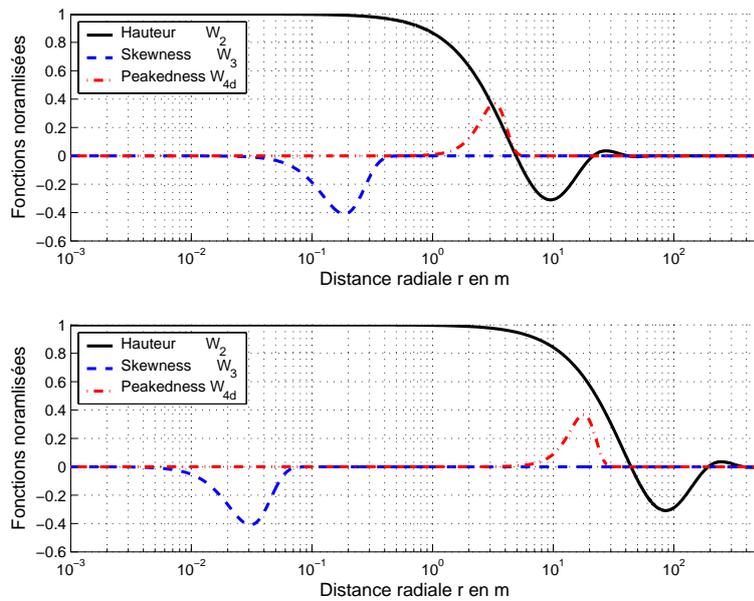


FIG. III.23 – Fonctions de corrélation normalisées en fonction de la distance radiale r pour $\Phi = 0$. $u_{10} = 5$ m/s en haut et $u_{10} = 15$ m/s en bas.

III.3.3.3 Coefficient de diffusion incohérent bistatique

En substituant les équations (III.103), (III.106) et (III.112) dans (III.102), en utilisant le système de coordonnées polaires ($x = r \cos \Phi, y = r \sin \Phi$) et en intégrant sur Φ , on montre que

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) &= 2 \left| \frac{2q_i q_s \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s)}{Q_z} \right|^2 e^{-Q_z^2 \sigma_z^2 L} \int_0^\infty e^{\alpha_0} \left\{ J_0(k_{si}r) \left[\Omega_{0,\infty}(\alpha_1, \alpha_2) - e^{-Q_z^2 \sigma_z^2 L} \right] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n>0} J_n(k_{si}r) \Omega_{n,\infty}(\alpha_1, \alpha_2) \cos(n\chi) \right\} r dr, \end{aligned} \quad (\text{III.116})$$

où

$$\left\{ \begin{aligned} \Omega_{0,M}(\alpha_1, \alpha_2) &= J_0(\alpha_1) I_0(\alpha_2) + \sum_{m=1}^{m=M} J_{2m}(\alpha_1) I_m(\alpha_2) \\ \Omega_{n,M}(\alpha_1, \alpha_2) &= 2(-1)^n \left\{ J_n(\alpha_1) I_0(\alpha_2) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{m=M} [J_{n+2m}(\alpha_1) + J_{n-2m}(\alpha_1)] I_m(\alpha_2) \right\}. \end{aligned} \right. , \quad (\text{III.117})$$

et

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_0(r) &= Q_z^2 W_{20}(r) + \frac{Q_z^4 W_{4d}(r)}{2} & \alpha_1(r) &= Q_z^3 W_{30}(r) & \alpha_2(r) &= Q_z^2 W_{22}(r) \\ \chi &= \arctan \left[\frac{(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \hat{\mathbf{y}}}{(\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i) \cdot \hat{\mathbf{x}}} \right] & k_{si} &= \|\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i\| \end{aligned} \right. . \quad (\text{III.118})$$

J_n est la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre n , et I_n est la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre n . Dans le cas gaussien, $\alpha_1 = 0$ ($J_n(\alpha_1) \neq 0$ si $n = 0$), ce qui implique que $\Omega_{0,M} = I_0(\alpha_2)$ et $\Omega_{n,M} = 2(-1)^n I_m(\alpha_2) \delta_{n,2m}$ avec $n > 0$. De plus dans (III.116), $\sum_{n>0} J_n(k_{si}r) \Omega_{n,\infty} \cos(n\chi) = 2 \sum_{m>0} J_{2m}(k_{si}r) I_m(\alpha_2) \cos(2m\chi)$. C'est l'hypothèse utilisée dans [108]. Si les fonctions W_{20} , W_{30} et W_{4d} , qui dépendent uniquement de r , sont connues analytiquement, alors le calcul du coefficient de diffusion incohérent ne nécessite qu'une intégration numérique. En fait, la fonction W_{20} définie par (III.107), est calculée à partir du spectre, nécessitant une intégration supplémentaire selon le nombre d'onde k de la vague.

L'équation (III.116) montre que le coefficient de diffusion incohérent bistatique s'exprime comme une série de Fourier paire (pas de termes en $\sin(n\chi)$) selon l'angle χ . Selon la valeur de $k_{si}r$ la série peut être tronquée. Par exemple dans la direction spéculaire définie par $\mathbf{k}_s = \mathbf{k}_i$, $k_{si} = \|\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i\| = 0$, $J_n(k_{si}r) = 0$ et par conséquent $\bar{\sigma}_s(\mathbf{k}_i, +\mathbf{k}_i)$ est indépendant de χ donc de la direction du vent. En revanche, dans la direction de rétrodiffusion, où $\mathbf{k}_s = -\mathbf{k}_i$, $\chi = \phi$ et $Q_z = 2K_1 \sin \theta$. On montre alors que pour des fréquences radar $f = \{5.3, 14\}$ GHz et des vitesses du vent $u_{10} = \{5, 15\}$ m/s, la série sur n de (III.116) peut être tronquée à l'ordre deux (figure 4 de l'annexe G). Ainsi (III.116) prend la forme de (III.101)

$$\bar{\sigma}(\hat{\mathbf{K}}_i, -\hat{\mathbf{K}}_i) \equiv \bar{\sigma}(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{n=2} \bar{\sigma}_{s,n}(\theta) \cos(n\phi), \quad (\text{III.119})$$

dans laquelle

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{s,0}(\theta) = 2 |K_1 \cos(\theta) \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i)|^2 e^{-Q_z^2 \sigma_z^2 L} \int_0^\infty J_0(k_{si} r) [e^{\alpha_0} \Omega_{0,\infty}(\alpha_1, \alpha_2) - 1] r dr \\ \bar{\sigma}_{s,n}(\theta) = 2 |K_1 \cos(\theta) \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i)|^2 e^{-Q_z^2 \sigma_z^2 L} \int_0^\infty J_n(k_{si} r) e^{\alpha_0} \Omega_{n,\infty}(\alpha_1, \alpha_2) r dr \end{cases} \quad (\text{III.120})$$

avec

$$\begin{cases} \Omega_{0,\infty}(\alpha_1, \alpha_2) \approx \Omega_{0,0}(\alpha_1, \alpha_2) = J_0(\alpha_1) I_0(\alpha_2) \\ \Omega_{1,\infty}(\alpha_1, \alpha_2) \approx \Omega_{1,1}(\alpha_1, \alpha_2) = 2 \{-J_1(\alpha_1) I_0(\alpha_2) + I_1(\alpha_2) [J_1(\alpha_1) - J_3(\alpha_1)]\} \\ \Omega_{2,\infty}(\alpha_1, \alpha_2) \approx \Omega_{2,1}(\alpha_1, \alpha_2) = 2 \{+J_2(\alpha_1) I_0(\alpha_2) + I_1(\alpha_2) [J_0(\alpha_1) + J_4(\alpha_1)]\} \end{cases} \quad (\text{III.121})$$

Au final nous obtenons une expression simple du coefficient de diffusion incohérent consistant avec la relation utilisée expérimentalement. De plus, cette équation permet de comparer les coefficients de la série de Fourier $\bar{\sigma}_{s,n}(\theta)$ en s'affranchissant de la direction du vent ϕ .

III.3.3.4 Simulations en monostatique et comparaison avec des mesures

Dans ce paragraphe pour des incidences $\theta \in [0; 60]^\circ$ et en polarisation VV et HH , le coefficient de diffusion incohérent est comparé avec des mesures dans les bandes C ($f = 5.3$ GHz et la permittivité de la mer vaut $\epsilon_{r2} = 69 + j35$ [180]) et K_u ($f = 14.6$ GHz avec $\epsilon_{r2} = 47 + j38$ [180]). L'air est assimilé au vide ($K_1 = K_0 = 2\pi f/c$ avec $c = 3 \times 10^8$ m/s). Le spectre des hauteurs est donné par le modèle de Elfouhaily et al. [17], et les fonctions W_{30} et W_{4d} sont définies par (III.112).

Dans l'annexe G (figure 5), il est montré pour des fréquences $f = \{5.3, 14.6\}$ GHz et des vitesses de vent $u_{10} = \{5, 15\}$, que le skewness n'a pas d'impact sur $\bar{\sigma}_{s,0}$ et $\bar{\sigma}_{s,2}$. D'après (III.121), ceci implique que $\Omega_{0,\infty} = I_0(\alpha_1)$ et $\Omega_{2,\infty} = 2I_1(\alpha_1)$. De plus, il est observé que le peakedness produit une augmentation de $\bar{\sigma}_{s,2}$ au voisinage du nadir et que le modèle SSA du premier ordre converge vers le modèle des petites perturbations pour des angles d'incidences $\theta \in [30 - 40; 60]^\circ$.

La figure III.24 compare $\bar{\sigma}_{s,n}$ avec des mesures effectuées en bande C (modèle CMOD2-I3 [119], $\theta \in [18; 58]$ degrés et pas de résultats expérimentaux en polarisation HH) en fonction de l'angle d'incidence θ . En haut, la vitesse du vent $u_{10} = 5$ m/s, et en bas, $u_{10} = 15$ m/s. Pour les cas (a) et (d), $n = 0$. Pour les cas (b) et (e), $n = 1$. Pour les cas (c) et (f), $n = 2$. Pour $n = \{0, 2\}$ (figure III.24, cas (a), (c), (d) et (f)), nous observons que les niveaux des mesures sont plus grands que ceux des résultats numériques. La différence augmente légèrement avec la vitesse du vent. Pour des angles $\theta \in [30; 58]^\circ$ (correspondant aux angles où le modèle des petites perturbations est valide) et pour $f = 5.3$ GHz, le nombre d'onde de Bragg est $2K_0 \sin \theta \in [306; 530]$ rad/m. Ceci signifie que l'accord serait meilleur avec les mesures si le spectre des hauteurs était plus énergétique pour des nombres d'onde égaux à $2K_0 \sin \theta$.

La figure III.25 présente les mêmes variations que sur la figure III.24 avec $f = 14.6$ GHz (mesures provenant de SSAS-II [115]). Pour $n = 0$ et en polarisation VV , un bon accord est observé entre les mesures et le modèle. En revanche, comme sur la figure III.24, dans la région de Bragg, les résultats numériques sont inférieurs aux données expérimentales. Cette différence est due à la modulation de la petite échelle par la grande échelle (appelée "modulation de Bragg") qui n'est pas prise en compte dans notre modèle, dont la contribution est plus forte en polarisation HH . Il faudrait calculer la contribution des ordres supérieurs.

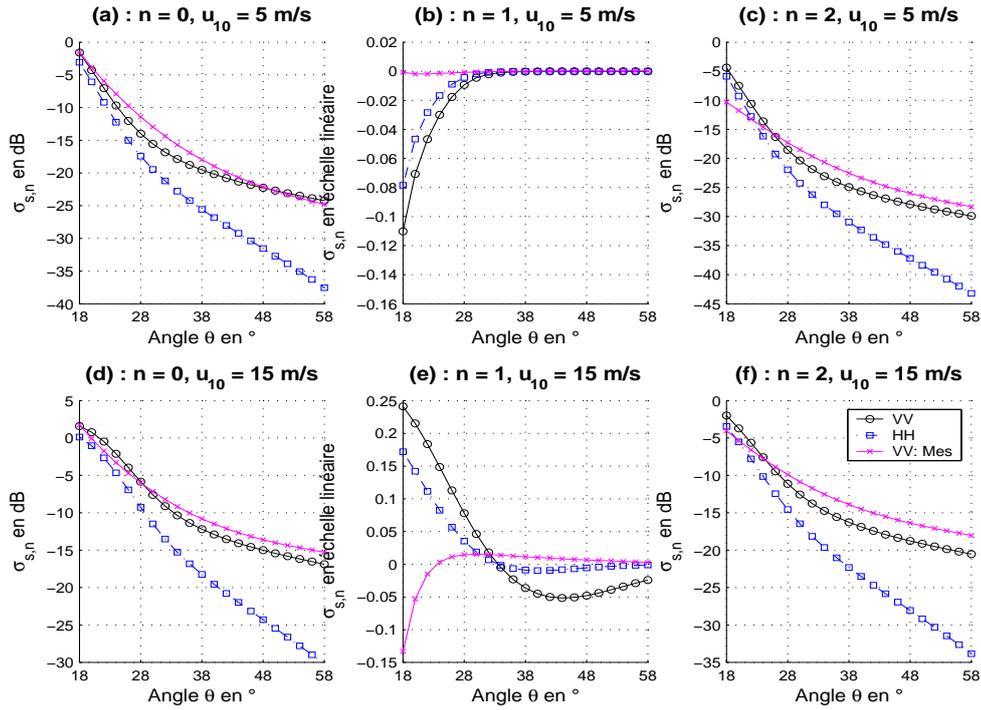


FIG. III.24 – Comparaison de $\bar{\sigma}_{s,n}$ avec des résultats expérimentaux en fonction de l'angle d'incidence θ pour $f = 5.3$ GHz. Pour les cas (a) et (d), $n = 0$. Pour les cas (b) et (e), $n = 1$. Pour les cas (c) et (f), $n = 2$. En haut la vitesse du vent $u_{10} = 5$ m/s, et en bas $u_{10} = 15$ m/s. A noter que pour $n = 0$ et $n = 2$, l'échelle verticale est en dB, tandis que pour $n = 1$, l'échelle verticale est linéaire.

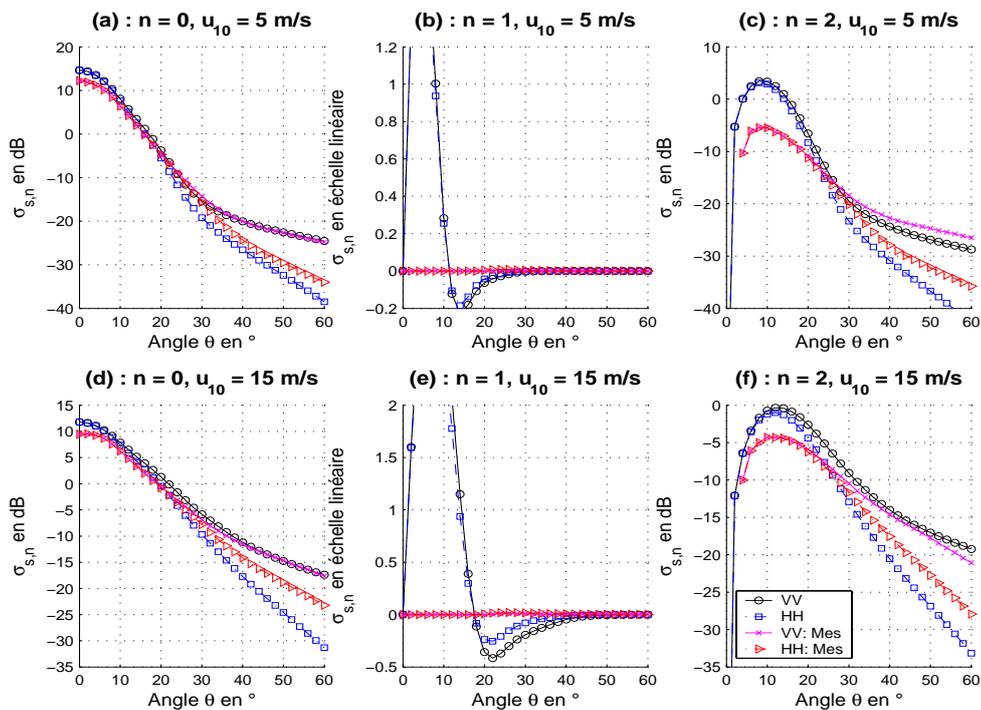


FIG. III.25 – Même variation que sur la figure III.24 avec $f = 14.6$ GHz.

Une autre explication possible est que la contribution des vagues de fortes pentes (“Breaking Waves”) n’est pas prise en compte dans notre approche. A l’aide de l’approche SSAM, Voronovich et al. [14] modélisent ce phénomène en incluant une contribution supplémentaire au coefficient de diffusion incohérent, modélisée par l’approximation de l’OG. Pour des incidences proches du nadir, un bon accord est observé pour $n = 0$, tandis que pour $n = 2$, les résultats numériques sont surestimés.

Pour $\theta < 30^\circ$, les figures III.24 et III.25 montrent que la valeur absolue de $\bar{\sigma}_{s,1}(\theta)$ issue des mesures est plus faible que celle du modèle. En fait, pour $f = 14.6$ GHz, ce terme est nul si les valeurs mesurées sont négatives. Un zoom des figures III.24 et III.25 pour $n = 1$ nous permet d’observer des niveaux de l’ordre de 10^{-3} pour les mesures et le modèle. La contribution de l’harmonique $n = 1$ est très sensible à l’effet du skewness via la fonction $W_{30}(r)$, qui dépend de σ_{zS} et L_{c3} (équation (III.112)). Ces deux paramètres sont fonction du nombre d’onde k_S séparant la petite et la grande échelles. Par exemple, quand $k_S = 50$ rad/m (valeur posée par Elfouhaily), les niveaux obtenus sur $\bar{\sigma}_{s,1}$ sont plus faibles avec un ratio compris entre deux et dix. Pour éviter ce problème, Fung et Chen [175], [26], [112] estiment ces paramètres de manière à ce que le coefficient de diffusion incohérent soit en accord avec les mesures. Ceci pourrait faire l’objet d’une investigation future. De plus pour $n = 2$, en jouant également sur la fonction peakedness, la différence entre les mesures et le modèle peut être diminuée.

En bande K_u , pour un surface de mer 2D, pour des vitesses de vent $u_{10} = \{5, 15\}$ m/s, en polarisations VV et HH , et pour $\theta \in [0; 60]^\circ$, une comparaison des modèles SSA11 et SSAM avec le modèle à deux échelles (MDE) est présentée dans l’article de Voronovich et Zavorotny [14]. Ils observent alors que le modèle SSAM prend en compte la modulation de Bragg tandis que le SSA11 ne le peut pas. De plus, en polarisation HH ils notent que la différence entre le MDE et le modèle SSAM est fortement réduite comparativement à celle du SSA11 et que cette différence est plus faible en polarisation VV . En calculant le SSA11+SSA12, dans l’article de McDaniel [172], une étude similaire a été menée en bande C . Au final d’après les travaux de Voronovich, Zavorotny et McDaniel, le coefficient de rétrodiffusion incohérent du modèle SSA11 est précis à ± 2 dB près par rapport au SSA complet.

Cette étude montre que la prédiction théorique de la SER d’une surface de mer n’est pas simple à modéliser en co-polarisations. En effet, en plus de résoudre le problème électromagnétique (effet), la cause doit être connue, demandant des connaissances en hydrodynamique dont des chercheurs en ont fait leur spécialité, comme par exemple le calcul de spectre des hauteurs. De plus, connaissant ces principes, il faut pouvoir ensuite les intégrer dans la modélisation électromagnétique, et si possible de façon simple afin d’avoir un modèle électromagnétique suffisamment simple pour la simulation numérique [181], [182].

III.3.4 Conclusion

Dans cette partie, les modèles SSA, WCA et LCA ont été présentés afin de prédire la SER *monostatique* d’une surface de mer dans les domaines microondes et pour les polarisations VV et HH . Ils sont dits *unifiés*, ce qui permet d’éviter l’introduction d’un nombre d’onde de coupure afin de découper la petite et la grande échelles. En effet, par construction les approches WCA et LCA vérifient les limites basse et haute fréquences, tandis que le SSA vérifie la limite basse fréquence au second ordre mais n’atteint pas la limite haute fréquence.

Pour un processus gaussien centré, le coefficient de diffusion incohérent $\bar{\sigma}_s$ a été donné pour les approches SSA et LCA et il a été calculé rigoureusement pour le modèle WCA. Ceci constitue une première originalité. Afin d’étudier l’hypothèse utilisée par Voronovich et Zavorotny

[14], basée sur l'approximation de la perturbation de la phase, la SER du modèle SSAM a été également implémentée numériquement. Pour une position du récepteur donnée, son calcul demande le calcul d'une FFT au lieu de trois pour les approches SSA et LCA, dont une pour le calcul de la fonction d'autocorrélation des hauteurs (indépendante de la position de l'émetteur). Les calculs du SSA et du LCA complets requièrent deux intégrations numériques bidimensionnelles imbriquées tandis que le WCA en demande trois. C'est pour cela qu'uniquement des simulations ont été présentées sur une surface de mer 1D (l'intégration devient monodimensionnelle réduisant par deux le nombre d'intégrations numériques). Afin de diminuer le nombre d'intégrations du calcul du WCA, une approximation quadratique suggérée par Elfouhaily a été proposée.

Des simulations ont été présentées pour une vitesse de vent $u_{10} = 5$ m/s, une fréquence $f = 5.3$ GHz et pour des angles d'incidence $\theta \in [0; 70]^\circ$. Pour des angles proches du nadir $\theta \in [0; 20]^\circ$, les résultats issus des modèles SSA11, LCA11 et WCA11 (premiers ordres) sont similaires, et que pour des angles supérieurs à trente degrés, ils convergent vers la méthode des petites perturbations (MPP), excepté le modèle LCA. La contribution des ordres supérieurs augmentent avec l'angle d'incidence, elle est plus importante avec le modèle SSA et en polarisation H , due à la modulation de Bragg. Une explication possible de la différence entre les approches SSA et WCA peut venir des propriétés des noyaux $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{u})$ et $\hat{\mathbf{T}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{u})$. En effet $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{0}) = \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{0}) = \hat{\mathbf{0}}$, tandis que $\nabla \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{0}) \neq \hat{\mathbf{0}}$ pour le SSA et $\nabla \hat{\mathbf{T}}(\mathbf{k}_i, -\mathbf{k}_i; \mathbf{0}) = \hat{\mathbf{0}}$ pour le WCA. De plus, la modulation de Bragg est proportionnelle aux dérivées de $\hat{\mathbf{M}}$ et $\hat{\mathbf{T}}$. Quelle que soit la polarisation, les niveaux des ordres supérieurs sont positifs, excepté pour le modèle WCA en polarisation V . Elfouhaily et al. [10] ont observé le même effet avec un spectre des hauteurs gaussien. Via le rapport de polarisation $\sigma_{s,V}/\sigma_{s,H}$, les différentes approches ont été également comparées avec des mesures effectuées en bande C et K_u . On observe un bon accord pour le modèle SSA, tandis que le WCA a tendance à le surestimer de 2 dB, et le rapport de polarisation obtenu avec le LCA est pratiquement constant et vaut 0 dB.

Bien que le modèle LCA satisfait les approximations basse (MPP) et haute fréquences (PS), le coefficient de rétrodiffusion associé ne converge pas vers la MPP pour une surface multi-échelles. Dans [15], Voronovich a montré que la modulation de Bragg est prise en compte si pour une quantité a adimensionnelle petite (développement limité au premier ordre), la relation (43) de [15] est vérifiée. Elle s'écrit pour une surface 1D en rétrodiffusion

$$\frac{(q + ak)^2}{q^2} \bar{\mathbf{B}}(k - aq, -[k - aq]) = \bar{\mathbf{B}}(k, -k) - \frac{1}{4} \left. \frac{d\hat{\mathbf{M}}(k, -k; u)}{du} \right|_{u=0} - \frac{\hat{\mathbf{M}}(k, -k; 2k - 2aq)}{8q} + \mathcal{O}(a^2). \quad (\text{III.122})$$

avec $q = K_1 \cos \theta$ et $k = K_1 \sin \theta$. Pour $a = 0$, cette égalité est vérifiée car $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i - \mathbf{u}) = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u})$ et $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{0}) = \hat{\mathbf{0}}$. Pour le modèle LCA, $\hat{\mathbf{M}}(k, -k; u) \rightarrow 4\hat{\mathbf{T}}(k, -k; u)/q$ et $\bar{\mathbf{B}}(-k, k) \rightarrow \bar{\mathbf{K}}_E(-k, k)/(2q^2)$ d'après (III.81). De plus, puisque $\hat{\mathbf{T}}(k, -k; u)$ est quadratique, nous avons $d\hat{\mathbf{T}}(k, -k; u)/du|_{u=0} = 0$. Donc, pour $a = 0$, l'égalité ci-dessus devient pour le modèle LCA, $\bar{\mathbf{K}}_E(k, -k) = \bar{\mathbf{K}}_E(k, -k) - \hat{\mathbf{T}}(k, -k; 2k) = \bar{\mathbf{K}}_E(k, -k) - 2k^2$ pour une surface parfaitement conductrice ($\hat{\mathbf{T}}(k, -k; u) = u^2/2$). Cette égalité est satisfaite si $k = 0$, soit $\theta = 0$. Ce n'est pas le cas dans le régime de Bragg. La propriété générale, $\hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i - \mathbf{u}) = \hat{\mathbf{M}}(\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_s; \mathbf{u})$, du noyau du champ diffracté du second ordre, semble être fondamentale pour obtenir la modulation de Bragg.

Numériquement pour une surface 1D, le modèle WCA demande au maximum deux intégrations numériques sur les pentes, tandis que le SSA requiert le calcul de deux FFTs

monodimensionnelles. En revanche, le nombre d'échantillons pour le calcul de la FFT est de $2^{18} = 262\,144$, tandis qu'avec le WCA, 80 échantillons sont utilisés pour chacune des intégrations. Le calcul de la fonction d'autocorrélation des hauteurs n'est pas pris en compte car elle est calculée au préalable et sauvegardée dans un fichier. Pour une surface 2D, les calculs numériques des FFTs deviennent alors impossibles car le nombre d'échantillons est trop important. C'est pour cela que Voronovich et Zavorotny [14] utilisent le modèle SSAM et calculent la transformée de Fourier bidimensionnelle autrement en passant en échelle logarithmique, adéquate pour un spectre des hauteurs large bande (multi-échelles).

Pour une surface de mer 2D, le coefficient de diffusion incohérent associé au SSA du premier ordre a été calculé en introduisant les statistiques d'ordre trois (skewness) et quatre (peakedness) caractérisant un processus non gaussien. De plus, le nombre d'intégrations a été réduit à deux, permettant de décomposer $\bar{\sigma}_s$ comme une série de Fourier paire. En monostatique et pour des fréquences microondes, nous avons également montré que cette décomposition peut être tronquée à l'ordre deux, impliquant que $\bar{\sigma}_s(\theta, \phi) = \bar{\sigma}_{s,0}(\theta) + \bar{\sigma}_{s,1}(\theta) \cos(\phi) + \bar{\sigma}_{s,2}(\theta) \cos(2\phi)$, dans laquelle les coefficients $\{\bar{\sigma}_{s,n}\}$ ($n = \{0, 1, 2\}$) de la série de Fourier dépendent de l'angle d'incidence θ et de la vitesse du vent. Cette représentation est consistante avec les modèles empiriques expérimentaux. Pour un processus gaussien, la matrice $\bar{\sigma}_{s,1}$ est nulle. Ce travail constitue une seconde originalité.

L'introduction des moments statistiques d'ordres supérieurs à deux nécessite les connaissances des fonctions de corrélation skewness et peakedness. A partir de la DDP de Cox and Munk, elles ont été calculées pour des distances radiales proches de zéro puis extrapolées de façon semi-empirique en imposant des propriétés de symétrie particulières. De plus, une approche a été proposée pour calculer les longueurs de corrélation et les écarts type des hauteurs associés.

La comparaison des coefficients $\{\bar{\sigma}_{s,n}\}$ avec des mesures en bandes C et K_u montre un accord relativement bon mais indique également les limites du modèle SSA du premier ordre. Pour $n = 0$ et $n = 2$, un meilleur accord peut être obtenu en modifiant légèrement le spectre des hauteurs. Elle implique un spectre plus directionnel pour la grande échelle, dont la contribution correspond aux angles θ proches du nadir (ceci provoquerait une diminution de la SER), et un spectre moins directionnel pour la petite échelle (ceci impliquerait une augmentation de la SER dans le régime de Bragg). A noter que le modèle ne prend pas en compte les vagues de fortes pentes et la modulation de la petite échelle par la grande échelle. Ce dernier nécessite le calcul du SSA du second ordre et contribue majoritairement en polarisation HH . Pour $n = 1$, l'accord entre le modèle et les mesures n'est pas bon. Ceci vient du fait que sa contribution est faible et donc difficile à mesurer. De plus, sa contribution dépend directement de la fonction skewness, qui dépend entre autres d'une longueur de corrélation L_{c3} . Cette dernière est très difficile à déterminer car peu de travaux existent sur son calcul. Elle n'a jamais été mesurée et les niveaux de $\bar{\sigma}_{s,1}$ sont très sensibles à la valeur de L_{c3} .

En co-polarisations, cette étude montre que le calcul théorique de la SER d'une surface de mer n'est pas simple. En effet, en plus de résoudre le problème électromagnétique (l'effet), la cause (la surface de mer) doit être connue, demandant des connaissances en hydrodynamique dont des chercheurs en ont fait leur spécialité, comme par exemple le calcul des spectres des vagues. De plus, connaissant ces principes, il faut pouvoir ensuite les intégrer dans la modélisation électromagnétique, et si possible de façon la plus simple, afin d'avoir un modèle électromagnétique facile à implanter numériquement [181], [182].

III.4 Diffusion sous incidences rasantes

La diffusion électromagnétique sous incidence rasante intervient dans la prédiction de la SER mesurée par un radar côtier ou placé sur un bateau. On appelle “incidence rasante”, les incidences pour lesquelles l’angle défini par rapport à l’horizontale n’excède pas deux ou trois degrés. Les configurations de mesure sont le plus souvent monostatique, ou bistatique dans la direction spéculaire appelée aussi propagation avant. Les modèles électromagnétiques asymptotiques classiques ne sont plus valides pour ce type de configuration. De plus, pour une méthode exacte, le nombre d’inconnues devient tellement important que des méthodes dites exactes et rapides sont développées [48]. De plus, la définition de l’onde incidente devient plus complexe car elle doit vérifier l’équation de propagation. Le cas des incidences rasantes demande alors une étude spécifique.

Sur le plan théorique, le problème de la diffraction sous incidence rasante, a été étudié initialement par Zenneck [126] et Sommerfeld [127] à travers le calcul du champ rayonné par un dipôle en présence d’une surface *plane très conductrice*. Ils ont montré qu’en polarisation verticale, une onde de surface pouvait se propager sur une longue distance. Cette onde est nommée *onde de Zenneck* et dans le cas de la propagation au-dessus de la mer elle contribue fortement pour des fréquences comprises entre une dizaine et une centaine de MHz. Norton [128] et [129] a appliqué ses travaux pour la propagation au-dessus de la Terre. Un résumé de ces approches est fourni dans le livre de Wait [130] et dans l’article plus récent de Colin [131]. Plus récemment, King [132] a apporté une contribution contemporaine à ces travaux. Ces dernières années, Tatarskii [133], Fuks [134] et al., et Ishimaru et al. [135] et [136] s’intéressent au problème de la diffusion d’une onde électromagnétique par une surface 1D peu rugueuse et très conductrice (condition aux limites de Leontovitch), illuminée sous incidence rasante. Ce dernier auteur est le plus actif puisqu’il tente de proposer un modèle de SER, basé sur la MMP, en polarisations horizontale et verticale en prenant en compte l’onde de Zenneck. Cette étude a débuté en octobre 2005 à travers la thèse de Yohann Brelet intitulée *Diffusion électromagnétique par une surface rugueuse sous incidence rasante : application au domaine maritime*. La finalité de la thèse est de comprendre et de valider la formulation de Ishimaru par une méthode rigoureuse rapide [51], [61], [62], et de l’étendre à une surface 2D.

Dans le cas de la propagation avant, le coefficient de réflexion d’une surface de mer est tout simplement modélisé par le coefficient de réflexion de Fresnel d’une surface plane multiplié par un terme de rugosité en $\exp(-R_a^2)$, où R_a est le paramètre de Rayleigh (modèles de Ament [121] ou Brown [122]). A cause du phénomène d’ombrage, le niveau moyen des hauteurs de la surface augmente avec l’angle d’incidence et l’écart type des hauteurs se réduit. En collaboration avec V. Fabbro de l’ONERA-DEMR, nous avons alors proposé un modèle simple incluant ce phénomène dans le calcul de coefficient de réflexion de Ament. Dans cette partie, ce travail est présenté. Il a conduit à la publication d’un article [120]. L’annexe I résume cet article.

En utilisant les résultats de la fonction d’illumination développée dans la partie II.2, le premier paragraphe présente la DDP des hauteurs des points illuminés dans le cas de la propagation avant. De plus, elle est comparée avec une méthode de Monte Carlo. Dans le second paragraphe, à l’aide de la DDP des hauteurs, le coefficient de réflexion de Ament est calculé en intégrant le phénomène d’ombrage. Le troisième paragraphe compare le facteur de propagation calculé avec notre modèle avec celui issu d’une méthode exacte rapide basée sur la méthode des moments [123].

III.4.1 DDP des hauteurs des points illuminés

Pour une surface 1D de longueur L_0 , la fonction d'illumination bistatique, $S_b(\theta_i, \theta_s|F; L_0)$, est donnée par (II.21), dans laquelle $S_{\pm}(\theta|F; L_0)$ est la fonction d'illumination *monostatique*, qui donne la probabilité que le point F de hauteur z_0 et de pente γ_0 soit illuminé avec une incidence θ . De plus, l'indice \pm de S correspond au signe de θ . Pour un processus *décorrélé quelconque*, elle est exprimée par (II.22) et (II.23) à l'aide des formulations de Wagner et de Smith. En propagation avant, $\theta_s = -\theta_i = \theta$ (figure II.9), ce qui implique que la fonction d'illumination bistatique devient d'après (II.21), $S_b(-\theta, \theta|F; L_0) \equiv S_b(\theta|F; L_0) = S_-(\theta|F; L_0)S_+(\theta|F; L_0)$. Par conséquent, la DDP des hauteurs des points illuminés, $\check{p}(z_0, \theta)$, s'écrit en propagation avant pour une surface de longueur infinie ($L_0 \rightarrow \infty$)

$$\check{p}(z_0, \theta) = p_z(z_0) \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} S_-(\theta|F; \infty)S_+(\theta|F; \infty)p_{\gamma}(\gamma_0)d\gamma_0}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_-(\theta|F; \infty)S_+(\theta|F; \infty)p_{z,\gamma}(z_0, \gamma_0)dz_0d\gamma_0}, \quad (\text{III.123})$$

où p_z est la DDP des hauteurs, p_{γ} celle des pentes, et $p_{z,\gamma}$ la DDP conjointe des hauteurs et des pentes en un même point de la surface. Le dénominateur correspond physiquement à la fonction d'illumination moyennée sur les hauteurs et sur les pentes (notée $\bar{S}_{\pm}(\theta)$), et implique que $\int_{-\infty}^{+\infty} \check{p}(z_0, \theta)dz_0 = 1$. Si $S_{\pm} = 1$, alors $\check{p}(z_0, \theta) = p_z(z_0)$. En utilisant les équations (II.23), (II.26) (cas $\theta_i\theta_s \geq 0$) et (II.28) (cas $\theta_i\theta_s \leq 0$), dans lesquelles $\Lambda_{i\pm} = \Lambda_{s\pm} = \Lambda_{\pm}$, avec les formulations de Wagner et de Smith, la DDP des hauteurs des points illuminés s'écrit respectivement

$$\left\{ \begin{array}{l} \check{p}_W(z_0, \theta) = p_z(z_0) \frac{\Lambda_- + \Lambda_+}{1 - e^{-\Lambda_- + \Lambda_+}} e^{-(\Lambda_- + \Lambda_+)[1 - F(z_0)]} \quad \text{Wagner} \\ \check{p}_S(z_0, \theta) = p_z(z_0) (1 + \Lambda_- + \Lambda_+) [F(z_0)]^{\Lambda_- + \Lambda_+} \quad \text{Smith} \end{array} \right., \quad (\text{III.124})$$

où $F(z_0) = \int_{-\infty}^{z_0} p_z(z')dz'$ est la fonction de répartition des hauteurs. En supposant un processus gaussien centré, d'après (II.24) nous avons

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda_{\pm} \equiv \Lambda(\theta, \sigma_{\gamma}) = \Lambda(v) = \frac{\exp(-v^2) - v\sqrt{\pi}\text{erfc}(v)}{2v\sqrt{\pi}} \\ v = \frac{|\cot \theta|}{\sqrt{2}\sigma_{\gamma}} \\ F(z_0) = 1 - \frac{1}{2}\text{erfc}\left(\frac{z_0}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \end{array} \right. . \quad (\text{III.125})$$

En conclusion, la DDP des hauteurs des points illuminés avec ombre dépend de la hauteur z_0 et de v , fonction de l'angle d'incidence θ et de l'écart type des pentes σ_{γ} .

Pour un processus gaussien corrélé, l'expression de $S_{\pm}(\theta|F; L_0)$ est donnée par (II.29), dans laquelle g_{\pm} est exprimée par (II.30) selon les formulations de Wagner et de Smith. Ainsi, en reportant ces équations dans (III.123), la DDP des hauteurs des points illuminés est calculée numériquement en effectuant trois intégrations numériques imbriquées.

De plus, à l'aide de l'algorithme de la figure II.4, $\check{p}(z_0, \theta)$ est calculée à l'aide d'une méthode de Monte Carlo. Le raisonnement est similaire au calcul de la fonction d'ombre moyennée, exposé

dans la section II.2.2. Pour les simulations, le nombre d'échantillons vaut 2 000 000, la fonction d'autocorrélation des hauteurs est supposée gaussienne, de longueur de corrélation égale à 200.

La figure III.26 représente la DPP des hauteurs normalisées des points illuminés $\sqrt{2}\sigma_z\check{p}(h_0, \theta)$ en fonction des hauteurs normalisées $h_0 = z_0/(\sqrt{2}\sigma_z)$ pour $\theta = 87^\circ$ et $\sigma_\gamma = 0.1$ ($\sigma_z = L_c\sigma_\gamma/\sqrt{2}$). Les six courbes correspondent à

- La solution de référence, dénotée dans la légende par “MC”.
- L'approche de Wagner sans corrélation, dénotée dans la légende par “De Wagner”.
- L'approche de Wagner avec corrélation, dénotée dans la légende par “Co Wagner”.
- L'approche de Smith sans corrélation, dénotée dans la légende par “De Smith”.
- L'approche de Smith avec corrélation, dénotée dans la légende par “Co Smith”.
- Lorsque l'ombrage est négligé, dénotée dans la légende par “Sans ombre”.

De plus, dans la légende figurent la valeur moyenne \check{m}_h , et l'écart type $\check{\sigma}_h$ de la DDP des hauteurs normalisées des points illuminés. Ils sont *adimensionnels* et définis respectivement par

$$\left\{ \begin{array}{l} \check{m}_h = \int_{-\infty}^{+\infty} h_0 \check{p}(h_0, \theta) dh_0 \\ \check{\sigma}_h^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (h_0 - \check{m}_h)^2 \check{p}(h_0, \theta) dh_0 \end{array} \right. . \quad (\text{III.126})$$

A noter que

$$\check{m}_z = \sqrt{2}\sigma_z\check{m}_h \quad \text{en mètres} \quad \check{\sigma}_z = \sqrt{2}\sigma_z\check{\sigma}_h \quad \text{en mètres.} \quad (\text{III.127})$$

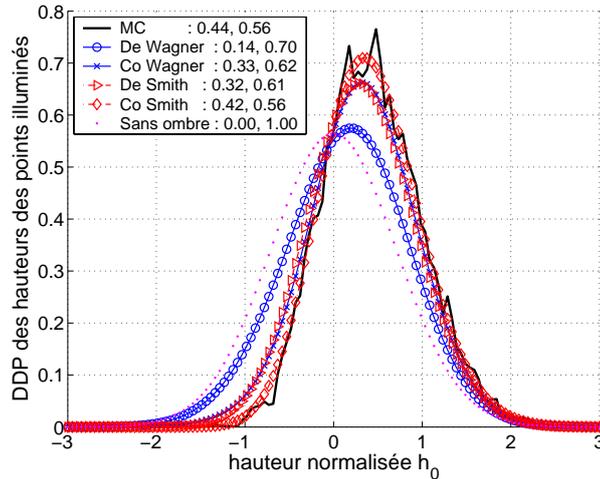


FIG. III.26 – DPP des hauteurs $\sqrt{2}\sigma_z\check{p}(h_0, \theta)$ des points illuminés en fonction des hauteurs normalisées $h_0 = z_0/(\sqrt{2}\sigma_z)$ pour $\theta = 87^\circ$ et $\sigma_\gamma = 0.1$.

Nous observons que l'approche que Smith est meilleure que celle de Wagner, pour laquelle la valeur moyenne \check{m}_h est sous-estimée et l'écart type $\check{\sigma}_h$ est surestimé. En revanche, les moments statistiques calculés avec l'approche de Smith sont proches de ceux obtenus avec l'approche de Monte Carlo. De plus, puisque les résultats de Smith sans corrélation sont en bon accord avec

ceux issus de la méthode de Monte Carlo, par la suite, la solution de Smith sans corrélation est conservée. Ceci permet d’avoir une formulation très simple, ne nécessitant aucune intégration numérique. La figure III.26 révèle également que l’ombrage affecte le niveau moyen de la surface via $\check{m}_h \geq 0$ et son écart type des hauteurs via $\check{\sigma}_h$. En effet, si l’ombrage est négligé, alors $\check{m}_h = 0$ et $\check{\sigma}_z = \sigma_z \Rightarrow \check{\sigma}_h = 1/\sqrt{2}$. De plus, on observe que la distribution $\check{p}(h_0, \theta)$ a la forme d’une gaussienne, qui peut s’écrire

$$\check{p}(h_0; \theta) = \frac{1}{\check{\sigma}_h \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(h_0 - \check{m}_h)^2}{2\check{\sigma}_h^2} \right]. \quad (\text{III.128})$$

La figure III.27 compare la DPP des hauteurs des points illuminés $\sqrt{2}\sigma_z\check{p}(h_0, \theta)$ avec un profil gaussien (dénoté dans la légende par “Gaussien”) en fonction des hauteurs normalisées $h_0 = z_0/(\sqrt{2}\sigma_z)$ pour $\varphi = 90^\circ - \theta = \{4, 3, 2, 1\}^\circ$ et $\sigma_\gamma = 0.1$. Un bon accord est observé entre le profil gaussien, l’approche de Smith sans corrélation et la méthode de Monte Carlo.

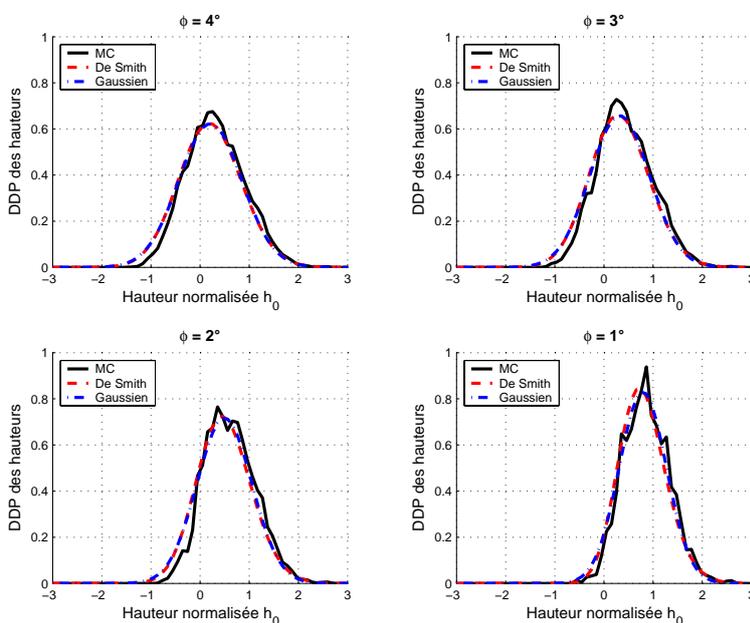
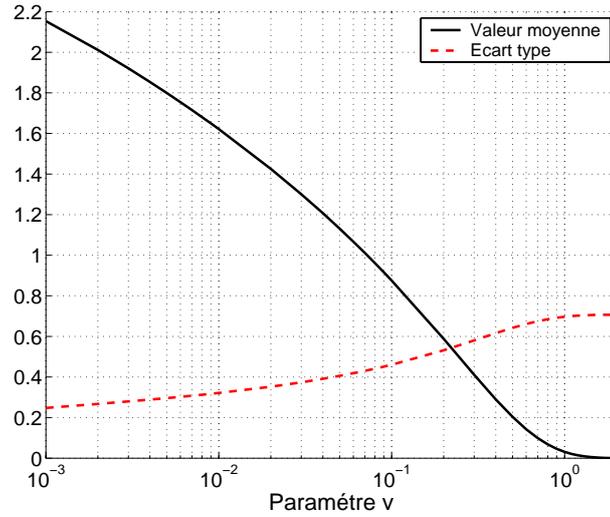


FIG. III.27 – Comparaison de la DPP des hauteurs $\sqrt{2}\sigma_z\check{p}(h_0, \theta)$ des points illuminés avec un profil gaussien en fonction des hauteurs normalisées $h_0 = z_0/(\sqrt{2}\sigma_z)$ pour $\varphi = 90 - \theta = \{4, 3, 2, 1\}^\circ$ et $\sigma_\gamma = 0.1$.

D’après les équations (III.124) et (III.126), nous avons

$$\begin{cases} \check{m}_h(v) = \frac{1 + 2\Lambda}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} h_0 e^{-h_0^2} \left[1 - \frac{\text{erfc}(h_0)}{2} \right]^{2\Lambda} dh_0 \\ \check{\sigma}_h^2(v) = \frac{1 + 2\Lambda}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (h_0 - \check{m}_h)^2 e^{-h_0^2} \left[1 - \frac{\text{erfc}(h_0)}{2} \right]^{2\Lambda} dh_0 \end{cases}. \quad (\text{III.129})$$

Comme Λ dépend uniquement de v , \check{m}_h et $\check{\sigma}_h$ dépendent uniquement de v . De plus, puisque $\check{m}_z = \sqrt{2}\sigma_z\check{m}_h$ et $\check{\sigma}_z = \sqrt{2}\sigma_z\check{\sigma}_h$, $\{\check{m}_z, \check{\sigma}_z\}$ sont fonction de $\{v(\theta, \sigma_\gamma), \sigma_z\}$. L’avantage d’utiliser \check{m}_h et $\check{\sigma}_h$ est de diminuer le nombre de paramètres pour la simulation. Ils sont représentés sur la figure III.28 en fonction de v .

FIG. III.28 – Valeur moyenne \check{m}_h et écart type $\check{\sigma}_h(v)$ en fonction de v .

Nous observons que \check{m}_h est une fonction décroissante de v tandis que $\check{\sigma}_h(v)$ est une fonction croissante de v . Ceci implique que pour des incidences proches de l'horizontale ($\theta \rightarrow 90^\circ \Rightarrow v \rightarrow 0$) ou pour des écarts type des pentes importants (soit $v \rightarrow 0$), la DDP des hauteurs des points illuminés est plus étroite et son maximum est déplacé vers les grandes hauteurs. Ce dernier implique que le niveau moyen de la surface augmente lorsque v diminue. Comme le montre la figure II.5, seuls les sommets des vagues sont alors illuminés. Au contraire, si $v \geq 2$, $\check{m}_h \approx 0$ et $\check{\sigma}_h \approx 1/\sqrt{2}$ deviennent indépendants de v , correspondant à un angle limite $\varphi_0 = \pi/2 - \theta_0 = \arctan(2\sqrt{2}\sigma_\gamma)$. Par exemple, si $\sigma_\gamma = 0.1$, alors $\varphi_0 = 15.8^\circ$. Si $\sigma_\gamma = 0.15$ alors pour $\varphi = \{0.1, 2\}^\circ$, $v = \{0.008, 0.16\}$. D'après la figure III.28, $\check{m}_h = \{1.7, 0.7\}$ et $\check{\sigma}_h = \{0.3, 0.5\}$. De plus, si $\sigma_z = 0.5$ m, l'équation (III.127) conduit alors à $\check{m}_z = \{1.22, 0.46\}$ m et $\check{\sigma}_z = \{0.21, 0.35\}$ m. Ainsi, la figure III.28 peut servir d'abaque pour déterminer le niveau moyen des hauteurs de la surface \check{m}_z et son écart-type $\check{\sigma}_z$.

III.4.2 Coefficient de réflexion de Ament avec ombre

Le paragraphe précédent a montré que lorsqu'une surface rugueuse est éclairée par une onde plane sous incidence rasante, le niveau moyen des hauteurs de la surface est rehaussé et l'écart type des hauteurs réduit. Le coefficient de réflexion de Ament [121] ne prend pas en compte ce phénomène. Il modifie uniquement la puissance *cohérente* diffusée via le terme $\exp(-R_a^2)$, où $R_a = 2K_1\sigma_z \cos \theta$ est le paramètre de Rayleigh. Pour $\theta \rightarrow 90^\circ$, ce coefficient devient alors égal à celui d'une surface plane.

Le coefficient de réflexion cohérent en *champ* de Ament est défini par

$$\mathfrak{R}_A(\theta) = \mathfrak{R}(\theta) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-jQ_z z_0} p_z(z_0) dz_0, \quad (\text{III.130})$$

où $Q_z = 2K_1 \cos \theta = 4\pi \cos \theta / \lambda_1$ et \mathfrak{R} est le coefficient de Fresnel d'une surface plane. L'équation (III.130) peut être vue comme une correction de phase apportée par la rugosité. Si l'ombrage est ignoré, pour un processus gaussien centré, nous avons alors

$$\mathfrak{R}_A(\theta) = \mathfrak{R}(\theta) \exp\left(-\frac{Q_z^2 \sigma_z^2}{2}\right). \quad (\text{III.131})$$

Si $Q_z \sigma_z \ll 1$ (surface peu rugueuse), alors le coefficient de réflexion \mathfrak{R}_A est égal à \mathfrak{R} .

L'augmentation du niveau moyen de la hauteur peut être introduit simplement dans le coefficient de réflexion comme une correction de la phase. Le coefficient de réflexion associé s'écrit alors

$$\mathfrak{R}_I(\theta) = \mathfrak{R}_A(\theta) e^{-jQ_z \check{m}_z}, \quad (\text{III.132})$$

où $\check{m}_z = \sigma_z \sqrt{2} \check{m}_h$ est la valeur moyenne des hauteurs donnée par (III.129) et représentée sur la figure III.28.

Afin d'inclure l'ombrage rigoureusement dans le calcul du coefficient de réflexion de Ament, dans (III.130), la DDP des hauteurs est substituée par celle des points illuminés uniquement, conduisant à

$$\mathfrak{R}_R(\theta) = \mathfrak{R}(\theta) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-jQ_z z_0} \check{p}(z_0, \theta) dz_0. \quad (\text{III.133})$$

Cette intégrale est calculée numériquement. Afin d'éviter le calcul de l'intégration numérique sur z_0 , le profil gaussien de $\check{p}(z_0, \theta)$ donné par (III.129) est appliqué, conduisant à

$$\mathfrak{R}'_R(\theta) = \mathfrak{R}(\theta) \exp \left(-jQ_z \check{m}_z - \frac{Q_z^2 \check{\sigma}_z^2}{2} \right). \quad (\text{III.134})$$

Contrairement à l'équation (III.131), les équations (III.132)-(III.134) apportent un terme de déphasage dû à l'ombrage. Si l'ombrage est omis, alors $\check{m}_z = 0$ et $\check{\sigma}_z = \sigma_z$ et les équations (III.134) et (III.131) sont égales. De plus, puisque $\check{\sigma}_z \leq \sigma_z$, alors $|\mathfrak{R}'_R(\theta)| \geq |\mathfrak{R}_A(\theta)|$.

III.4.3 Simulation

Le facteur de propagation est défini par

$$\eta = \sqrt{1 + |\mathfrak{R}|^2 + 2|\mathfrak{R}| \cos(\arg \mathfrak{R} + K_1 \delta)}, \quad (\text{III.135})$$

où

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 - \sqrt{(h_2 - h_1)^2 + x_2^2}. \quad (\text{III.136})$$

De plus, $\delta_{1,2} = h_{1,2} / \sin \varphi$ (figure III.29), où h_1 est la hauteur de l'émetteur et h_2 celle du récepteur. $K_1 \delta$ représente la différence de phase entre les champs direct et réfléchi par la surface.

Tous les résultats seront représentés en fonction de l'angle θ' , mesuré selon l'horizontale (figure III.29). Il est défini par $\tan \theta' = \tan \varphi - h_1/x_2$, où x_2 est la distance horizontale entre l'émetteur et le récepteur ($x_1 = 0$ et $\tan \varphi = (h_1 + h_2)/(x_2 - x_1) = h_1/x_2 + \tan \theta'$). La polarisation considérée est horizontale.

Le spectre des hauteurs de la surface de Bjerkaas-Riedel [184] est utilisé. Pour des vitesses de vent $u_{10} = \{5, 10\}$ m/s, l'écart type des hauteurs $\sigma_z = \{0.133, 0.534\}$ m et celui des pentes $\sigma_\gamma = \{0.138, 0.196\}$. La fréquence est de 3 GHz ($\lambda_1 = 10$ cm) et la permittivité de la mer vaut $\epsilon_{r2} = 70.4 + j40.6$. La solution de référence est obtenue à l'aide d'une méthode des moments combinée à une méthode d'accélération spectrale et une approche itérative multi niveaux. Pour plus de détails, le lecteur peut consulter l'article de Freund et al. [123] publié en 2006. Ces auteurs ont eu la gentillesse de nous fournir leurs résultats numériques. Le facteur de propagation est moyenné sur 100 réalisations statistiques. Chaque surface a une longueur de 5.05 km et est

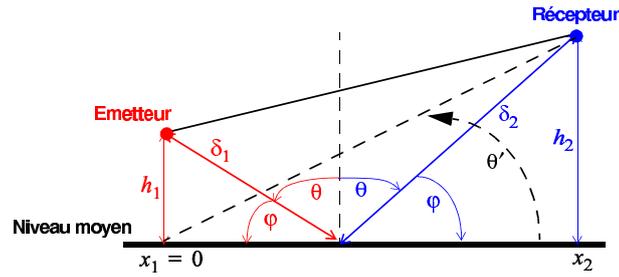


FIG. III.29 – Géométrie du calcul du facteur de propagation sous incidence rasante.

échantillonnée à $\lambda_1/8 = 1.25$ cm (40400 inconnues). La hauteur de l'émetteur est fixée à $h_1 = 15$ m.

Les figures III.30 et III.31 présentent le facteur de propagation en dB en fonction de l'angle θ' sur l'échelle verticale pour $u_{10} = \{5, 10\}$ m/s. Sur la gauche $x_2 = 1$ km et sur la droite $x_2 = 5$ km.

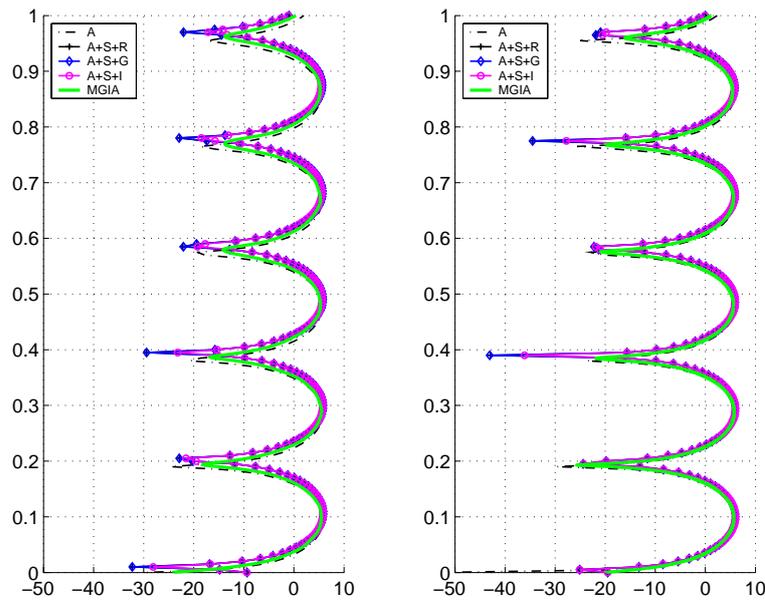


FIG. III.30 – Facteur de propagation en dB $20 \log_{10}(\eta)$ en fonction de l'angle θ' (en degrés) sur l'échelle verticale. La vitesse du vent $u_{10} = 5$ m/s. Sur la gauche $x_2 = 1$ km ($\theta' = 0.1^\circ \Rightarrow h_2 = 1.75$ m) et sur la droite $x_2 = 5$ km ($\theta' = 0.1^\circ \Rightarrow h_2 = 8.73$ m).

Les cinq courbes correspondent :

- Au modèle de Ament, dénoté par “A”.
- Au modèle de Ament avec ombre via l'équation (III.133) (approche rigoureuse), dénoté par “A+S+R”.
- Au modèle de Ament avec ombre via l'équation (III.134) (hypothèse d'un profil gaussien), dénoté par “A+S+G”.
- Au modèle de Ament avec ombre via l'équation (III.132), dénoté par “A+S+I”.
- A la solution de référence, dénoté par “MGIA” (Multi-Grid Iterative-Approach).

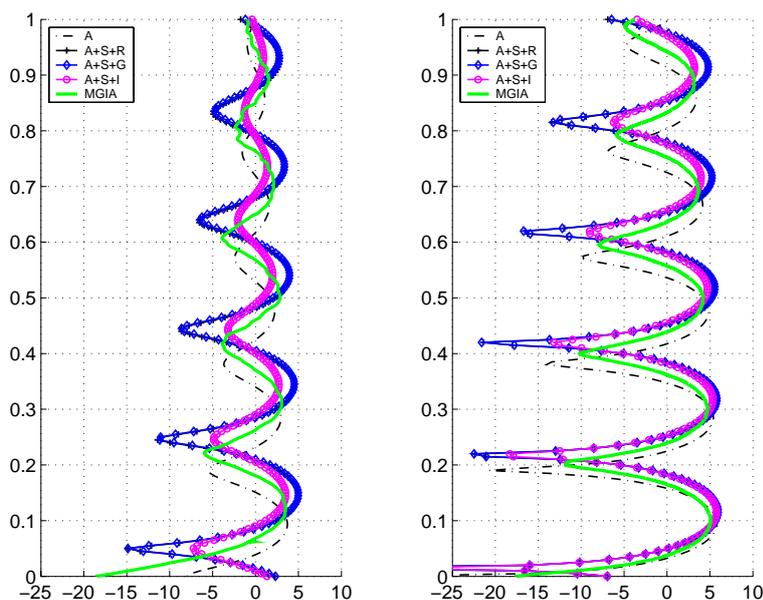


FIG. III.31 – Même variation que sur la figure III.30 avec $u_{10} = 10$ m/s.

Les résultats issus de l'approche de Wagner ne sont pas représentés car ils sont similaires à ceux de Smith.

Nous observons que les résultats issus du profil gaussien (“A+S+G”) sont identiques à ceux issus de l'approche rigoureuse (“A+S+R”). Ceci est en accord avec les observations de la figure III.27. Si l'ombrage est négligé, alors la dynamique du facteur de propagation, $|2\Re_{A,I,R}|$, est plus petite que celle dans le cas avec ombrage car $\check{\sigma}_z < \sigma_z \Rightarrow \exp(-Q_z^2 \check{\sigma}_z^2) > \exp(-Q_z^2 \sigma_z^2)$. De plus les positions θ_{AS} des extrema prédites par le modèle de Ament avec ombre sont plus faibles que celles obtenues lorsque l'ombrage est omis ($\theta'_{AS} > \theta'_A$). Ceci vient du fait que l'ombrage modifie la différence de phase due au rehaussement du niveau moyen de la surface (terme de phase $\exp(-jQ_z \check{m}_z)$ de (III.134)). Pour l'approche intuitive, “A+S+I”, la dynamique de η est égale à celle du modèle de Ament sans ombre, car seul un terme de phase est introduit ($|\Re_I| = |\Re_A|$). On peut montrer que pour φ petit

$$\frac{2(\theta'_{AS} - \theta'_A)}{\lambda_1} = \left(n + \frac{1}{2} - \frac{\arg \Re}{2\pi} \right) \left(\frac{1}{h_1 + \check{m}_z} - \frac{1}{h_1} \right), \quad (\text{III.137})$$

où $n \geq 0$ est un entier (ordre des interférences). La différence des hauteurs correspondantes du récepteur s'écrit $h_{2,AS} - h_{2,A} \approx x_2(\theta'_{AS} - \theta'_A)$. Pour une surface très conductrice, $\arg \Re \approx \pi$.

Les figures III.30 et III.31 révèlent également que les positions des minima prédites par le modèle avec ombre sont surestimées par rapport à la solution de référence, et que l'effet contraire est observé pour le modèle sans ombre. Des conclusions similaires ont été obtenues par Fabbro et al. [120]. De plus, le modèle *cohérent* de Ament devient moins précis lorsque la vitesse du vent augmente. Physiquement, ceci implique que la diffusion est plus incohérente car la surface est plus rugueuse. Un autre moyen de vérifier cette affirmation est de comparer les courbes lorsque x_2 augmente. En effet, pour une altitude h_2 donnée, si x_2 augmente alors l'angle rasant $\varphi = \pi/2 - \theta$ diminue, donc $Q_z = 2K_0 \sin \varphi$ décroît et la contribution du champ cohérent diffusé augmente.

III.4.4 Facteur de propagation avec conduit d'évaporation

L'environnement marin est un milieu complexe et changeant qui engendre des variations rapides et importantes des portées des systèmes radar et télécom embarqués sur navire. En effet, la propagation des ondes électromagnétiques dans un tel milieu subit de forts effets de réfraction (notamment en présence de conduits d'évaporation et de conduit d'altitude) et de diffusion par la surface de la mer. Par conséquent, ce problème complexe aborde deux aspects : la diffusion électromagnétique par une surface océanique en incidence rasante et la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu non homogène. Cette dernière est une des spécialités de l'ONERA et la première répond aux compétences de l'équipe Radar. Je me suis donc associé avec V. Fabbro de l'ONERA pour répondre à ce problème avec la contrainte forte que l'application recherchée concerne le dimensionnement en temps réel de dispositifs embarqués sur navire. Par conséquent, une solution exacte basée sur une méthode des moments couplée à la résolution de l'équation parabolique [191], [192], n'est pas envisageable. L'idée est donc d'utiliser le coefficient de réflexion de Ament pour calculer les conditions aux limites sur la surface océanique et de faire propager le champ résultant à l'aide de l'équation parabolique. Pour plus de détail, voir [120], [186], [185] et [191].

Pour les simulations, le coïndice modifié M (il permet de prendre en compte la sphéricité de la terre) est modélisé par le profil log (modèle de Paulus-Jeske [193] correspondant à un conduit d'évaporation) suivant

$$M(h) = M_0 + 0.125 \left[h - \delta \ln \left(1 + \frac{h}{h_0} \right) \right] \quad \text{avec} \quad \begin{cases} M_0 = 340 \\ h_0 = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m} \end{cases} \quad (\text{III.138})$$

M dépend donc uniquement de l'altitude h . Il est supposé invariant selon (x, y) . Dans la suite la hauteur du conduit $\delta = 20$ m. En $h = 0$, l'indice de réfraction vaut alors $M_0 \times 10^{-6} + 1 = 1.000340$, puis il décroît jusqu'à $h = \delta \Rightarrow M = 313 \Rightarrow N = 1.000313$, puis croît.

La figure III.32 présente le facteur de propagation en dB en fonction de la distance x_2 en km et de la hauteur h_2 en m. La hauteur de l'émetteur $h_1 = 5$ m, la fréquence $f = 3$ GHz. La fonction d'autocorrélation des hauteurs de la surface est supposée gaussienne, pour laquelle $L_c = 3$ m et $\sigma_\gamma = 0.33$.

On observe que le champ ne se propage pas en ligne droite du à la variation de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude. Ce phénomène est très significatif au voisinage de la surface lorsque le facteur de propagation est calculé dans le conduit d'évaporation ($h_2 < \delta$). En effet si une atmosphère standard ($dM/dh = -39 \text{ m}^{-1}$) est considérée, le champ au voisinage de la surface s'atténue rapidement en fonction de x_2 .

III.4.5 Conclusion

Dans cette partie, un modèle simple a été proposé pour calculer le facteur de propagation au-dessus d'une surface de mer 1D sous incidence rasante et en propagation avant. Le modèle repose sur le coefficient de réflexion cohérent de Ament dans lequel l'ombrage a été inclus. Pour cela, la DDP des hauteurs des points illuminés a été calculée analytiquement à l'aide des approches de Smith et de Wagner. Ces formulations ont été comparées avec une solution de référence. La solution de Smith, dans laquelle la corrélation n'est pas prise en compte, est alors un bon compromis entre précision et temps de calcul. Cette distribution a été ensuite introduite dans le calcul du coefficient de réflexion de Ament permettant de prendre en compte l'ombrage. De plus, en supposant une DDP des hauteurs gaussienne et centrée, nous avons montré que la

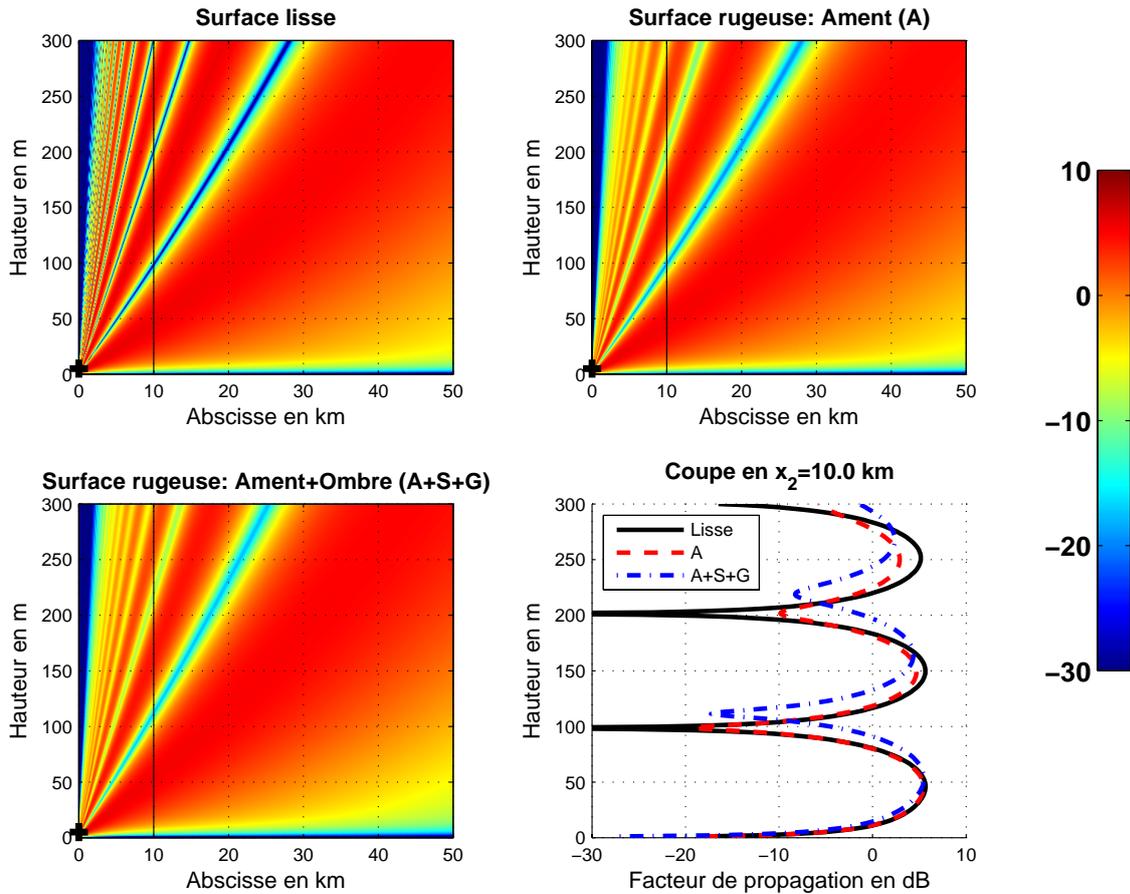


FIG. III.32 – Facteur de propagation en dB en fonction de la distance x_2 en km et de la hauteur h_2 en m. La hauteur de l'émetteur $h_1 = 5$ m, la fréquence $f = 3$ GHz. La fonction d'autocorrélation des hauteurs de la surface est supposée gaussienne, pour laquelle $L_c = 3$ m et $\sigma_\gamma = 0.33$. En haut à gauche, cas d'une surface lisse. En haut à droite, cas d'une surface rugueuse en appliquant le modèle de Ament *sans* ombre. En bas gauche, cas d'une surface rugueuse en appliquant le modèle de Ament *avec* ombre. En bas à droite, coupe du facteur de propagation en $x_2 = 10$ km.

DDP des hauteurs avec ombre est également une gaussienne, dont la valeur moyenne est une fonction croissante de l'angle d'incidence θ , et dont l'écart type des hauteurs est une fonction décroissante de l'angle d'incidence θ . Physiquement, uniquement les sommets des vagues sont illuminés produisant alors une augmentation du niveau moyen de la surface. L'augmentation du niveau moyen de la surface illuminée a pour effet de créer un déphasage sur le coefficient de réflexion et la diminution de l'écart type rend la surface moins rugueuse, conduisant à une augmentation de la puissance cohérente.

Une comparaison avec une méthode "exacte rapide" basée sur la méthode des moments montre une bonne adéquation entre la solution de référence et le modèle analytique tant que la composante cohérente prédomine sur la composante incohérente. En effet, si la vitesse du vent augmente (surface plus rugueuse car l'écart type des hauteurs augmente) ou si la différence de la distance horizontale entre l'émetteur et le récepteur diminue (l'angle rasant φ augmente avec les hauteurs de l'émetteur et du récepteur fixées), alors cette différence croît. La prise en compte de l'ombre augmente les hauteurs des extrema et fait diminuer la dynamique du facteur de propagation. Par rapport à la solution de référence, ils sont surestimés tandis que ceux obtenus

sans ombre sont sous-estimés.

Ce modèle simple a fait l'objet d'une collaboration avec V. Fabbro de l'ONERA-DEMR. Cette équipe est spécialiste de la propagation au-dessus de la mer sous incidence rasante et prend en compte dans le calcul du facteur de propagation, les conduits de surface [185], [186]. Cet effet crée un milieu non homogène (un gradient d'indice) au-dessus de la mer sur une hauteur allant de trente à cent mètres. Physiquement, l'onde ne se propage plus en ligne droite et peut être guidée sur une grande distance. Ce problème est ardu car il doit intégrer à la fois la diffusion par la surface de la mer qui régit les conditions aux limites et le phénomène de réfraction résolu à l'aide de l'équation parabolique. Il englobe donc deux domaines de recherche qui sont chacun complexe. Nous apportons nos compétences sur le calcul des conditions aux limites. Ainsi, en utilisant la condition aux limites de Léontovitch, valide pour des surfaces très conductrices, et fonction du coefficient de Fresnel, la rugosité de la surface est prise en compte en substituant le coefficient de réflexion d'une surface plane par celui de Ament avec ombre.

Pour une configuration monostatique, la puissance diffusée incohérente n'est plus négligeable. Cette étude spécifique fait l'objet de la thèse de Y. Brelet intitulée *Diffusion électromagnétique par une surface rugueuse sous incidence rasante : application au domaine maritime*. La finalité de la thèse est d'obtenir un modèle asymptotique des coefficients de diffusion cohérent et incohérent d'une surface de mer observée sous incidence rasante et en configuration bistatique.

IV Diffusion électromagnétique par une simple interface 1D rugueuse : méthodes rigoureuses rapides

Sommaire

IV.1 Introduction	137
IV.2 Méthode des moments appliquée à une interface rugueuse	139
IV.2.1 Rappels des équations intégrales	139
IV.2.2 Condition d'impédance sur la surface	140
IV.2.3 Méthode des moments	140
IV.2.4 Coefficient de diffusion	142
IV.3 Méthodes dites exactes et rapides	143
IV.3.1 Introduction	143
IV.3.2 Method of Ordered Multiple Interactions : MOMI	144
IV.3.3 Banded Matrix Iterative Approach + CAnonical Grid : BMIA/CAG . .	150
IV.3.4 Forward-Backward : FB	156
IV.3.5 Forward-Backward + Novel Spectral Acceleration : FB-NSA	159
IV.4 Conclusion	171

IV.1 Introduction

L'avantage des approches asymptotiques est leur facilité de mise en oeuvre. Leurs temps de calcul sont relativement faibles et elles requièrent en général peu d'espace mémoire. En revanche, leur inconvénient principal est qu'elles possèdent des domaines de validité plus ou moins restrictifs selon les approches utilisées. Pour surmonter ces inconvénients, des méthodes numériques dites *rigoureuses* ou *exactes* (la seule approximation vient de la discrétisation des équations intégrales) sont nécessaires. Elles peuvent être appliquées sur une structure quelconque. Néanmoins, plus les dimensions de l'objet sont grandes devant la longueur d'onde, plus le nombre d'inconnues à déterminer est grand. De plus, elles nécessitent des ressources informatiques importantes et les temps de calcul sont souvent prohibitifs. Ces méthodes servent donc de référence pour valider les approches asymptotiques. C'est pour cela que la mise en oeuvre de modèles asymptotiques est encore étudiée de nos jours.

Le point de départ consiste à discrétiser les équations intégrales à l'aide de la méthode des Moments (MdM) développée par Harington [45], conduisant alors à un système linéaire du type $\bar{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$, où $\bar{\mathbf{Z}}$ est la matrice impédance, \mathbf{X} le vecteur inconnu (champs sur la surface) et \mathbf{b} le

vecteur source (champ incident sur la surface). Le problème est résolu en inversant la matrice impédance $\bar{\mathbf{Z}}$. Pour une surface diélectrique, la taille du vecteur inconnu \mathbf{X} est de $2N$, où N est le nombre de points sur la surface. Classiquement, la surface est échantillonnée à $\lambda_1/10$ (λ_1 est la longueur d'onde dans le milieu incident). De plus, pour une surface rugueuse, la longueur de la surface doit être au minimum de dix fois la longueur de corrélation des hauteurs de la surface, et dix points au minimum par longueur de corrélation sont demandés. Pour les conditions suivantes :

1. Des incidences modérées ($\theta_i \in [0; 70]^\circ$).
2. Un ratio des modules des permittivités entre la surface et le milieu incident compris entre un et deux.
3. Une longueur de corrélation de l'ordre ou inférieure à $10\lambda_1$.
4. Une surface mono-échelle.

Le nombre d'inconnues est typiquement de 1500 à 2000. Ainsi, en utilisant une inversion par une décomposition LU de complexité $\mathcal{O}((2N)^3)$, le vecteur inconnu \mathbf{X} peut être calculé sur un PC standard de bureau. Si la condition numéro deux n'est pas satisfaite, une approximation haute impédance permet de traiter le cas de surfaces très conductrices (ratio des modules des permittivités très grand devant l'unité, de l'ordre de dix). Si l'une des conditions citées ci-dessus n'est pas satisfaite, le nombre d'inconnues peut devenir très important. C'est le cas par exemple :

1. Des incidences rasantes. De plus, un autre problème est rencontré sur l'onde incidente qui doit vérifier l'équation d'Helmholtz (l'onde incidente classique dite de *Thorsos* n'est plus valide).
2. Des hautes fréquences.
3. Des surfaces multi échelles comme la mer.

Il alors nécessaire de mettre en oeuvre des méthodes dites *exactes* et *rapides* afin de diminuer la complexité $\mathcal{O}((2N)^3)$ et le stockage mémoire de la matrice impédance. Dans ce chapitre, sont exposées quelques unes d'entre elles récemment développées dans le cadre de la diffraction par une simple surface 1D rugueuse.

Ce chapitre résume une partie de la thèse de Nicolas Déchamps intitulée *Diffusion électromagnétique par des surfaces naturelles. Etude de méthodes numériques* soutenue le 10/12/2004. Dans le dernier chapitre, ces méthodes seront introduites pour calculer le champ diffracté par deux interfaces 1D rugueuses séparées par des milieux homogènes.

Dans la première partie la méthode des Moments (MmM) est rappelée et la seconde partie expose trois méthodes rapides développées au laboratoire :

- La méthode MOMI (Method of Ordered Multiple Interactions) [49] et [50], similaire à la méthode FB (Forward-Backward) [51], [52] et [53], qui distingue, en un point de la surface, les contributions des éléments de surface situés à gauche et à droite de ce point.
- La méthode BMIA (Banded Matrix Iterative Approach) [59], [60], et sa version améliorée, la BMIA/CAG (BMIA/CAnonical Grid) [61] et [62].
- La version améliorée de FB nommée FB-NSA (Forward-Backward+Novel-Spectral-Acceleration) [54], [55], [56], [57] et [58].

Toutes les simulations numériques présentées dans ce chapitre proviennent de la thèse de N. Déchamps et du travail réalisé par N. Déchamps comme ingénieur de recherche sur la période 2006-2007 pour une durée de six mois.

IV.2 Méthode des moments appliquée à une interface rugueuse

IV.2.1 Rappels des équations intégrales

A l'aide du second théorème de Green, de l'équation d'Helmholtz et des conditions aux limites, nous avons [187] (chapitre 4) et [48]

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_i(\mathbf{r}') = \underbrace{- \int_{\Sigma} \psi(\mathbf{r}) \frac{\partial g_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} d\Sigma}_{\text{Neumann avec } g_i=g_1} + \underbrace{\int_{\Sigma} g_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} d\Sigma}_{\text{Dirichlet avec } g_i=g_1} \\ 0 = \underbrace{- \int_{\Sigma} \psi(\mathbf{r}) \frac{\partial g_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} d\Sigma}_{\text{Neumann avec } g_i=g_2} + \rho_{21} \underbrace{\int_{\Sigma} g_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} d\Sigma}_{\text{Dirichlet avec } g_i=g_2} \end{array} \right. , \quad (\text{IV.1})$$

où $\mathbf{r}' = x'\hat{\mathbf{x}} + z'\hat{\mathbf{z}}$ donne la position d'un point quelconque de l'espace de coordonnées (x', z') et $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{x}} + z\hat{\mathbf{z}}$ donne la position d'un point de la surface Σ de coordonnées $(x, z(x))$. $z(x)$ désigne la hauteur d'un point de la surface supposée *monodimensionnelle* (1D). ψ_i est le champ incident vérifiant l'équation d'Helmholtz et $\psi(\mathbf{r})$ est le champ total sur la surface. L'opérateur $\frac{\partial f(\mathbf{r})}{\partial n} = \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla f$, où l'opérateur nabla $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$ et la normale à la surface $\hat{\mathbf{n}} = (-z'(x)\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{z}})[1 + (z'(x))^2]^{-1/2}$. Pour un problème 2D, la fonction de Green scalaire $g_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{i}{4}H_0^{(1)}(K_i \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|)$, où K_i est le nombre d'onde des milieux supérieur ($i = 1$) et inférieur ($i = 2$) séparés par l'interface rugueuse, et $H_0^{(1)}$ désigne la fonction de Hankel du premier type et d'ordre zéro. La dernière équation correspond au théorème d'extinction pour laquelle le terme de gauche de l'égalité est nul.

Pour une surface parfaitement conductrice deux cas peuvent se présenter selon la polarisation de l'onde :

- Cas Transverse Electrique (TE) ou polarisation horizontale (H) : $\psi(\mathbf{r})$ s'annule sur la surface. Nous parlons alors de la condition aux limites de *Dirichlet* et

$$\psi_i(\mathbf{r}') = \int_{\Sigma} g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} d\Sigma. \quad (\text{IV.2})$$

Cette équation est nommée EFIE (Electric Field Integral Equation) TE.

- Cas Transverse Magnétique (TM) ou polarisation verticale (V) : $\frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ s'annule sur la surface. Nous parlons alors de la condition aux limites de *Neumann* et

$$\psi_i(\mathbf{r}') = - \int_{\Sigma} \psi(\mathbf{r}) \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} d\Sigma. \quad (\text{IV.3})$$

Cette équation est nommée MFIE (Magnetic Field Integral Equation) TM.

Pour une surface diélectrique, les équations intégrales s'écrivent comme une combinaison linéaire des conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann. Dans le cas TE, $\rho_{21} = 1$ et dans le cas TM, $\rho_{21} = \epsilon_2/\epsilon_1 = \rho$ où ϵ_i est la permittivité du milieu i .

Dans (IV.1), les inconnues à déterminer sont le champ total sur la surface $\psi(\mathbf{r})$ et sa dérivée normale $\partial \psi(\mathbf{r})/\partial n$. Il faut donc résoudre un système de deux équations à deux inconnues. Malheureusement il n'y a pas de solution analytique, c'est-à-dire que dans $\psi(\mathbf{r}) = f_1(\psi_i(\mathbf{r}), z(x), \epsilon_1, \epsilon_2)$ et $\frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} = f_2(\psi_i(\mathbf{r}), z(x), \epsilon_1, \epsilon_2)$, les fonctions f_1 et f_2 ne sont pas connues analytiquement.

IV.2.2 Condition d'impédance sur la surface

Dans le cas où les milieux supérieur et inférieur offrent un fort contraste de permittivité en module, le système d'équations (IV.1) peut être approché par une seule équation intégrale dont l'inconnue est soit $\psi(\mathbf{r})$ ou $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$. En effet, dans ce cas, la dérivée normale du champ sur la surface est proportionnelle au champ ; cette hypothèse est aussi connue sous le nom d'Impedance Boundary Condition (IBC). Ainsi $\forall \mathbf{r} \in \Sigma$ [187] (chapitre 4) et [48]

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(\mathbf{r}) = \frac{j}{K_1} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n} \quad \text{Polarisation TE} \\ \frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n} = \frac{K_1}{j} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \psi(\mathbf{r}) \quad \text{Polarisation TM} \end{array} \right. \quad (\text{IV.4})$$

avec $|\epsilon_2| \gg |\epsilon_1|$. Le système (IV.1) se simplifie comme

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(\mathbf{r}) = \int_{\Sigma} \frac{\partial\psi(\mathbf{r}')}{\partial n} \left[g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \frac{j}{K_1} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} \frac{g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] d\Sigma \quad \text{Polarisation TE} \\ \psi(\mathbf{r}) = \int_{\Sigma} \psi(\mathbf{r}') \left[g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{K_1}{j} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} - \frac{g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \right] d\Sigma \quad \text{Polarisation TM} \end{array} \right. \quad (\text{IV.5})$$

Il faut noter que les deux intégrales ci-dessus ont respectivement pour inconnues $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ et $\psi(\mathbf{r})$. Ce choix n'est pas arbitraire ; en effet, si $|\epsilon_2| \gg |\epsilon_1|$ alors $\psi(\mathbf{r}) \simeq 0$ sur la surface dans le cas TE, ce qui est analogue à la condition de Dirichlet, et donc l'inconnue intéressante, celle qui "contient l'information", est $\frac{\partial\psi(\mathbf{r}')}{\partial n}$. De façon similaire, l'inconnue pertinente du cas TM est $\psi(\mathbf{r})$. Ce choix des inconnues permet une meilleure stabilité des méthodes numériques lorsque l'approximation de l'IBC est utilisée.

IV.2.3 Méthode des moments

La méthode des moments a été pour la première fois appliquée aux problèmes de diffraction électromagnétique par Harrington en 1968 [45]. Elle permet de résoudre un problème linéaire de la forme $\mathcal{L}f = g$, où \mathcal{L} est un opérateur intégral ou intégral-différentiel linéaire, f l'inconnue et g , une fonction donnée. Dans notre cas, l'inconnue f est le champ et sa dérivée normale, et g , le champ incident.

La méthodologie est la suivante [48] :

- La fonction recherchée f est projetée sur une base de fonctions, dites *fonctions de projection* $\{f_n\}$, c'est-à-dire que f est approchée par $f \simeq \tilde{f} = \sum_{n=1}^N a_n f_n$. Le problème revient donc à déterminer les coefficients a_n . Une erreur de troncature sur la somme ϵ_N est alors introduite. En remplaçant cette approximation dans $\mathcal{L}f = g$, une nouvelle équation est obtenue.
- Cette équation est ensuite projetée sur une base de fonctions $\{w_m\}_{m=1..M}$, dites *fonctions test*, choisies de façon à minimiser l'influence de l'erreur ϵ_N . Le système obtenu peut alors s'écrire sous la forme d'une équation matricielle $\bar{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$. La matrice $\bar{\mathbf{Z}}$ est dite matrice impédance.

Plusieurs choix sont possibles pour les fonctions f_n et w_m . Le choix optimal résulte d'un compromis entre un gain de temps (si les fonctions de projection sont bien adaptées au problème,

le nombre N d'inconnues sera réduit), une précision suffisante et une simplicité de la mise en oeuvre. C'est pourquoi nous retenons par la suite la méthode classique des moments par *collocation*, c'est-à-dire que les fonctions w_m seront égales à des fonctions de Dirac. Pour les fonctions f_n , les fonctions rectangles sont choisies, appelées en anglais fonctions *pulse basis*.

Ainsi le système (IV.1) devient [187] (chapitre 4) et [48]

$$\bar{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \underbrace{\bar{\mathbf{Z}}^{\text{Neumann}}}_{K_i=K_1} & \underbrace{\bar{\mathbf{Z}}^{\text{Dirichlet}}}_{K_i=K_1} \\ \underbrace{\bar{\mathbf{Z}}^{\text{Neumann}}}_{K_i=K_2} & \rho_{21} \underbrace{\bar{\mathbf{Z}}^{\text{Dirichlet}}}_{K_i=K_2} \end{bmatrix}, \quad (\text{IV.6})$$

et les vecteurs source et inconnu de longueur $2N$ s'écrivent respectivement

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \psi_i(\mathbf{r}_1) \\ \psi_i(\mathbf{r}_2) \\ \vdots \\ \psi_i(\mathbf{r}_N) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \psi(\mathbf{r}_1) \\ \psi(\mathbf{r}_2) \\ \vdots \\ \psi_i(\mathbf{r}_N) \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r}_1)}{\partial n} \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r}_2)}{\partial n} \\ \vdots \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r}_N)}{\partial n} \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.7})$$

} N fois

La matrice carrée $\bar{\mathbf{Z}}$ est de dimension $2N \times 2N$. Les matrices carrées $\bar{\mathbf{Z}}^{\text{Dirichlet}}$ et $\bar{\mathbf{Z}}^{\text{Neumann}}$ de dimensions $N \times N$ correspondent respectivement aux conditions aux limites de Dirichlet et Neumann, dont les éléments sont donnés par

$$\text{EFIE TE : } Z_{mn}^{\text{Dirichlet}} = \frac{j\Delta x \sqrt{1 + \gamma_n^2}}{4} \begin{cases} 1 + \frac{2j}{\pi} \ln \left(0.164 K_i \sqrt{1 + \gamma_m^2} \Delta x \right) & \text{pour } n = m \\ H_0^{(1)}(K_i \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) & \text{pour } n \neq m \end{cases}. \quad (\text{IV.8})$$

et

$$\text{MFIE TM : } Z_{mn}^{\text{Neumann}} = \begin{cases} -\frac{jK_i \Delta x}{4} \frac{H_1^{(1)}(K_i \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|)}{\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|} \\ \quad \times \{ \gamma(x_n)(x_n - x_m) - [z(x_n) - z(x_m)] \} & \text{pour } m \neq n, \\ +\frac{1}{2} - \frac{\Delta x}{4\pi} \frac{\gamma'(x_m)}{1 + \gamma^2(x_m)} & \text{pour } m = n \end{cases} \quad (\text{IV.9})$$

A noter que $d\Sigma = dx \sqrt{1 + \gamma^2}$. De plus $\gamma(x) = z'(x)$ est la pente de la surface et Δx est le pas d'échantillonnage. A noter que pour le calcul de $\bar{\mathbf{Z}}^{\text{Neumann}}$ en $K_i = K_2$, les éléments diagonaux ($m = n$) s'écrivent $-\frac{1}{2} - \frac{\Delta x}{4\pi} \frac{\gamma'(x_m)}{1 + \gamma^2(x_m)}$.

IV.2.4 Coefficient de diffusion

Connaissant $\psi(\mathbf{r})$ et $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ sur la surface, le champ diffracté en tout point dans le demi-espace supérieur Ω_1 s'écrit d'après le principe de Huygens [187] (chapitre 4) et [48]

$$\psi_s(\mathbf{r}') = - \int_{\Sigma} \left[\psi(\mathbf{r}) \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} - g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} \right] d\Sigma \quad \forall \mathbf{r}' \in \Omega_1. \quad (\text{IV.10})$$

En champ lointain, dans la direction d'observation $\mathbf{k}_s = K_1(\hat{\mathbf{x}} \sin \theta_s + \hat{\mathbf{z}} \cos \theta_s)$, cette équation devient

$$\psi_s^\infty(\mathbf{r}') = \frac{j \exp(jK_1 r' - j\frac{\pi}{4})}{2\sqrt{2\pi r' K_1}} \psi_{s0}^\infty, \quad (\text{IV.11})$$

avec

$$\psi_{s0}^\infty = \int_{\Sigma} \left\{ jK_1 [\gamma(x) \sin \theta_s - \cos \theta_s] \psi(\mathbf{r}) + \sqrt{1 + \gamma^2} \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} \right\} e^{-j\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}} dx \quad \text{avec } \mathbf{r}' \in \Omega_1. \quad (\text{IV.12})$$

Le coefficient de diffusion est alors donné par

$$\sigma_s(\theta_i, \theta_s) = \frac{1}{16\pi\eta_1 K_1} \frac{|\psi_s^\infty(\theta_i, \theta_s)|^2}{P_i}, \quad (\text{IV.13})$$

où P_i est la puissance incidente et η_1 l'impédance d'onde du milieu supérieur.

L'onde incidente ψ_i doit vérifier l'équation de propagation d'Helmholtz. De plus, puisque la surface est limitée spatialement, elle doit être nulle sur les bords pour négliger la diffraction sur les bords de la surface. C'est une hypothèse capitale sur le champ incident. En effet, les méthodes de résolution numériques utilisées dans le dernier chapitre sont valables si cette condition est remplie. L'onde plane classique $\psi_i = \psi_{i0} e^{j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}}$ vérifie l'équation d'Helmholtz mais est d'étendue infinie. Pour palier à ce problème, Thorsos [188] propose l'expression suivante :

$$\psi_i(\mathbf{r}) = \underbrace{\exp(j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})}_{\text{Onde Plane}} \underbrace{\exp\left(-\frac{(x+z \tan \theta_i)^2}{g^2}\right)}_{\text{Terme d'atténuation}} \underbrace{\exp[jw(\mathbf{r})\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}]}_{\text{Terme correctif}}, \quad (\text{IV.14})$$

avec $w(\mathbf{r}) = \left[\frac{2(x+z \tan \theta_i)^2}{g^2} - 1 \right] / (K_1 g \cos \theta_i)^2$ et $\mathbf{k}_i = K_1(\hat{\mathbf{x}} \sin \theta_i - \hat{\mathbf{z}} \cos \theta_i)$. L'atténuation s'effectue perpendiculairement au vecteur d'onde incident \mathbf{k}_i . Ainsi, l'atténuation est de forme gaussienne dans un plan d'onde donné. On peut montrer que l'équation (IV.14) vérifie l'équation de propagation à $\mathcal{O}\left(\frac{1}{(gK_1 \cos \theta_i)^3}\right)$, soit $gK_1 \cos \theta_i \gg 1$. Cette condition est violée :

- Pour des incidences rasantes ; en effet pour K_1 et g fixes, $\theta_i \rightarrow \pi/2$ et $gK_1 \cos \theta_i \rightarrow 0$.
- Si le paramètre g est trop petit par rapport à la longueur d'onde λ_1 ; autrement dit si le faisceau incident est trop *étroit*.

Par exemple en prenant comme critère $\frac{1}{gK_1 \cos \theta_i} \leq C = 0.037$, si $\theta_i = 0$ alors $g \geq 5\lambda_1$, tandis que si $\theta_i = 80^\circ$ alors $g \geq 30\lambda_1$ augmentant la longueur de la surface. Par ailleurs, conventionnellement $g = L/4$, où L est la longueur de la surface. Une étude plus approfondie est exposée pour le cas des incidences rasantes dans [187] (pages 120-122) et [189].

Dans (IV.13), en utilisant l'onde de Thorsos, la puissance incidence est alors donnée par $P_i = \frac{\cos \theta_i}{2\eta_1} g \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[1 - \frac{1+2 \tan^2 \theta_i}{2K_1^2 g^2 \cos^2 \theta_i} \right]$.

IV.3 Méthodes dites exactes et rapides

IV.3.1 Introduction

Pour certaines configurations (incidence rasante, surfaces multi échelles, ...), le nombre d'inconnues (nombre d'éléments des vecteurs \mathbf{b} et \mathbf{X}) peut devenir très conséquent. Sur un PC standard de bureau (processeur 3 GHz, 2 Go de mémoire vive), le nombre d'inconnues ne peut excéder 2500 avec le logiciel Matlab, lorsque la matrice impédance est inversée par une décomposition LU. De plus, l'étude d'un système composé de deux interfaces rugueuses séparées par un milieu homogène multiplie le nombre d'inconnues par deux. Il est donc nécessaire de développer des méthodes exactes et *rapides* afin de diminuer la complexité de l'inversion matricielle et le stockage mémoire.

Toutes les méthodes rapides que nous étudions par la suite ont pour point de départ les équations intégrales, qui relient les champs incident et total (et leur dérivées normales) sur l'interface rugueuse séparant deux milieux de permittivités différentes. L'équation intégrale choisie est discrétisée par la méthode des moments, et l'on aboutit au système matriciel de la forme $\mathbf{Z}\mathbf{X} = \mathbf{b}$. La démarche générale des méthodes *rapides* est d'accélérer la résolution de ce système en procédant de manière itérative. On peut distinguer deux familles de méthodes [48] : les méthodes stationnaires et non-stationnaires. Pour l'étude du problème de diffusion par une surface rugueuse monodimensionnelle, des méthodes stationnaires particulières ont été développées [187] et [48]. Dans ce chapitre, trois approches rapides, récemment développées, sont présentées :

- La méthode MOMI (Method of Ordered Multiple Interactions) [49] et [50], similaire à la méthode FB (Forward-Backward) [51], [52] et [53], qui distingue, en un point de la surface, les contributions des éléments de surface situés à gauche et à droite de ce point.
- La méthode BMIA (Banded Matrix Iterative Approach) [59], [60], et sa version améliorée, la BMIA/CAG (BMIA/CAnonical Grid) [61] et [62].
- La version améliorée de FB avec accélération spectrale nommée FB-NSA (Forward-Backward+Novel-Spectral-Acceleration) [54], [55], [56], [57] et [58].

Les méthodes numériques rapides ont, de même que les méthodes analytiques, des conditions de validité¹ ; en effet, selon la rugosité de la surface (comme par exemple l'écart type des hauteurs de la surface), une méthode numérique, pour un nombre d'itérations maximal fixé ne peut dépasser une certaine précision. Mais en fonction d'une précision voulue on peut itérer simplement la méthode sans entraîner de complications supplémentaires dans l'algorithme, et sans rajouter un nombre trop important de calculs.

Par ailleurs, en terme de complexité (nombre de multiplications), ces méthodes peuvent être ordonnées comme suit [48] :

Méthode	Complexité
Décomposition LU, pivot de Gauss	$\mathcal{O}(N^3)$
<u>Forward-Backward</u>	$\mathcal{O}(N^2)$
<u>MOMI</u>	$\mathcal{O}(N^2)$
FMM (Fast Multi pole Method) à un niveau	$\mathcal{O}(N^{(3/2)})$
<u>BMIA/CAG</u>	$\mathcal{O}(N \log N)$
FMM multilevel	$\mathcal{O}(N \log N)$
<u>Forward-Backward avec accélération spectrale</u>	$\mathcal{O}(N)$
SDFMM (Steepest Descent Fast Multipole Method)	$\mathcal{O}(N)$

¹Peut-on toujours alors parler de méthodes rigoureuse ou exactes ?

Les méthodes soulignées sont exposées dans ce document.

IV.3.2 Method of Ordered Multiple Interactions : MOMI

La méthode MOMI (Method of Ordered Multiple Interactions), présentée par D. A. Kapp et G. S. Brown en 1996 [49], est très similaire à la méthode Forward-Backward proposée par D. Holliday [51] la même année. Le principe fondamental des méthodes MOMI et FB est le même [49] : en orientant la surface de gauche à droite, en référence à l'onde incidente, on suppose d'abord que le champ créé en un point de la surface ne provient que de la gauche (ce qui se justifie intuitivement si l'onde incidente est rasante) puis il est corrigé en prenant en compte le champ provenant de la droite. Cette approximation est itérée autant de fois que nécessaire, et ce d'autant plus si la surface est très irrégulière et que l'onde incidente n'est pas rasante. Les contributions provenant de la gauche (*forward contribution*) et de la droite (*backward contribution*) sont calculées à l'aide d'opérateurs simples, et inversibles aussi simplement, ce qui fait toute la puissance de cette méthode. Nous allons résumer la démarche de la méthode MOMI proposée à l'origine par [49] et améliorée, puis étendue au cas diélectrique, par Adams [50].

IV.3.2.1 Cas parfaitement conducteur

Pour une surface parfaitement conductrice en dérivant l'équation (IV.2) (la EFIE TE devient alors la MFIE TE) et d'après l'équation (IV.3) (MFIE TM), nous avons respectivement

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi_i(\mathbf{r}')}{\partial n'} = \frac{1}{2} \frac{\partial \psi(\mathbf{r}')}{\partial n'} + \int_{\Sigma} \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n} d\Sigma & \text{MFIE TE} \\ \psi_i(\mathbf{r}') = \frac{1}{2} \psi(\mathbf{r}') - \int_{\Sigma} \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \psi(\mathbf{r}) d\Sigma & \text{MFIE TM} \end{cases} \quad \forall \mathbf{r}' \in \Sigma, \quad (\text{IV.15})$$

où \int désigne la valeur principale de Cauchy.

Dans les deux cas, l'équation intégrale peut se mettre sous la forme $J(\mathbf{r}') = J_i(\mathbf{r}') + \mathcal{L}J$, avec

$$\begin{cases} J(\mathbf{r}') = \frac{\partial \psi(\mathbf{r}')}{\partial n'} & J_i(\mathbf{r}') = 2 \frac{\partial \psi_i(\mathbf{r}')}{\partial n'} & \mathcal{L}\bullet = -2 \int_{\Sigma} d\Sigma \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n'} \bullet & \text{MFIE TE} \\ J(\mathbf{r}') = \psi(\mathbf{r}') & J_i(\mathbf{r}') = 2\psi_i(\mathbf{r}') & \mathcal{L}\bullet = +2 \int_{\Sigma} d\Sigma \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} \bullet & \text{MFIE TM} \end{cases} \quad (\text{IV.16})$$

En discrétisant l'équation $J(\mathbf{r}') = J_i(\mathbf{r}') + \mathcal{L}J$ par la méthode des moments, on obtient les vecteurs colonnes de longueurs N suivants

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J(\mathbf{r}_1) \\ \vdots \\ J(\mathbf{r}_N) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} J_i(\mathbf{r}_1) \\ \vdots \\ J_i(\mathbf{r}_N) \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.17})$$

De plus, la discrétisation de l'opérateur \mathcal{L} , conduit à la matrice $\bar{\mathbf{P}}$ qui peut se décomposer comme une somme de trois matrices $\bar{\mathbf{L}}$, $\bar{\mathbf{D}}_1$ et $\bar{\mathbf{U}}$ (figure IV.1) :

$$\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{L}} + \bar{\mathbf{D}}_1 + \bar{\mathbf{U}}, \quad (\text{IV.18})$$

où $\bar{\mathbf{L}}$ est une matrice triangulaire *inférieure* avec des zéros sur la diagonale, $\bar{\mathbf{U}}$ (figure IV.2) est une matrice triangulaire *supérieure* avec des zéros sur la diagonale et $\bar{\mathbf{D}}_1$ est une matrice diagonale dont les éléments sont définis par $D_{1,ii} = P_{ii}$. Les expressions de $\bar{\mathbf{L}}$, $\bar{\mathbf{D}}_1$ et $\bar{\mathbf{U}}$ dans les cas TE et TM s'obtiennent directement à partir de celle de $\bar{\mathbf{P}}$.

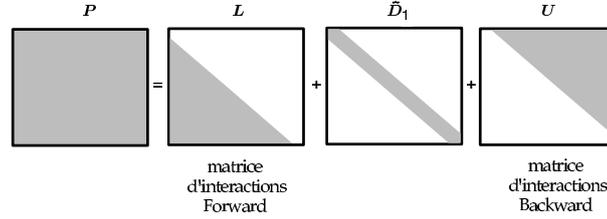


FIG. IV.1 – Décomposition de la matrice $\bar{\mathbf{P}}$ dans la méthode MOMI.

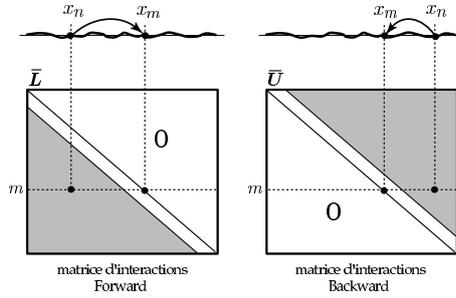


FIG. IV.2 – Interprétation physique des matrices $\bar{\mathbf{L}}$ et $\bar{\mathbf{U}}$ dans la méthode MOMI.

Dans le cas TE

$$\text{MFIE TE : } P_{mn} = \begin{cases} +2 \frac{j\Delta x K_1 H_1^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|)}{4 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|} \frac{\sqrt{1 + \gamma_n^2}}{\sqrt{1 + \gamma_m^2}} \\ \quad \times [\gamma_m(x_n - x_m) - (z_n - z_m)] & \text{pour } m \neq n \\ -2 \frac{\Delta x}{4\pi} \frac{\gamma'_m}{1 + \gamma_m^2} & \text{pour } m = n \end{cases}, \quad (\text{IV.19})$$

et dans le cas TM

$$\text{MFIE TM : } P_{mn} = \begin{cases} +2 \frac{j\Delta x K_1 H_1^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|)}{4 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|} \\ \quad \times [\gamma_n(x_n - x_m) - (z_n - z_m)] & \text{pour } m \neq n \\ +2 \frac{\Delta x}{4\pi} \frac{\gamma'_m}{1 + \gamma_m^2} & \text{pour } m = n \end{cases}. \quad (\text{IV.20})$$

Dans le cas TM, compte tenu de l'équation (IV.16), par rapport à l'équation (IV.9), les éléments de la matrice sont multipliés par moins deux et les éléments diagonaux sont additionnés de la valeur un.

On peut remarquer que $\bar{\mathbf{L}}$ intègre toutes les interactions calculées au point d'observation sur la surface $\mathbf{r}' = (x_m, z_m)$ provenant de sa *gauche* ($x_m > x_n$), et que $\bar{\mathbf{U}}$ intègre toutes les interactions à *droite* de ce point ($x_m < x_n$). $\bar{\mathbf{L}}$ est dénommé opérateur *Forward* (vers l'*avant*), et $\bar{\mathbf{U}}$, opérateur *Backward* (vers l'*arrière*), en orientant la surface de gauche à droite, en référence

à l'onde incidente. Les matrices $\bar{\mathbf{L}}$ et $\bar{\mathbf{U}}$ ne sont pas à confondre avec les opérateurs de la décomposition LU.

L'équation $J(\mathbf{r}') = J_i(\mathbf{r}') + \mathcal{L}J$ peut alors se mettre sous la forme $\mathbf{J} = \mathbf{J}_i + (\bar{\mathbf{L}} + \bar{\mathbf{D}}_1 + \bar{\mathbf{U}})\mathbf{J}$. En introduisant le matrice indentitée $\bar{\mathbf{I}}$, nous avons alors $\mathbf{J}(\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}} - \bar{\mathbf{U}}) = \mathbf{J}_i$, où $\bar{\mathbf{D}} = \bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{D}}_1$. La matrice $\bar{\mathbf{D}}$ est inversible; en effet, d'après (IV.19) et (IV.20), $D_{mm} \simeq 1 \pm \frac{\Delta x}{2\pi} \frac{\gamma'_m}{1+\gamma_m^2}$, et donc, pour Δx suffisamment petit, $D_{mm} > 0$. Par ailleurs, en pratique, les surfaces utilisées lors des simulations sont telles que $\frac{1}{2\pi} \frac{\gamma'_m}{1+\gamma_m^2} \ll 1$, donc pour un pas d'échantillonnage courant de $\lambda_1/10$, $D_{mm} \simeq 1$. D'ailleurs c'est pour cela que dans le cas TE, l'équation (IV.2) n'est pas utilisée mais plutôt sa dérivée. Cette propriété compliquera l'extension de la méthode dans le cas diélectrique. En supposant que $\bar{\mathbf{D}}^{-1}\bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{D}} \approx \bar{\mathbf{L}}$ (les éléments D_{ii} de la matrice $\bar{\mathbf{D}}$ sont sensiblement égaux), alors $[\bar{\mathbf{D}}^{-1}(\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})(\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}}) - \bar{\mathbf{D}}^{-1}\bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{U}}]\mathbf{J} = \mathbf{J}_i$, qui peut se mettre sous la forme

$$\mathbf{J} = (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}})^{-1} (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})^{-1} \bar{\mathbf{D}}\mathbf{J}_i + (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}})^{-1} (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})^{-1} \bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{U}}\mathbf{J}. \quad (\text{IV.21})$$

L'itération de l'expression précédente conduit par conséquent à

$$\mathbf{J} = \sum_{k=0}^{\infty} (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}})^{-1} [(\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})^{-1} \bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{U}} (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}})^{-1}]^k (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})^{-1} \bar{\mathbf{D}}\mathbf{J}_i. \quad (\text{IV.22})$$

On constate que le terme entre crochets élevé à la puissance k comporte deux inversions de matrices triangulaires et deux multiplications par des matrices triangulaires. Afin de multiplier par des matrices diagonales on écrit que $(\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})^{-1}(\bar{\mathbf{L}} - \bar{\mathbf{D}}) = -\bar{\mathbf{I}} \Rightarrow (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})^{-1}\bar{\mathbf{L}} = (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})^{-1}\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{I}}$ et de même $\bar{\mathbf{U}}(\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}})^{-1} = \bar{\mathbf{D}}(\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}})^{-1} - \bar{\mathbf{I}}$.

Le calcul de la solution à l'ordre un, $\mathbf{J}^{(1)} = (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}})^{-1} (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})^{-1} \bar{\mathbf{D}}\mathbf{J}_i$, est une solution approchée qui demande peu de calculs, qui est le point fort de la méthode MOMI. En effet, les matrices $\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}}$ et $\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}}$ sont respectivement triangulaires inférieure et supérieure. Ainsi, Les étapes $\bullet = (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{L}})^{-1}\bar{\mathbf{D}}\bullet$ et $\bullet = (\bar{\mathbf{D}} - \bar{\mathbf{U}})^{-1}\bullet$ sont effectuées rapidement par substitution, sans inversion matricielle directe. De plus, la solution d'ordre un, prend en compte une réflexion double (figure IV.3-a) de l'onde incidente sur la surface et est ainsi déjà une très bonne approximation pour une surface dont l'écart type des pentes est petit devant un. Si ce n'est pas le cas, les ordres supérieurs doivent être calculés. Par exemple, la solution d'ordre deux prend en compte quatre réflexions sur la surface (figure IV.3-b).

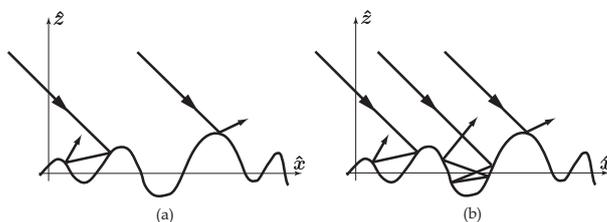


FIG. IV.3 – Réflexions multiples prises en compte par la solution d'ordre 0, $\mathbf{J}^{(1)}$ (cas a) et d'ordre 1, $\mathbf{J}^{(2)}$ (cas b).

Dans le cas où le nombre d'inconnues est très grand, les matrices $\bar{\mathbf{L}}$ et $\bar{\mathbf{U}}$ ne sont pas stockées en mémoire; une solution consiste alors à programmer soi-même l'inversion par substitution de ses matrices triangulaires. En effet, lors de l'inversion par substitution, il suffit de disposer, à chaque étape, d'une seule ligne de la matrice. En générant cette ligne de coefficients au fur et à mesure, des matrices de très grandes dimensions peuvent être inversées. La méthode résultante,

appelée MOMI OM (Optimisée en Mémoire) a, toutefois, l'inconvénient d'être plus lente que la méthode MOMI classique, puisque que les matrices $\bar{\mathbf{L}}$ et $\bar{\mathbf{U}}$ sont générées à chaque itération.

La complexité de la méthode MOMI est de l'ordre $\mathcal{O}(N^2)$ et la place mémoire requise est de l'ordre de $\mathcal{O}(N)$, ce qui en fait une méthode comparable, en temps de calcul, à une méthode itérative de type gradient conjugué. Cependant, la méthode MOMI converge en moins d'itérations qu'une méthode itérative de ce type.

IV.3.2.2 Simulations

Dans ce paragraphe, la méthode MOMI (Method of Ordered Multiple Interactions) est comparée à la méthode des moments (MmM) via la dérivée du champ sur la surface $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ (condition aux limites de Dirichlet) et via le champ sur la surface $\psi(\mathbf{r})$ (condition aux limites de Neumann).

En haut de la figure IV.4 est comparée la dérivée du champ sur la surface, $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$, calculée avec la méthode MOMI avec celle déterminée par la méthode des Moments. Dans la légende, entre parenthèses figurent l'ordre de l'itération et l'erreur relative en pourcent. Elle est définie par

$$\varepsilon_r = 100 \times \frac{\|\mathbf{J}_{\text{MOMI}}^{(n)} - \mathbf{J}_{\text{MmM}}\|}{\|\mathbf{J}_{\text{MmM}}\|}. \quad (\text{IV.23})$$

Le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.1\lambda_0$ et la longueur de la surface est $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne dont $\sigma_\gamma = 0.3$ (écart type des pentes) et $\sigma_z = 0.5\lambda_0$ (écart type des hauteurs). Le milieu incident est assimilé au vide et l'angle d'incidence $\theta_i = 30^\circ$. En bas de la figure IV.4, sont représentées les mêmes variations mais dans le cas TM (Neumann).

Sur la figure IV.4 on remarque qu'après deux itérations la méthode MOMI converge très rapidement vers la méthode des moments et ceci pour les deux polarisations. En revanche, la méthode MOMI est biaisée, signifiant que la différence ε_r ne converge pas vers zéro. Ceci vient du fait que les éléments diagonaux $\{P_{mm}\}$ des matrices impédances données respectivement dans les cas TE et TM par (IV.19) et (IV.20) sont supposés nuls afin d'utiliser la relation $\bar{\mathbf{D}}^{-1}\bar{\mathbf{L}}\bar{\mathbf{D}} \approx \bar{\mathbf{L}}$, où $D_{mm} = 1 + P_{mm} \approx 1$. Ils sont égaux à $D_{mm} = 1 \pm \frac{\Delta x}{2\pi} \frac{\gamma'_m}{1+\gamma_m^2}$. Cette hypothèse est donc d'autant plus vérifiée que le pas d'échantillonnage Δx est petit et que les pentes de la surface γ sont faibles devant un, soit un écart type des pentes petit devant l'unité. En effet, en prenant un pas d'échantillonnage quatre fois plus petit ($\Delta x = 0.1\lambda_0 \rightarrow \Delta x = 0.05\lambda_0$), à l'ordre 3, ε_r passe de 0.121 à 0.013 et de 0.242 à 0.022 pour les polarisations TE et TM respectivement.

D'ailleurs la rapidité de convergence de la méthode MOMI peut être confirmée graphiquement en observant la figure IV.5, où est représentée l'erreur absolue $|J_{\text{MOMI}}^{(n)} - J_{\text{MmM}}|$ ($J(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r})$) entre les champs calculés par MOMI et la méthode des moments, en choisissant pour la méthode MOMI les ordres 1 et 2.

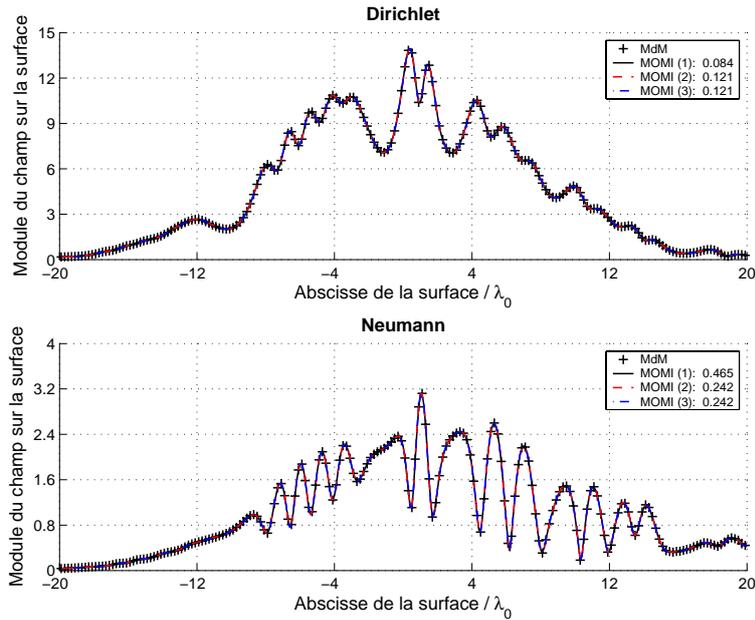


FIG. IV.4 – En haut, comparaison de la dérivée du champ sur la surface, $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$, calculée avec la méthode MOMI avec celle déterminée par la méthode des Moments. Dans la légende, entre parenthèses figurent l'ordre de l'itération et l'erreur relative en pourcent. $\Delta x = 0.1\lambda_0$ et $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne dont $\sigma_\gamma = 0.3$ et $\sigma_z = 0.5\lambda_0$. De plus, $\theta_i = 30^\circ$. En bas, figurent les mêmes variations mais dans le cas TM (Neumann).

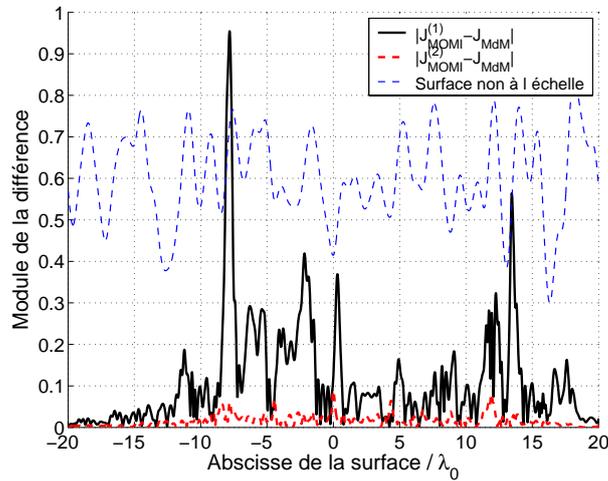


FIG. IV.5 – Erreur absolue $|J_{\text{MOMI}}^{(n)} - J_{\text{MdM}}|$ entre les champs sur la surface, calculés respectivement avec MOMI et la méthode des moments. $\Delta x = 0.025\lambda_0$ et $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne dont $\sigma_\gamma = 1$ et $\sigma_z = 0.5\lambda_0$. De plus, $\theta_i = 30^\circ$. Les hauteurs de la surface sont également présentées sur une échelle arbitraire.

On constate que l'erreur absolue sur le champ décroît rapidement avec l'ordre (d'un facteur dix entre les deux itérations successives). De plus, en superposant la surface (avec des unités

arbitraires en ordonnée) sur la courbe d'erreur, on note que le maximum de l'erreur apparaît lors des variations rapides de grande amplitude des hauteurs. Ceci vient du fait que l'approximation d'ordre un prend en compte une réflexion *double*, et chaque approximation d'ordre supérieur en prend en compte une de plus. Ainsi, l'approximation d'ordre deux prend en compte deux réflexions doubles et celle d'ordre trois, en prend trois. Pour des surfaces de faibles pentes, donc générant peu de réflexions doubles, l'approximation MOMI est ainsi très rapide et précise.

Les tableaux IV.1 et IV.2 donnent l'ordre minimum de la méthode MOMI pour atteindre une précision relative de $\varepsilon_r < 1\%$ sur $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ et $\psi(\mathbf{r})$. Le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.025\lambda_0$ et la longueur de la surface est $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne et $\theta_i = 30^\circ$.

$\sigma_z \backslash \sigma_\gamma$	0.3	0.5	0.7	1
$0.5\lambda_0$	1	1	2	3
$0.7\lambda_0$	1	1	1	2
$1\lambda_0$	1	1	1	2
$1.5\lambda_0$	1	1	1	2
$2\lambda_0$	1	1	1	1

TAB. IV.1 – Surface PC dans le cas TE.

$\sigma_h \backslash \sigma_\gamma$	0.3	0.5	0.7	1
$0.5\lambda_0$	1	2	2	3
$0.7\lambda_0$	1	1	2	2
$1\lambda_0$	1	1	2	2
$1.5\lambda_0$	1	1	1	2
$2\lambda_0$	1	1	1	2

TAB. IV.2 – Surface PC dans le cas TM.

Ordre minimum de la méthode MOMI pour atteindre une précision relative de $\varepsilon_r < 1\%$ sur $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ (cas TE) et $\psi(\mathbf{r})$ (cas TM). Le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.025\lambda_0$ et la longueur de la surface est $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne et $\theta_i = 30^\circ$.

On observe que la méthode MOMI converge rapidement (dans le pire des cas au bout de trois itérations) pour une vaste gamme de paramètres, tant en polarisation TE que TM. Des simulations similaires ont été effectuées pour un angle d'incidence $\theta_i = 60^\circ$ et ont montré que l'ordre de convergence reste inchangé.

IV.3.2.3 Cas Diélectrique

La méthode MOMI a été développée à l'origine pour le cas d'un milieu inférieur parfaitement conducteur [49]. Pour cette configuration, la méthode MOMI a montré une simplicité de programmation et une convergence qui, même si elle reste de complexité $\mathcal{O}(N^2)$ relativement élevée, est rapide, autant en configuration TE que TM. Le cas où le milieu inférieur est diélectrique a été abordé dans [50]; dans ce cas, la méthode est plus difficile à mettre en oeuvre que dans le cas parfaitement conducteur; cela provient de la forte singularité des noyaux des opérateurs mis en jeu. Pour obtenir une bonne convergence de la méthode, il faut cette fois optimiser au préalable des paramètres, et préconditionner la matrice impédance. La difficulté réside dans le choix des paramètres; en effet, un choix inadapté de ceux-ci donne un algorithme peu convergent voire divergent. La démarche est résumée en annexe D de [48].

IV.3.3 Banded Matrix Iterative Approach + CAnonical Grid : BMIA/CAG

Cette méthode a été développée dès 1993 par L. Tsang et al. [59] et [60]. Elle a aussi donné lieu à une version améliorée, la Banded Matrix Iterative Approach/CAnonical Grid (BMIA/CAG) [61] et [62]. Dans la méthode BMIA originelle, la matrice pleine d'impédance $\bar{\mathbf{Z}}$, obtenue après avoir appliqué la méthode des moments à partir d'une équation intégrale, est décomposée en une matrice bande qui représente les interactions fortes et une matrice restante qui prend en compte les interactions faibles ; cette partition dépend du paramètre x_{d0} , qui est choisi en fonction de la rugosité de la surface, et qui définit la limite entre les points situés en champ proche et champ lointain, par rapport à un point d'observation \mathbf{r}' donné. Le paramètre x_{d0} dépend lui-même de l'angle d'incidence.

Dans la nouvelle méthode BMIA/CAG (CAnonical Grid), la matrice d'interactions faibles (construite à partir de la fonction de Green discrétisée) est décomposée en une somme de Taylor ; ce développement étant effectué par rapport à la surface parfaitement plane située à la hauteur moyenne de la surface rugueuse étudiée. Le point fort de cette méthode est que le produit entre la matrice d'interactions faibles et un vecteur peut se faire à l'aide d'une transformation de Fourier rapide (FTT).

L'inconvénient de la méthode BMIA/CAG est qu'elle ne converge rapidement que pour des surfaces dont l'écart type des hauteurs est relativement faible devant la longueur d'onde. Nous reviendrons plus précisément sur ce dernier point lors des simulations.

IV.3.3.1 Cas parfaitement conducteur en TE

Tout d'abord le cas d'une onde incidente *transverse électrique* (TE) éclairant une surface rugueuse parfaitement conductrice est considérée.

L'équation intégrale est alors donnée par (IV.2)

$$\psi_i(\mathbf{r}') = \int_{-L/2}^{L/2} g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') u(x) dx \quad \text{avec} \quad u(x) = \sqrt{1 + \gamma^2(x)} \frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n}. \quad (\text{IV.24})$$

A noter que la surface est de longueur L et $d\Sigma = \sqrt{1 + \gamma^2} dx$.

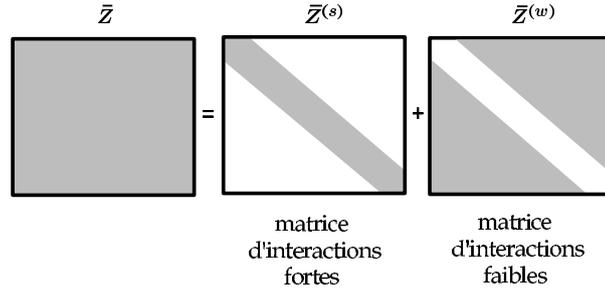
Posons, $x_d = |x - x'|$ et $z_d = |z(x) - z(x')|$. x_d représente la distance horizontale entre le point d'observation \mathbf{r}' et un point source \mathbf{r} et z_d la différence des hauteurs. Soit $x_{d0} > 0$ une distance horizontale quelconque. L'équation (IV.24) s'écrit alors

$$\psi_i(\mathbf{r}') = \int_{-L/2}^{L/2} g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') u(x) \Upsilon(x_{d0} - x) dx + \int_{-L/2}^{L/2} g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') u(x) \Upsilon(x - x_{d0}) dx, \quad (\text{IV.25})$$

où $\Upsilon(x)$ est la fonction de Heaviside définie par $\Upsilon(x) = 1$ si $x \geq 0$, 0 sinon. La discrétisation de (IV.25) par la méthode des moments, conduit alors à une décomposition de la matrice impédance $\bar{\mathbf{Z}}$ (figure IV.6) comme

$$\bar{\mathbf{Z}} = \bar{\mathbf{Z}}^{(s)} + \bar{\mathbf{Z}}^{(w)}, \quad (\text{IV.26})$$

avec (d'après (IV.8))

FIG. IV.6 – Décomposition de la matrice impédance $\bar{\mathbf{Z}}$ dans la méthode BMIA.

$$Z_{mn}^{(s)} = \frac{j\Delta x}{4} \begin{cases} H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) & |m - n| < R_d \\ 1 + \frac{2j}{\pi} \ln \left(0.164K_1 \sqrt{1 + \gamma_m^2} \Delta x \right) & m = n \\ 0 & |m - n| \geq R_d \end{cases}, \quad (\text{IV.27})$$

et

$$Z_{mn}^{(w)} = \frac{j\Delta x}{4} \begin{cases} 0 & |m - n| < R_d \\ H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) & |m - n| \geq R_d \end{cases}, \quad (\text{IV.28})$$

en notant R_d la partie entière de $x_{d0}/\Delta x$. En fait, R_d représente la largeur de bande de la matrice $\bar{\mathbf{Z}}^{(s)}$. $\bar{\mathbf{Z}}^{(s)}$ désigne la matrice des interactions fortes (*strong*), alors que $Z_{mn}^{(w)}$ représente celle des interactions faibles (*weak*). Ce dernier terme correspond aux valeurs de x_d telles que $x_{d0} \gg \max |z(x) - z(x')|$. Pour une surface rugueuse, x_{d0} est proportionnelle à l'écart type des hauteurs. Ainsi, pour le calcul des éléments de la matrice des interactions faibles (équation (IV.28)), la fonction de Green peut être approximée par son développement limité effectué au voisinage de $z_d/x_d \approx 0$, conduisant alors à [187]

$$g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{j}{4} H_0^{(1)} \left(K_1 \sqrt{x_d^2 + z_d^2} \right) \approx \sum_{m=0}^M a_m(x_d) z_d^{2m}, \quad (\text{IV.29})$$

avec

$$a_m(x_d) = \frac{j}{4} \frac{H_m^{(1)}(K_1 x_d)}{m!} \left(\frac{-K_1}{2x_d} \right)^m. \quad (\text{IV.30})$$

A noter que les coefficients $a_m(x_d)$ peuvent s'exprimer à l'aide des fonctions de Hankel $H_0^{(1)}$ et $H_1^{(1)}$ via la relation de récurrence, $H_{m+1}^{(1)}(z) = \frac{2m}{z} H_m^{(1)}(z) - H_{m-1}^{(1)}(z)$ [152].

En écrivant que $z_d^{2m} = [z(x) - z(x')]^{2m} = \sum_{i=0}^{2m} C_{2m}^i [z(x)]^{2m-i} [-z(x')]^i$ ($C_{2m}^i = \frac{(2m)!}{i!(2m-i)!}$), le second terme de (IV.25) s'écrit alors avec $x \geq x_{d0}$

$$\int_{-L/2}^{L/2} g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') u(x) \Upsilon(x_{d0} - x_d) dx = \underbrace{\sum_{m=0}^M \sum_{i=0}^{2m} \underbrace{C_{2m}^i}_{\bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r)}} [-z(x')]^i}_{\bar{\mathbf{Z}}_m^{(w)}} \int_{-L/2}^{L/2} \underbrace{a_m(x_d)}_{\frac{\bar{\mathbf{Z}}_m^{(d)}}{\Delta x}} [z(x)]^{2m-i} \underbrace{\Upsilon(x_{d0} - x_d) u(x)}_{\bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s)}} dx. \quad (\text{IV.31})$$

La matrice impédance correspondante des interactions faibles s'exprime alors comme

$$\bar{\mathbf{Z}}^{(w)} = \sum_{m=0}^M \bar{\mathbf{Z}}_m^{(w)} = \sum_{m=0}^M \sum_{i=0}^{2m} \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r)} \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d)} \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s)}, \quad (\text{IV.32})$$

où

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s)} \text{ est une matrice } \textit{diagonale} \text{ d'éléments égaux à } C_{2m}^i z_n^{2m-i}, \\ \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r)} \text{ une matrice } \textit{diagonale} \text{ d'éléments égaux à } (-z_m)^i, \\ \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d)} \text{ une matrice d'éléments égaux à } a_m(x_d) \Delta x \text{ avec } |n-m| > R_d. \end{cases} \quad (\text{IV.33})$$

En fait $\bar{\mathbf{Z}}_m^{(d)}$ est une matrice de *Toeplitz*, qui donne tout l'intérêt de la méthode. En effet, lors du produit matrice-vecteur $\bar{\mathbf{Z}}_m^{(w)} \mathbf{X}$, sont effectués successivement

$$\begin{cases} \mathbf{X}_1 = \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s)} \mathbf{X} & \text{en } N \text{ opérations car } \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s)} \text{ est une matrice diagonale.} \\ \mathbf{X}_2 = \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d)} \mathbf{X}_1 & \text{en } N \log N \text{ opérations car } \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d)} \text{ est une matrice de Toeplitz.} \\ \mathbf{X}_3 = \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r)} \mathbf{X}_2 & \text{en } N \text{ opérations car } \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r)} \text{ est une matrice diagonale.} \end{cases} \quad (\text{IV.34})$$

La puissance de cette méthode vient de la multiplication d'un vecteur de composantes $\{v(m)\}$ par une matrice de Toeplitz dont les éléments s'écrivent comme $\{f(m-n)\}$. En effet le produit s'exprime comme $\sum_{n=1}^N f(m-n)v(n)$, qui est par définition un produit de convolution, calculé à l'aide d'une FFT de complexité $\mathcal{O}(N \log N)$.

Physiquement, la différence de cette méthode par rapport au calcul direct du rayonnement d'un point source en un point d'observation est illustrée sur la figure IV.7. La pré-multiplication par $\bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s)}$ consiste à translater le point source vers son projeté sur le plan $z=0$ de référence. Puis la multiplication par $\bar{\mathbf{Z}}_m^{(d)}$ translate ce point en un nouveau point, projeté du point d'observation sur le plan de référence. Enfin, la post-multiplication par $\bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r)}$ translate ce dernier vers le point d'observation. Cette méthode est plus coûteuse qu'un calcul direct lorsqu'il s'agit de calculer l'interaction entre deux points de la surface. Mais pour un nombre important N de points, elle est plus avantageuse [187] ($\mathcal{O}(N \log N)$ au lieu de $\mathcal{O}(N^2)$ opérations).

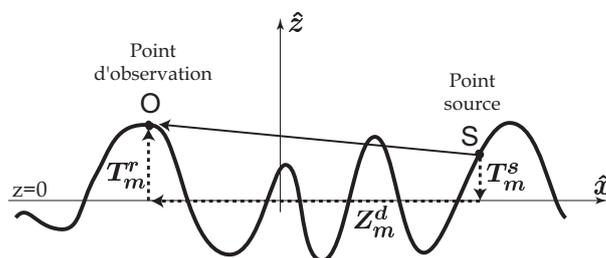


FIG. IV.7 – Calcul direct et indirect du rayonnement d'un point source au point d'observation avec la méthode BMIA/CAG [187].

IV.3.3.2 Cas parfaitement conducteur en TM

Dans le cas où l'onde incidente est *transverse magnétique* (TM), la définition de la matrice impédance donnée par (IV.9) conduit au calcul du développement limité de la fonction suivante

pour $x \geq x_{d0}$

$$\begin{aligned} -\frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} &= -\frac{jK_1 H_0^{(1)} \left(K_1 \sqrt{x_d^2 + z_d^2} \right)}{4 \sqrt{x_d^2 + z_d^2}} [\gamma_n(x_n - x_m) - z_d] \\ &= \sum_{m=0}^M \underbrace{-\frac{jK_1 H_{m+1}^{(1)}(K_1 x_d)}{4 m! x_d} \left(\frac{-K_1}{2x_d} \right)^m}_{a_m(x_d)} z_d^{2m} \underbrace{[\gamma_n(x_n - x_m) - z_d]}_{\gamma_n x_n - z_n - \gamma_n x_m + z_m} \end{aligned} \quad (\text{IV.35})$$

où l'inconnue $u(x) = \psi(\mathbf{r})$.

La décomposition (IV.32) devient alors dans le cas TM

$$\bar{\mathbf{Z}}^{(w)} = \sum_{m=0}^M \bar{\mathbf{Z}}_m^{(w)} = \sum_{m=0}^M \left\{ \sum_{i=0}^{2m} \left[\bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r1)} \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d1)} \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s1)} + \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r2)} \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d2)} \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s2)} + \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r3)} \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d3)} \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s3)} \right] \right\}, \quad (\text{IV.36})$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s1)} \text{ est une matrice } \textit{diagonale} \text{ d'éléments égaux à } C_{2m}^i z_n^{2m-i} (\gamma_n x_n - z_n), \\ \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r1)} \text{ une matrice } \textit{diagonale} \text{ d'éléments égaux à } (-z_m)^i, \\ \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d1)} \text{ une matrice d'éléments égaux à } a_m(x_d) \Delta x, \\ \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s2)} \text{ est une matrice } \textit{diagonale} \text{ d'éléments égaux à } C_{2m}^i z_n^{2m-i} \gamma_n, \\ \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r2)} \text{ une matrice } \textit{diagonale} \text{ d'éléments égaux à } -x_m (-z_m)^i, \\ \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d2)} = \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d1)}, \\ \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s3)} \text{ est une matrice } \textit{diagonale} \text{ d'éléments égaux à } -C_{2m}^i z_n^{2m-i}, \\ \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r3)} = (-z_m)^i z_m, \\ \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d3)} = \bar{\mathbf{Z}}_m^{(d1)}. \end{array} \right. \quad (\text{IV.37})$$

IV.3.3.3 Complexité de la méthode

- *Place mémoire*

L'avantage d'une décomposition de la matrice impédance sous la forme $\bar{\mathbf{Z}} = \bar{\mathbf{Z}}^{(s)} + \sum_{m=0}^M \bar{\mathbf{Z}}_m^{(w)}$ est le peu de place mémoire qu'elle réclame pour un ordre de troncation M suffisamment faible. En effet, la matrice d'interactions fortes $\bar{\mathbf{Z}}^{(s)}$ est une matrice bande de largeur de bande $R_d \ll N$, et qui contient $\mathcal{O}(R_d N)$ coefficients non nuls. Quant aux matrices d'interactions faibles, $\{\bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s)}, \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s1)}, \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s2)}, \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(s3)}\}$ et $\{\bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(d)}, \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(d1)}, \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(d2)}, \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(d3)}\}$ sont des matrices diagonales contenant chacune N coefficients non nuls et $\{\bar{\mathbf{Z}}^{(d)}, \bar{\mathbf{Z}}^{(d1)}, \bar{\mathbf{Z}}^{(d2)}, \bar{\mathbf{Z}}^{(d3)}\}$ sont des matrices de Toeplitz décrites par leur première colonne et leur première ligne, donc à l'aide de $2N - 1$ coefficients.

Dans les cas TE et TM, une décomposition de la forme (IV.32) et (IV.36) ne requiert donc respectivement que $\mathcal{O}(R_d N + 4M_1 N)$ et $\mathcal{O}(R_d N + 10M_1 N)$ ($\bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r1)} = \bar{\mathbf{T}}_{m,i}^{(r3)}$) coefficients au lieu des N^2 coefficients de la matrice pleine $\bar{\mathbf{Z}}$. Dans le cas TE, $M_1 = \sum_{m=0}^M \sum_{i=0}^{2m} = (M+1)^2$ et dans le cas TM, $M_1 = 3 \sum_{m=0}^M \sum_{i=0}^{2m} = 3(M+1)^2$. Si par exemple $N = 3$, alors $M_1 = \{16, 48\}$ et si $N = 6$, alors $M_1 = \{49, 147\}$. Classiquement, pour les simulations $M = 3$. Si l'ordre M du développement limité augmente, alors la largeur de bande R_d diminue. Il y a donc un compromis à trouver entre M et R_d [62].

- *Nombre d'opérations (ou de multiplications)*

A partir du système linéaire à résoudre

$$\left[\bar{\mathbf{Z}}^{(s)} + \sum_{m=0}^M \bar{\mathbf{Z}}_m^{(w)} \right] \mathbf{X} = \mathbf{b} \Rightarrow \bar{\mathbf{Z}}^{(s)} \mathbf{X} = \mathbf{b} - \left[\sum_{m=0}^M \bar{\mathbf{Z}}_m^{(w)} \right] \mathbf{X},$$

le système itératif suivant peut être développé

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Z}}^{(s)} \mathbf{X}^{(0)} &= \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{X}^{(0)} \\ \mathbf{b}^{(0)} &= \mathbf{b} - \left[\sum_{m=0}^M \bar{\mathbf{Z}}_m^{(w)} \right] \mathbf{X}^{(0)} \\ \bar{\mathbf{Z}}^{(s)} \mathbf{X}^{(1)} &= \mathbf{b}^{(0)} \rightarrow \mathbf{X}^{(1)} \\ \mathbf{b}^{(1)} &= \mathbf{b} - \left[\sum_{m=0}^M \bar{\mathbf{Z}}_m^{(w)} \right] \mathbf{X}^{(1)} \\ &\dots \end{aligned}$$

où le résidu est défini par $\mathbf{r}^{(n)} = \mathbf{b}^{(n)} - \mathbf{b}^{(n-1)}$. Le critère d'arrêt de l'algorithme est alors défini par $\frac{\|\mathbf{r}^{(n)}\|}{\|\mathbf{b}\|} < \text{Crit}$. Il faut aussi considérer le temps d'inversion de la matrice bande $\bar{\mathbf{Z}}^{(s)}$. Sa largeur de bande étant R_d , la méthode d'inversion par décomposition LU requiert $\mathcal{O}(R_d^2 N)$ opérations.

Le calcul des interactions faibles nécessite $(\alpha N + N \log N) M_1$ multiplications, avec $\alpha = 2$ dans le cas TE et $\alpha = 6$ dans le cas TM, où M_1 est de l'ordre de $\mathcal{O}(M^3)$ ($M \gg 1$).

Pour N très grand, la complexité de la méthode BMIA/CAG est alors de $\mathcal{O}(N[R_d^2 + \log N]M_1) \approx \mathcal{O}(NR_d^2 M_1)$. Ce nombre d'opérations est très inférieur à celui d'une méthode directe en $\mathcal{O}(N^3)$ si $\frac{R_d^2 M_1}{N^2} \ll 1$. Si par exemple $\{N = 10000, R_d = 100, N = 3\}$, alors ce ratio vaut respectivement $\{1.6 \times 10^{-3}, 4.8 \times 10^{-3}\}$ dans les cas TE et TM, alors que si $N = 6$, alors il vaut respectivement $\{0.5 \times 10^{-2}, 1.5 \times 10^{-2}\}$.

L'algorithme du gradient conjugué peut être également utilisé mais sa convergence est lente. Nicolas Déchamps a développé une méthode plus rapide en utilisant la méthode BICGStab, choisie parmi d'autres [190]. Par rapport à [190], une étape de préconditionnement de type ILU (Incomplete LU decomposition), disponible sous MATLAB, est proposée. Elle permet d'obtenir une factorisation LU approchée de la matrice $\mathbf{Z} \approx \bar{\mathbf{L}}_a \bar{\mathbf{U}}_a$, en donnant une valeur seuil positive de l'ordre de 10^{-1} à 10^{-6} , en dessous de laquelle les coefficients des matrices $\bar{\mathbf{L}}_a$ et $\bar{\mathbf{U}}_a$ sont tronqués, pendant l'algorithme ILU. Lors de l'application de l'algorithme BMIA-BICGSTAB pour un très grand nombre d'inconnues, la matrice impédance est de taille considérable et ne peut être stockée. En revanche la matrice bande $\bar{\mathbf{Z}}^{(s)}$ peut être stockée en mémoire, et c'est à partir de cette matrice que la décomposition ILU est opérée. Comme la matrice $\bar{\mathbf{Z}}^{(s)}$, contient les termes prédominants de la matrice impédance, nous sommes assurés d'avoir un préconditionnement efficace.

IV.3.3.4 Simulations

Dans ce paragraphe, la méthode BMIA/CAG (Banded Matrix Iterative Approach + Canonical Grid) est comparée à la méthode des moments (Mdm) via la dérivée du champ sur la surface $\frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ (conditions au limite de Dirichlet) et via le champ sur la surface $\psi(\mathbf{r})$ (condition aux limites de Neumann).

En haut de la figure IV.8 est comparée la dérivée du champ sur la surface, $\frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n}$, calculée avec la méthode BMIA/CAG avec celle déterminée par la méthode des Moments. Dans la légende,

entre parenthèses figurent l'ordre de l'itération et l'erreur relative en pourcent définie par IV.23. Le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.1\lambda_0$ et la longueur de la surface est $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne dont $\sigma_\gamma = 0.3$ (écart type des pentes) et $\sigma_z = 0.5\lambda_0$ (écart type des hauteurs). Le milieu incident est assimilé au vide et l'angle d'incidence $\theta_i = 30^\circ$. En bas de la figure IV.8, sont représentées les mêmes variations mais dans le cas TM (Neumann). La distance $x_{d0} = 10\sigma_z$ correspondant à une largeur de bande pour la matrice impédance des interactions fortes de 50.

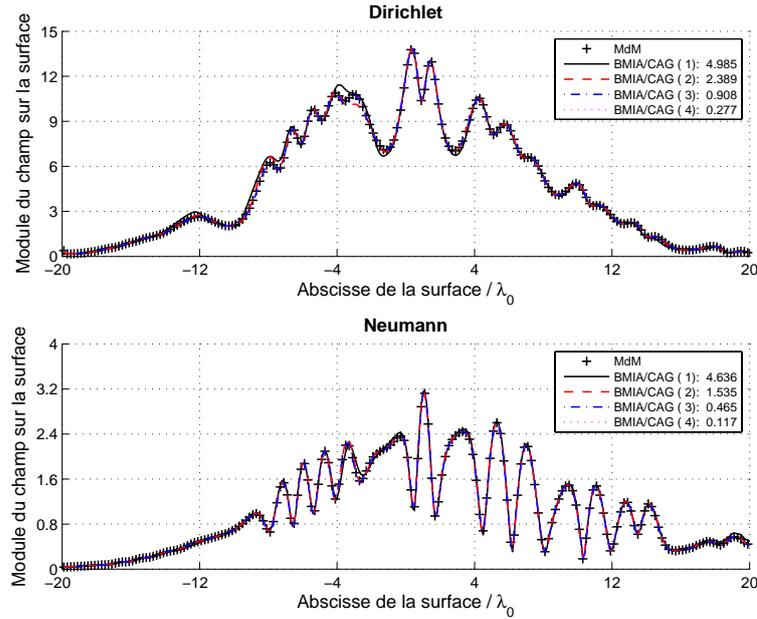


FIG. IV.8 – En haut, comparaison de la dérivée du champ sur la surface, $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$, calculée avec la méthode BMIA/CAG avec celle déterminée par la méthode des Moments. Dans la légende, entre parenthèses figurent l'ordre de l'itération et l'erreur relative en pourcent. $\Delta x = 0.1\lambda_0$ et $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne dont $\sigma_\gamma = 0.3$ et $\sigma_z = 0.5\lambda_0$. De plus, $\theta_i = 30^\circ$. En bas, figurent les mêmes variations mais dans le cas TM (Neumann).

Sur la figure IV.8 on remarque qu'après quatre itérations la méthode BMIA/CAG converge vers la méthode des moments et ceci pour les deux polarisations. Si $x_{d0} = 5\sigma_z$ alors à l'ordre 4, les erreurs passent de $\{0.277, 0.177\}$ ($x_{d0} = 10\sigma_z$) à $\{0.632, 0.350\}$ dans les cas TE et TM respectivement.

Les tableaux IV.3 et IV.4 donnent l'ordre minimum de la méthode BMIA/CAG pour atteindre une précision relative de $\varepsilon_r < 1\%$ sur $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ et $\psi(\mathbf{r})$. Le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.1\lambda_0$ et la longueur de la surface est $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne et $\theta_i = 30^\circ$. On observe que la méthode BMIA/CAG converge rapidement (dans le pire des cas au bout de cinq itérations) pour une vaste gamme de paramètres, tant en polarisation TE que TM. Des simulations similaires ont été effectuées pour un angle d'incidence $\theta_i = 60^\circ$ et ont montré que l'ordre de convergence augmente légèrement (de 1 à 3 unités). Dans les tableaux IV.5 et IV.6, la distance sur laquelle les interactions fortes sont calculées vaut $x_{d0} = 5\sigma_z$. Comparativement aux tableaux IV.3 et IV.4, l'ordre de convergence augmente.

$\sigma_z \backslash \sigma_\gamma$	0.3	0.5	0.7	1
$0.5\lambda_0$	2	2	3	4
$0.7\lambda_0$	2	2	3	4
$1\lambda_0$	2	2	2	3
$1.5\lambda_0$	2	3	3	4
$2\lambda_0$	3	4	4	4

TAB. IV.3 – Surface PC dans le cas TE.

$\sigma_h \backslash \sigma_\gamma$	0.3	0.5	0.7	1
$0.5\lambda_0$	2	2	3	4
$0.7\lambda_0$	1	2	3	4
$1\lambda_0$	1	2	2	3
$1.5\lambda_0$	1	2	3	4
$2\lambda_0$	1	3	4	5

TAB. IV.4 – Surface PC dans le cas TM.

Ordre minimum de la méthode BMIA/CAG pour atteindre une précision relative de $\varepsilon_r < 1\%$ sur $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ (cas TE) et $\psi(\mathbf{r})$ (cas TM). Le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.025\lambda_0$ et la longueur de la surface est $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne et $\theta_i = 30^\circ$. $x_{d0} = 10\sigma_z$.

$\sigma_z \backslash \sigma_\gamma$	0.3	0.5	0.7	1
$0.5\lambda_0$	3	4	5	6
$0.7\lambda_0$	2	5	5	6
$1\lambda_0$	2	5	6	9
$1.5\lambda_0$	2	3	4	5
$2\lambda_0$	3	3	5	6

TAB. IV.5 – Surface PC dans le cas TE.

$\sigma_h \backslash \sigma_\gamma$	0.3	0.5	0.7	1
$0.5\lambda_0$	2	3	4	7
$0.7\lambda_0$	2	5	4	5
$1\lambda_0$	2	5	6	9
$1.5\lambda_0$	1	3	4	6
$2\lambda_0$	1	4	5	6

TAB. IV.6 – Surface PC dans le cas TM.

Mêmes tableaux que IV.3 et IV.4 mais avec $x_{d0} = 5\sigma_z$.

IV.3.3.5 Cas diélectrique

Comme la matrice impédance d'une surface diélectrique s'obtient à partir de celles établies sur une surface parfaitement conductrice en polarisations TE et TM, l'extension de la méthode dans le cas diélectrique ne pose pas de difficultés théoriques. En revanche, sa programmation est plus complexe à mettre en oeuvre. Les étapes essentielles sont résumées sur la figure IV.9.

IV.3.4 Forward-Backward : FB

La méthode Forward-Backward (FB) a été développée par Holliday [51], [52] et [53], qui distingue, en un point de la surface, les contributions des éléments de surface situés à gauche et à droite de ce point. L'essence de la méthode est très semblable à l'approche MOMI, mais le processus itératif pour calculer le champ sur la surface est très différent. A noter que la méthode FB a été adaptée à des surfaces non univoques en utilisant un système de coordonnées curvilignes.

Comme la méthode MOMI, la matrice impédance $\bar{\mathbf{Z}}$ est décomposée comme $\bar{\mathbf{Z}} = \bar{\mathbf{Z}}^f + \bar{\mathbf{Z}}^d + \bar{\mathbf{Z}}^b$, dans laquelle

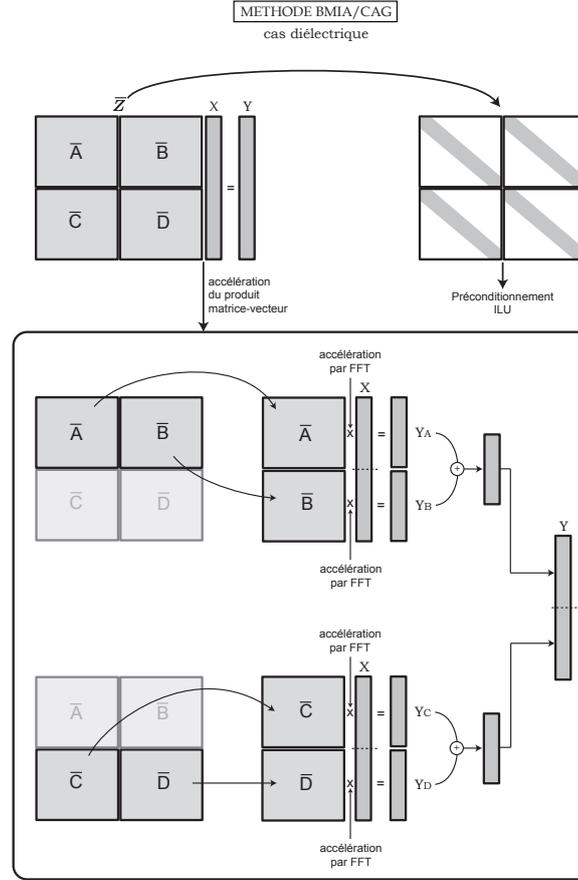


FIG. IV.9 – Mise en oeuvre pour le cas diélectrique de la méthode BMIA/CAG avec préconditionnement par décomposition LU incomplète (ILU). Les étapes d'accélération par FFT désignent le produit du cas parfaitement conducteur.

- $\bar{\mathbf{Z}}^f$ est une matrice *triangulaire inférieure* sensible aux contributions provenant de la gauche (*forward contribution* correspondant à $x_m > x_n$ (figure IV.2) et l'onde incidente émane de la gauche),
- $\bar{\mathbf{Z}}^d$ est une matrice *diagonale*,
- $\bar{\mathbf{Z}}^b$ est une matrice *triangulaire supérieure* sensible aux contributions provenant de la droite (*backward contribution* correspondant à $x_m < x_n$).

De plus, le vecteur inconnu \mathbf{X} défini sur la surface est décomposé comme $\mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f$, où

- \mathbf{X}^f correspond à la contribution du champ diffracté se propageant vers l'avant (*forward contribution* et $x_m > x_n$),
- \mathbf{X}^b correspond à la contribution du champ diffracté se propageant vers l'arrière (*backward contribution* et $x_m < x_n$).

Le système linéaire $(\bar{\mathbf{Z}}^f + \bar{\mathbf{Z}}^d + \bar{\mathbf{Z}}^b)(\mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f) = \mathbf{b}$ peut alors s'écrire [51]

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{Z}}^d \mathbf{X}^f = \mathbf{b} - \bar{\mathbf{Z}}^f (\mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f) \\ \bar{\mathbf{Z}}^d \mathbf{X}^b = -\bar{\mathbf{Z}}^b (\mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f) \end{cases} \quad (\text{IV.38})$$

Ce système d'équations est résolu par substitution itérative des contributions venant de la gauche puis de la droite. Tout d'abord le vecteur \mathbf{X}^b est posé égal à zéro, conduisant d'après la première ligne de l'équation (IV.38) à $\bar{\mathbf{Z}}^d \mathbf{X}^f = \mathbf{b} - \bar{\mathbf{Z}}^f \mathbf{X}^f$, soit (figure IV.10)

$$\begin{bmatrix} Z_{11}^d X_1^f \\ Z_{22}^d X_2^f \\ Z_{33}^d X_3^f \\ \vdots \\ Z_{NN}^d X_N^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ Z_{21}^f X_1^f \\ Z_{31}^f X_1^f + Z_{32}^f X_2^f \\ \vdots \\ \sum_{n=1}^{n=N-1} Z_{N,n}^f X_n^f \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.39})$$

X_n est la composante n du vecteur \mathbf{X} et Z_{mn} l'élément de la matrice $\bar{\mathbf{Z}}$ (parfois Z_{mn} est noté $Z_{m,n}$ pour plus de clarté). Ainsi la *première* ligne conduit à $X_1^f = b_1/Z_{11}^d$, puis d'après la deuxième ligne, $X_2^f = (b_2 - Z_{21}^f X_1^f)/Z_{22}^d$, et ainsi de suite. Le processus récursif débute alors en $n = 1$.

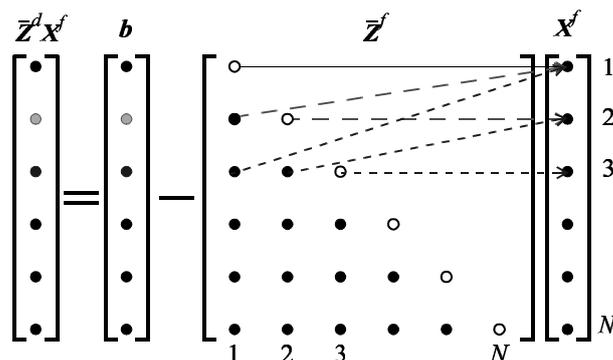


FIG. IV.10 – Illustration du calcul du produit matriciel $\bar{\mathbf{Z}}^d \mathbf{X}^f = \mathbf{b} - \bar{\mathbf{Z}}^f \mathbf{X}^f$ de la méthode Forward-Backward pour la détermination de \mathbf{X}^f . Les points blancs correspondent à la diagonale d'éléments *nuls*.

La contribution backward est alors calculée en utilisant la deuxième ligne de (IV.38) conduisant alors à $\bar{\mathbf{Z}}^d \mathbf{X}^b = -\bar{\mathbf{Z}}^b (\mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f) = -\bar{\mathbf{Z}}^b \mathbf{X}^{bf}$, d'où (figure IV.11)

$$\begin{bmatrix} Z_{11}^d X_1^b \\ \vdots \\ Z_{N-2,N-2}^d X_{N-2}^b \\ Z_{N-1,N-1}^d X_{N-1}^b \\ Z_{NN}^d X_N^b \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \sum_{n=2}^{n=N} Z_{1,n}^b X_n^{bf} \\ \vdots \\ Z_{N-2,N-1}^b X_{N-1}^{bf} + Z_{N-2,N}^b X_N^{bf} \\ Z_{N-1,N}^b X_N^{bf} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.40})$$

Ainsi la *dernière* ligne conduit à $X_N^b = 0 \Rightarrow X_N^b = X_N^f$, puis d'après l'avant dernière ligne, $X_{N-1}^b = X_N^{bf} Z_{N-1,N}^b / Z_{N-1,N-1}^d$, et ainsi de suite. Le processus récursif débute alors en $n = N$.

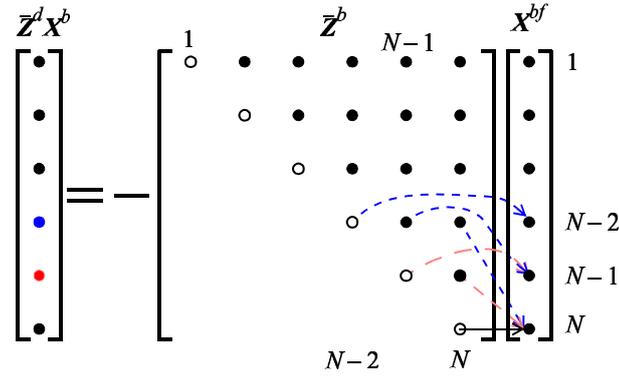


FIG. IV.11 – Illustration du calcul du produit matriciel $\bar{\mathbf{Z}}^d \mathbf{X}^b = -\bar{\mathbf{Z}}^b (\mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f) = -\bar{\mathbf{Z}}^b \mathbf{X}^{bf}$ de la méthode Forward-Backward pour la détermination de \mathbf{X}^b . Les points blancs correspondent à la diagonale d’éléments *nuls*.

En substituant alors \mathbf{X}^b et \mathbf{X}^f d’ordre un dans la première ligne de (IV.38), le système matriciel (IV.39) est obtenu avec la substitution $\mathbf{X}^f \rightarrow \mathbf{X}^f + \mathbf{X}^b$ pour le second vecteur à droite de l’égalité. Ainsi l’ordre \mathbf{X}^f suivant est déterminé. En utilisant (IV.40), on procède alors de la même manière pour \mathbf{X}^b . Le processus itératif s’arrête jusqu’à une précision voulue.

La complexité de la méthode pour chaque itération et pour les calculs de \mathbf{X}^f et \mathbf{X}^b est $2 \sum_{n=1}^{N-1} n = N(N-1)$ soit $\mathcal{O}(N^2)$ pour N grand. De plus, le coût de stockage de la matrice impédance \mathbf{Z} est de $\mathcal{O}(N^2)$. Au détriment du temps de calcul, ce coût peut être réduit en calculant uniquement une ligne de la matrice impédance demandant alors le calcul de la matrice impédance pour chaque itération. Afin de réduire la complexité, la méthode FB est combinée à la méthode NSA (Novel Spectral Acceleration).

D’après l’équation (IV.6), pour un milieu inférieur diélectrique, la matrice impédance s’écrit

$$\bar{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}^A & \bar{\mathbf{Z}}^B \\ \bar{\mathbf{Z}}^C & \bar{\mathbf{Z}}^D \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.41})$$

Ainsi, la première ligne de l’équation (IV.38) est représentée schématiquement sur la figure IV.12 conduisant à un système de deux équations à deux inconnues [53], qui sont $\{X_i^{1f}, X_i^{2f}\}$ ($i \in [2; N]$). $\{\mathbf{X}^{1bf}, \mathbf{X}^{2bf}\}$ sont des vecteurs de longueur N et $\mathbf{X}^{bf} = \mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f = [\mathbf{X}^{1bf} \ \mathbf{X}^{2bf}]$ est un vecteur de longueur $2N$. $\{\bar{\mathbf{Z}}^{d,A}, \bar{\mathbf{Z}}^{d,B}, \bar{\mathbf{Z}}^{d,C}, \bar{\mathbf{Z}}^{d,D}\}$ sont des matrices *diagonales* obtenues à partir des matrices $\{\bar{\mathbf{Z}}^A, \bar{\mathbf{Z}}^B, \bar{\mathbf{Z}}^C, \bar{\mathbf{Z}}^D\}$. $\{\bar{\mathbf{Z}}^{f,A}, \bar{\mathbf{Z}}^{f,B}, \bar{\mathbf{Z}}^{f,C}, \bar{\mathbf{Z}}^{f,D}\}$ sont des matrices *triangulaires inférieures* obtenues à partir des matrices $\{\bar{\mathbf{Z}}^A, \bar{\mathbf{Z}}^B, \bar{\mathbf{Z}}^C, \bar{\mathbf{Z}}^D\}$.

Le schéma itératif pour le calcul de la contribution “backward” est très similaire à celui établi dans le cas “forward” présenté sur la figure IV.12, dans lequel des matrices *triangulaires supérieures*, $\{\bar{\mathbf{Z}}^{b,A}, \bar{\mathbf{Z}}^{b,B}, \bar{\mathbf{Z}}^{b,C}, \bar{\mathbf{Z}}^{b,D}\}$, sont considérées.

IV.3.5 Forward-Backward + Novel Spectral Acceleration : FB-NSA

Afin d’accélérer le produit matrice-vecteur, la procédure NSA (Novel Spectral Acceleration) combinée à la méthode FB a été proposée par Chou, Johnson et Torrungrueng [54], [55], [56], [57] et [58]. Son principe repose sur la décomposition spectrale de la fonction de Green scalaire $H_0^{(1)}$ pour calculer les interactions lointaines entre deux points de la surface. En effet, comme

$$\begin{cases} Z_{ii}^{d,A} X_i^{1f} + Z_{ii}^{d,B} X_i^{2f} = b_i - \sum_{n=1}^{i-1} (Z_{N,n}^{f,A} X_n^{1bf} + Z_{N,n}^{f,B} X_n^{2bf}) \\ Z_{ii}^{d,C} X_i^{1f} + Z_{ii}^{d,D} X_i^{2f} = 0 - \sum_{n=1}^{i-1} (Z_{N,n}^{f,C} X_n^{1bf} + Z_{N,n}^{f,D} X_n^{2bf}) \end{cases} \quad i \in [2; N]$$

FIG. IV.12 – Illustration du calcul du produit matriciel $\bar{\mathbf{Z}}^d \mathbf{X}^f = \mathbf{b}' - \bar{\mathbf{Z}}^f \mathbf{X}^{bf}$ ($\mathbf{b}' = [\mathbf{b} \ \mathbf{0}]$, $\mathbf{X}^{bf} = \mathbf{X}^b + \mathbf{X}^f$ et $\mathbf{X}^{bf} = [\mathbf{X}^{1bf} \ \mathbf{X}^{2bf}]$ qui est un vecteur de longueur $2N$) de la méthode Forward-Backward pour un milieu inférieur diélectrique. Les inconnues sont $\{X_i^{1f}, X_i^{2f}\}$ avec $i \in [2; N]$. Pour le premier ordre, $\mathbf{X}^b = \mathbf{0}$.

la méthode BMIA/CAG, la matrice impédance est décomposée en deux sous matrices, dont l'une correspond aux interactions fortes (éléments de la matrice près de la diagonale) et l'autre aux interactions faibles pour lesquelles la NSA est appliquée. En effet, cette contribution est calculée en décomposant la fonction de Green scalaire en somme d'ondes planes dont les angles de propagation (qui sont complexes) sont définis au voisinage de la direction principale de propagation. De plus, pour obtenir une convergence de la méthode, le contour d'intégration de $H_0^{(1)}$ est déformé en utilisant le chemin de plus grande pente. Pour cette région, les ondes planes sont peu atténuées tandis qu'elles s'atténuent rapidement en dehors de cette région, correspondant physiquement à la zone d'ombre.

IV.3.5.1 Condition aux limites de Dirichlet

• Description de la méthode

D'après (IV.38), la procédure d'itération de l'approche FB nécessite les calculs des produits matrice-vecteur $\{\bar{\mathbf{Z}}^f \mathbf{X}, \bar{\mathbf{Z}}^b \mathbf{X}\}$. En appliquant la condition aux limites de Dirichlet, la matrice impédance est donnée par (IV.8). Par conséquent, les éléments $\{X_n^f, X_n^b\}$ des vecteurs résultants $\{\mathbf{X}^f, \mathbf{X}^b\}$ s'écrivent respectivement

$$\begin{cases} X_n^f = \sum_{m=1}^{n-1} X_m H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) \\ X_n^b = \sum_{m=n+1}^N X_m H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) \end{cases} \quad (\text{IV.42})$$

Pour simplifier, le terme $\frac{j\Delta x \sqrt{1+\gamma_n^2}}{4}$ est sous-entendu. X_n^f donne la contribution des sources situées à droite du point \mathbf{r}_n , tandis que X_n^b correspond à celles localisées à gauche du point \mathbf{r}_n .

Comme dans la méthode BMIA, la fonction de Green est découpée en deux parties, conduisant pour X_n^f à

$$X_n^f = \underbrace{\sum_{m=1}^{n-N_s-1} X_m H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|)}_{\text{Interactions faibles}} + \underbrace{\sum_{m=n-N_s}^{n-1} X_m H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|)}_{\text{Interactions fortes}}, \quad (\text{IV.43})$$

où N_s est la partie entière de $x_{d0}/\Delta x$, dénotant le nombre d'éléments qui interagissent *fortement* avec le n -ième élément. Une expression similaire est obtenue pour X_n^b . Le premier terme de (IV.43) correspond aux interactions *faibles* et le second aux interactions *fortes* calculées avec la méthode FB. La contribution des interactions faibles est alors déterminée en utilisant la décomposition spectrale suivante

$$\begin{aligned} H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) &= \frac{1}{\pi} \int_{C_\phi} e^{jK_1[(x_n-x_m)\cos\phi + (z_n-z_m)\sin\phi]} d\phi \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{C_\phi} e^{jK_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\| \cos(\phi - \phi_s)} d\phi, \end{aligned} \quad (\text{IV.44})$$

où le contour d'intégration $C_\phi = [-\frac{\pi}{2} + j\infty; -\frac{\pi}{2}[\cup[-\frac{\pi}{2}; +\frac{\pi}{2}]\cup] + \frac{\pi}{2}; +\frac{\pi}{2} - j\infty]$ est présenté sur la figure IV.13.

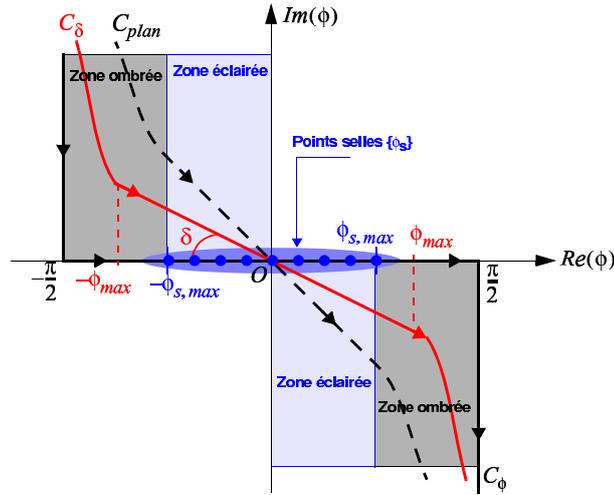


FIG. IV.13 – Contour d'intégration de la fonction de Green scalaire $H_0^{(1)}$ dans le plan complexe ϕ . C_ϕ est le contour d'origine et C_δ le contour déformé. Pour le cas plan, $\delta = \pi/4$.

• Déformation du contour d'intégration

L'approche NSA repose sur la déformation du contour d'intégration C_ϕ en utilisant le chemin C_δ de plus grande pente [54] (“steepest descent path”). Par exemple pour une surface plane, $z_m - z_n = 0$, le chemin correspondant est illustré sur la figure IV.13, pour lequel l'angle $\delta = \pi/4$. La contribution de l'intégrande de (IV.44) est alors significative au voisinage du point selle ϕ_s défini par $\phi_s = \arctan\left(\frac{z_n - z_m}{x_n - x_m}\right) \in \mathbb{R}$ le long du chemin C_δ . Physiquement, l'angle ϕ_s donne la direction du rayon connectant deux points d'abscisses x_m et x_n . En s'écartant du point selle, l'angle devient complexe produisant alors une décroissance exponentielle de l'intégrande. Numériquement, ce chemin est très intéressant car la région pour laquelle l'intégrande contribue est plus petite que celle définie par C_ϕ . De plus, pour cette région l'intégrande oscille peu,

facilitant l'intégration numérique. Le contour déformé C_δ passant par ϕ_s est alors caractérisé par l'angle δ (au voisinage de ϕ_s , le contour étant approximé par un segment de droite de pente $\tan \delta$), $\phi_{s,\max}$ et le pas d'intégration $\Delta\phi$ sur l'intervalle $[-\phi_{s,\max}; \phi_{s,\max}]$ (figure IV.13).

Puisque que $z_n - z_m$ est une variable aléatoire, il existe un ensemble de points selles $\{\phi_s\}$ associés à plusieurs contours $\{C_\phi\}$. On a donc $\phi_s \in [-\phi_{s,\max}; \phi_{s,\max}]$, où $\phi_{s,\max}$ (figure IV.13) est défini par

$$\phi_{s,\max} = \arctan \left[\frac{z_{\max} - z_{\min}}{x_{d0}} \right]. \quad (\text{IV.45})$$

La largeur $[0; \phi_{s,\max}]$ correspond physiquement à la région éclairée ("lit" en anglais, figure IV.14) qui est analogue à la région pour laquelle l'approximation de l'optique géométrique est valide (l'angle ϕ peut être considéré comme réel).

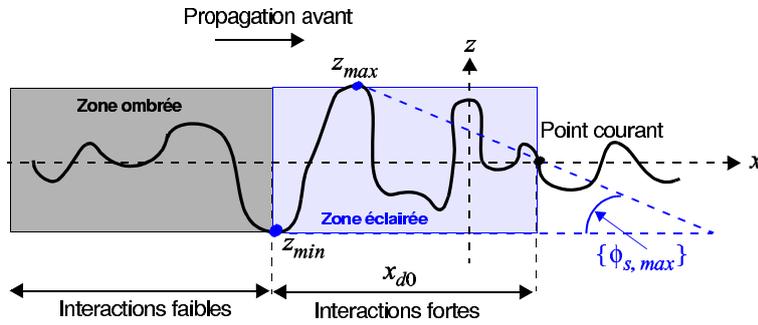


FIG. IV.14 – Interprétation géométrique des zones éclairée et ombrée dans l'approche NSA.

Soit $R = \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|$, $\phi = \phi_R(1 - j \tan \delta)$ (équation du contour déformé dans le repère cartésien ($\Re e(\phi) = \phi_R$, $\Im m(\phi) = -\phi_R \tan \delta$) avec $\delta \geq 0$) et supposons que K_1 soit réel. Pour calculer δ [58], écrivons le module de l'intégrande (IV.44)

$$|F(\phi)| = e^{-K_1 R \sin(\phi_R - \phi_s) \sinh(\phi_R \tan \delta)}. \quad (\text{IV.46})$$

Ce module vaut un lorsque $\phi_R = \{0, \phi_s\}$ et est supérieur à un lorsque $\sin(\phi_R - \phi_s) \sinh(\phi_R \tan \delta) < 0$ se produisant pour $\phi_R \in]0; \phi_s[$. En fait, on peut montrer que la fonction $|F|$ passe par un maximum défini en ϕ_{R0} tel que $\phi_{R0} \in]0; \phi_s[$ et

$$\tan \delta \tan(\phi_s - \phi_{R0}) = \tanh(\phi_{R0} \tan \delta). \quad (\text{IV.47})$$

Cette équation ne peut être résolue que numériquement. Pour un processus centré, la valeur moyenne $\langle z_n - z_m \rangle = 0$ et $\langle (z_n - z_m)^2 \rangle = 2[\sigma_z^2 - W_0(x)]$, où σ_z est l'écart type des hauteurs et W_0 la fonction d'autocorrélation des hauteurs. De plus, la longueur horizontale x_{d0} séparant $z_{n,\max}$ et $z_{m,\min}$ est supérieure ou de l'ordre de la longueur de corrélation des hauteurs L_c , pour laquelle $W_0 \approx 0$. Par conséquent, $\tan \phi_{s,\max}$ ($\phi_s = \phi_{s,\max}$ pour un ensemble de points) défini par (IV.45) est de l'ordre de $\sqrt{2}\sigma_z/(\alpha L_c) \propto \sigma_\gamma/\alpha$ ($x_{d0} = \alpha L_c$ avec $\alpha > 1$), où σ_γ est l'écart type des pentes de la surface. Par conséquent, $\phi_{s,\max}$ est petit devant un pour des écarts type des pentes modérés $\sigma_\gamma \in [0; 0.3]$. A noter que si σ_γ augmente, alors α doit être augmenté (ce qui revient à augmenter x_{d0}) afin que $\phi_{s,\max}$ reste petit devant un.

Puisque $\phi_{R0} \in]0; \phi_s[$ et $\phi_s = \phi_{s,\max} \ll 1$, nous pouvons alors écrire au voisinage de zéro que $\tan(\phi_s - \phi_{R0}) = \phi_s - \phi_{R0} + \mathcal{O}([\phi_s - \phi_{R0}]^2)$ et $\tanh(\phi_{R0} \tan \delta) = \phi_{R0} \tan \delta + \mathcal{O}(\phi_{R0}^3)$. A noter que $0 \leq \delta \leq \pi/4$ (cas plan) donc $0 \leq \tan \delta \leq 1$. Par conséquent $\phi_{R0} = \phi_s/2 = \phi_{s,\max}/2$. Pour

calculer $\delta_0 = \delta$, on impose alors que $|F(\phi_{R0})| = e^{-a_{\text{seuil}}}$. D'après (IV.46), ceci conduit alors à $a_{\text{seuil}} = K_1 R_{d0} \sin(\frac{\phi_s}{2}) \sinh\left(\frac{\phi_s}{2} \tan \delta_0\right) \approx K_1 R_{d0} \tan \delta_0 \left(\frac{\phi_s}{2}\right)^2$, soit

$$\tan \delta_0 = \min\left(\frac{4a_{\text{seuil}}}{K_1 R_{d0} \phi_{s,\text{max}}^2}; 1\right) \quad \text{avec} \quad R_{d0} = \sqrt{x_{d0}^2 + (z_{\text{max}} - z_{\text{min}})^2}. \quad (\text{IV.48})$$

La phase définie par

$$\Psi = \Im m(jK_1 R \cos[\phi - \phi_s]) = K_1 R \cos(\phi_R - \phi_s) \cosh(\phi_R \tan \delta_0), \quad (\text{IV.49})$$

s'écrit alors pour $R = R_{d0}$, $\phi_R = \phi_{R0} = \phi_{s,\text{max}}/2$ et $\delta = \delta_0$

$$\Psi_0 = K_1 R_{d0} \left(1 + \frac{\phi_{s,\text{max}}^2}{8}\right) + \frac{2a_{\text{seuil}}^2}{K_1 R_{d0} \phi_{s,\text{max}}^2} \approx K_1 R_{d0} + \frac{1}{2} a_{\text{seuil}} \tan \delta_0. \quad (\text{IV.50})$$

Il y a donc un compromis à faire sur le choix de a_{seuil} . En effet, si $a_{\text{seuil}} \gg 1$ le module de l'intégrande $|F(\phi_{R0})|$ est fortement atténué, par contre la phase Ψ_0 croît, provoquant alors une forte oscillation de l'intégrande, ce qui est gênant pour l'intégration numérique. Typiquement, $a_{\text{seuil}} = 5$.

Le domaine d'intégration $\phi \in [-\phi_{\text{max}}; +\phi_{\text{max}}]$ (figure IV.13) nécessite le calcul de ϕ_{max} vérifiant $\phi_{s,\text{max}} < \phi_{\text{max}} \leq \pi/2$. Cet angle est déterminé analytiquement en considérant le module de $|F(\phi)|$ le long du contour C_{δ_0} et en prenant comme référence non plus ϕ_R mais $\phi_{s,\text{max}}$ dans l'expression (IV.46). Ainsi, en suivant exactement le même raisonnement que dans le cas du calcul de δ_0 et en faisant l'approximation que $\phi_{\text{max}} - \phi_{s,\text{max}}$ soit petit, on montre alors que

$$\phi_{\text{max}} = \min\left(\frac{\phi_{s,\text{max}}}{2} + \sqrt{\frac{\phi_{s,\text{max}}^2}{4} + \frac{b_{\text{seuil}}}{K_1 R_{d0} \tan \delta_0}}; \frac{\pi}{2}\right). \quad (\text{IV.51})$$

On prendra pour les simulations $b_{\text{seuil}} = 6$.

• **Simulations pour $a_{\text{seuil}} = 5$ et $b_{\text{seuil}} = 6$**

La figure IV.15 représente le module de F en fonction de l'angle ϕ_R en degrés pour différentes valeurs de $\{x_{d0}/\lambda_0, \Delta z = \max(z_{\text{max}} - z_{\text{min}})\}$ indiquées en titre de chaque sous figure. De plus, les valeurs numériques de $\{\delta_0, \phi_{s,\text{max}}\}$ sont données. On observe que la valeur de $\phi_{R0} = \phi_{s,\text{max}}/2$ (première ligne verticale partant de la gauche) pour laquelle le module est maximum est bien estimée. Comme $\phi_{s,\text{max}}$ donnée par (IV.45), ϕ_{R0} est une fonction croissante de Δz mais décroissante de x_{d0} . De plus, la figure IV.15 montre que $|F(\phi_{\text{max}})|$ est très proche de zéro permettant de prendre en compte l'ensemble des ondes planes contribuant au rayonnement entre deux points de la surface.

En échantillonnant l'intégrale (IV.44) le long du chemin C_{δ_0} donné par $\phi = \phi_R(1 - j \tan \delta_0) = \phi_R \frac{e^{-j\delta_0}}{\cos \delta_0}$, on a

$$H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) \approx \frac{e^{-j\delta_0}}{\pi \cos \delta_0} \sum_{p=-Q}^{p=+Q} |F(\phi_{R,p})| e^{j\Psi(\phi_{R,p})} \Delta\phi_R. \quad (\text{IV.52})$$

$P = 2Q + 1$ correspond au nombre d'échantillons, $\Delta\phi_R = 2\phi_{\text{max}}/(2Q)$ le pas d'échantillonnage. Le choix de P est conditionné par la variation de la phase Ψ présentée sur la

figure IV.16 en degrés en fonction de l'angle ϕ_R en degrés avec les mêmes paramètres que sur la figure IV.15.

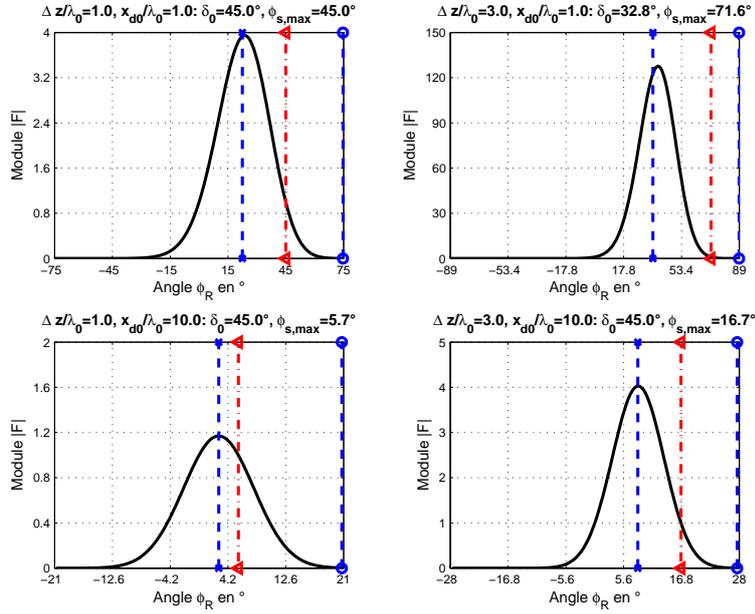


FIG. IV.15 – Module de F en fonction de l'angle ϕ_R en degrés pour différentes valeurs de $\{x_{d0}/\lambda_0, \Delta z = \max(z_{\max} - z_{\min})\}$ indiquées en titre de chaque sous figure. De plus, les valeurs numériques de $\{\delta_0, \phi_{s,max}\}$ sont données. En partant de la gauche, les lignes verticales indiquent respectivement les valeurs respectives de $\{\phi_{R0}, \phi_{s,max} = 2\phi_{R0}, \phi_{\max}\}$.

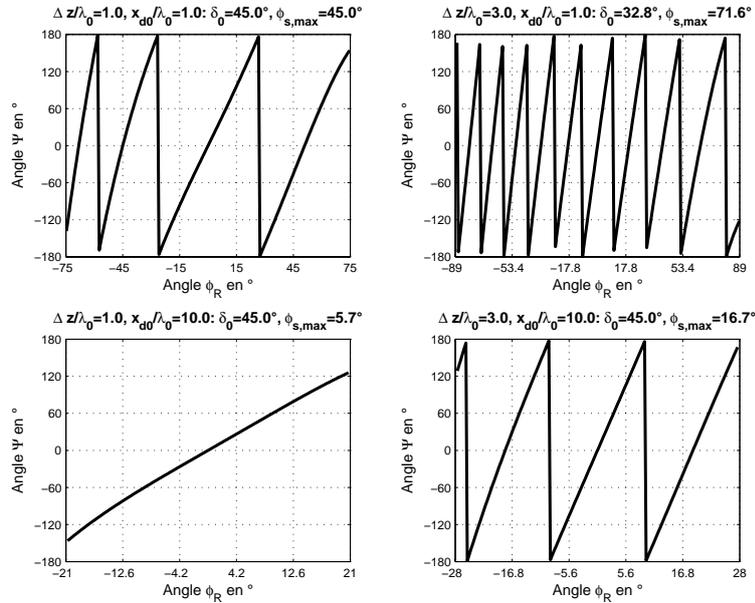


FIG. IV.16 – Phase Ψ de F en degrés en fonction de l'angle ϕ_R en degrés avec les mêmes paramètres que sur la figure IV.15.

On observe que la variation de la phase est une fonction croissante de Δz et décroissante

de x_{d0} . Compte tenu que le nombre de saut de phase est relativement faible, la valeur de P n'a pas besoin d'être élevée puisque l'intégrande $|F|$ ne possède qu'un extremum sur l'intervalle $[-\phi_{\max}; +\phi_{\max}]$. Le contour C_{δ_0} est donc très intéressant pour l'intégration numérique sur ϕ_R . Ceci fait tout l'intérêt de la méthode. Par la suite $Q = 16$.

Afin de tester l'approximation donnée par (IV.52), les figures IV.17 et IV.18 comparent respectivement le module et la phase de $H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|)$ (dénnoté dans la légende par "Ana") avec sa représentation intégrale (dénnotée dans la légende par "Num") en fonction de la distance x_d/λ_0 . La valeur $\Delta z/\lambda_0$ est donnée en titre de chaque sous figure.

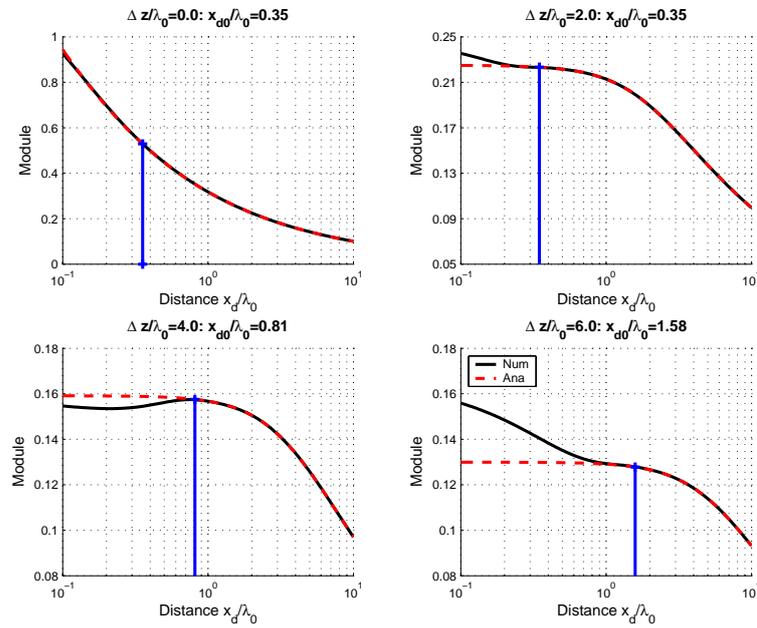


FIG. IV.17 – Comparaison du module de $H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|)$ (dénnoté dans la légende par "Ana") avec sa représentation intégrale (dénnotée dans la légende par "Num") en fonction de la distance x_d/λ_0 avec $Q = 16$.

On observe que la fonction de Hankel tend rapidement vers sa représentation intégrale le long du chemin C_{δ_0} . Sur la figure IV.17, la ligne verticale indique la position de la valeur de $x_d = x_{d0}$, donnée en titre de chaque sous figures, définie pour une erreur relative sur le module restant inférieure à 10^{-3} . On note alors que x_{d0} est une fonction croissante de Δz , donc de la rugosité pour une surface rugueuse, puisque que Δz est de l'ordre de $4\sigma_z$ à $6\sigma_z$.

En conclusion, la fonction de Hankel peut être approximée comme une superposition d'ondes planes au nombre de $2P + 1 = 33$ le long du chemin C_{δ_0} , dont les paramètres sont donnés par les équations (IV.45), (IV.48) et (IV.51).

• Conséquence sur le produit matrice vecteur

En reportant (IV.44) dans (IV.43) et en utilisant la décomposition (IV.52), les interactions faibles s'écrivent comme

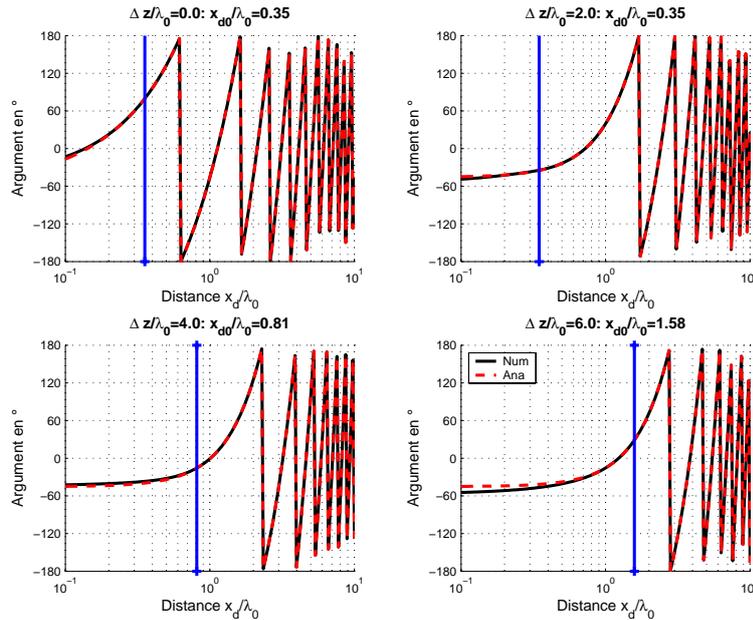


FIG. IV.18 – Comparaison de la phase de $H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|)$ en degrés (dénnoté dans la légende par “Ana”) avec sa représentation intégrale (dénnotée dans la légende par “Num”) en fonction de la distance x_d/λ_0 avec $Q = 16$.

$$\begin{aligned}
 X_n^f &= \frac{1}{\pi} \int_{C_{\delta_0}} \sum_{m=1}^{n-N_s-1} X_m e^{jK_1[(x_n-x_m) \cos \phi + (z_n-z_m) \sin \phi]} d\phi \\
 &\approx \frac{e^{-j\delta_0}}{\pi \cos \delta_0} \sum_{p=-Q}^{p=+Q} W_n(\phi_p) e^{jK_1 z_n \sin \phi_p} \Delta\phi_R
 \end{aligned} \tag{IV.53}$$

avec $d\phi = \Delta\phi_R \frac{e^{-j\delta_0}}{\cos \delta_0}$ et

$$\begin{aligned}
 W_n(\phi) &= \sum_{m=1}^{n-N_s-1} X_m e^{jK_1[(x_n-x_m) \cos \phi - z_m \sin \phi]} \\
 &= \sum_{m=1}^{n-N_s-2} X_m e^{jK_1[(x_n-x_m) \cos \phi - z_m \sin \phi]} \quad \text{avec } x_n = x_{n-1} + \Delta x \\
 &+ X_{n-N_s-1} e^{jK_1[(x_n-x_{n-N_s-1}) \cos \phi - z_{n-N_s-1} \sin \phi]} \quad \text{avec } x_n - x_{n-N_s-1} = (N_s + 1)\Delta x \\
 &= W_{n-1}(\phi) e^{jK_1 \Delta x \cos \phi} + X_{n-N_s-1} e^{jK_1(N_s+1) \cos \phi \Delta x} e^{-jK_1 z_{n-N_s-1} \sin \phi}.
 \end{aligned} \tag{IV.54}$$

Ainsi, le produit matrice vecteur s’exprime comme une somme uniquement sur Q car il existe une relation de récurrence entre W_n et W_{n-1} . A noter que X_n^f doit être multiplié par $\frac{j\Delta x \sqrt{1+\gamma_n^2}}{4}$ (terme devant $H_0^{(1)}$ dans (IV.8)).

- *Complexité de la méthode*

Pour chaque itération de la méthode FB, le calcul des interactions fortes requiert NN_s opérations. Les interactions faibles demandent quant à elles, $3(2Q+1)(N-N_s)$ pour l'équation (IV.54) et $2(2Q+1)(N-N_s)$ pour l'équation (IV.53). Le nombre de multiplications est donc $5(2Q+1)(N-N_s) + NN_s$. Pour N grand, la complexité de la FB-NSA est de $\mathcal{O}(N)$ au lieu de $\mathcal{O}(N^2)$ pour la FB.

IV.3.5.2 Condition aux limites de Neumann

D'après (IV.3), pour la condition aux limites de Neumann, nous devons calculer $-\frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n}$. Sachant que $g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{j}{4} H_0^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|)$ et d'après (IV.44), $-\frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n} = -\left(-\gamma_n \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial g_1}{\partial z_n} \hat{\mathbf{z}}\right) / \sqrt{1 + \gamma_n^2}$ en $\{x = x_n, z = z(x_n) = z_n\}$ peut s'exprimer comme

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial x_n} = \frac{jK_1}{4} H_1^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) \frac{x_n - x_m}{\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|} \\ \quad = \frac{K_1}{4\pi} \int_{C_\phi} e^{jK_1[(x_n - x_m) \cos \phi + (z_n - z_m) \sin \phi]} \cos \phi d\phi \\ -\frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial z_n} = \frac{jK_1}{4} H_1^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) \frac{z_n - z_m}{\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|} \\ \quad = \frac{K_1}{4\pi} \int_{C_\phi} e^{jK_1[(x_n - x_m) \cos \phi + (z_n - z_m) \sin \phi]} \sin \phi d\phi \end{array} \right. \quad (\text{IV.55})$$

Il faut donc vérifier simultanément les égalités suivantes

$$H_1^{(1)}(K_1 \|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|) = \frac{\|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m\|}{j\pi} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x_n - x_m} \int_{C_\phi} e^{jK_1[(x_n - x_m) \cos \phi + (z_n - z_m) \sin \phi]} \cos \phi d\phi \\ \frac{1}{z_n - z_m} \int_{C_\phi} e^{jK_1[(x_n - x_m) \cos \phi + (z_n - z_m) \sin \phi]} \sin \phi d\phi \end{array} \right. \quad (\text{IV.56})$$

Pour chaque intégrale, on pourrait calculer comme dans le cas TE PC, les paramètres $\{\phi_{\max}, \phi_{s,\max}, \delta_0\}$ définissant le chemin déformé C_{δ_0} . Cette étude n'est pas présentée dans la littérature comme d'ailleurs la vérification des égalités citées ci-dessus. Dans un premier temps, nous allons appliquer les mêmes équations que dans le cas TE PC, avec $\{a_{\text{seuil}} = 5, b_{\text{seuil}} = 6, Q = 16\}$.

Les figures IV.19 et IV.20 comparent le membre de gauche (dénnoté dans la légende par "Ana") avec les deux membres de droite de l'équation (IV.56) (dénnotés dans la légende par "Num cos" et "Num sin") en module et en phase en fonction de la distance x_d/λ_0 . Comme sur les figures IV.17 et IV.18, sont indiqués le rapport $\Delta z/\lambda_0$ et la valeur x_{d0}/λ_0 respectivement en "cos" (intégrande qui fait apparaître le terme $\cos \phi$) et en "sin" (intégrande qui fait apparaître le terme $\sin \phi$) pour laquelle l'erreur relative sur le module reste inférieure à 10^{-3} . On observe que le ratio x_{d0}/λ_0 est légèrement supérieur à celui obtenu dans le cas TE PC. De plus, pour le terme $\sin \phi$ et pour une faible valeur de Δz , il n'existe pas de valeur x_{d0} sur l'intervalle $x_d \in [0.1; 10]\lambda_0$. Elle existe si le critère est de 7×10^{-3} et vaut $x_d/\lambda_0 = 0.28$. En fait, pour de faible valeur de Δz , il faudrait refaire l'étude menée dans le cas TE PC en introduisant le terme $\sin \phi$ dans le calcul du module.

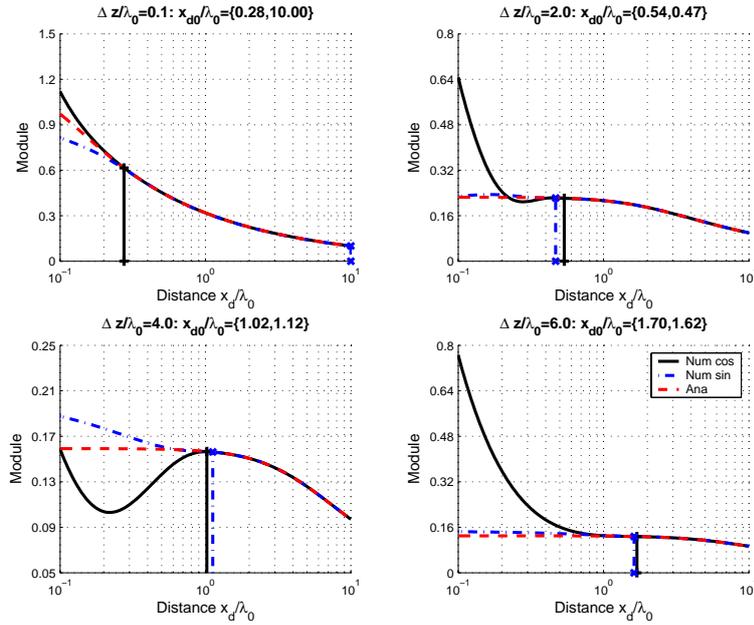


FIG. IV.19 – Comparaison du membre de gauche (dénoté dans la légende par “Ana”) avec les deux membres de droite de l’équation (IV.56) (dénotés dans la légende par “Num cos” et “Num sin”) en module en fonction de la distance x_d/λ_0 avec $Q = 16$.

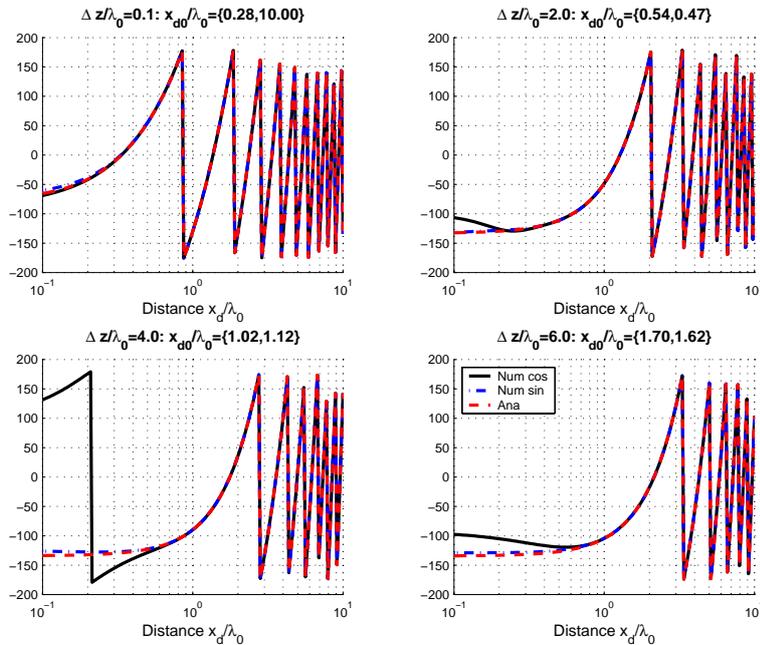


FIG. IV.20 – Comparaison du membre de gauche (dénoté dans la légende par “Ana”) avec les deux membres de droite de l’équation (IV.56) (dénotés dans la légende par “Num cos” et “Num sin”) en phase en fonction de la distance x_d/λ_0 avec $Q = 16$.

En appliquant le même raisonnement que dans le cas TE PC, l'équation (IV.53) devient

$$\begin{aligned} X_n^f &= \frac{K_1 \Delta x}{4\pi} \int_{C_{\delta_0}} \sum_{m=1}^{n-N_s-1} (\gamma_m \cos \phi - \sin \phi) X_m e^{jK_1[(x_n-x_m) \cos \phi + (z_n-z_m) \sin \phi]} d\phi \\ &\approx \frac{K_1 \Delta x}{4} \frac{e^{-j\delta_0}}{\pi \cos \delta_0} \sum_{p=-Q}^{p=+Q} W_n(\phi_p) e^{jK_1 z_n \sin \phi_p} \Delta \phi_R. \end{aligned} \quad (\text{IV.57})$$

avec

$$\begin{aligned} W_n(\phi) &= W_{n-1}(\phi) e^{jK_1 \Delta x \cos \phi} \\ &+ X_{n-N_s-1} e^{jK_1(N_s+1) \cos \phi \Delta x} e^{-jK_1 z_{n-N_s-1} \sin \phi} (\gamma_{n-N_s-1} \cos \phi - \sin \phi). \end{aligned} \quad (\text{IV.58})$$

Comme dans le cas TE PC, la complexité de la méthode est donc de $\mathcal{O}(N)$ pour N grand.

IV.3.5.3 Simulations

Dans ce paragraphe, les méthodes Forward-Backward (FB) et Forward-Backward Novel-Spectral-Acceleration (FB-NSA) sont comparées à la méthode des moments (MmM) via la dérivée du champ sur la surface $\frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ (condition aux limites de Dirichlet) et via le champ sur la surface $\psi(\mathbf{r})$ (condition aux limites de Neumann). Dans l'approche FB-NSA, les contributions faibles sont calculées à l'aide de (IV.45), (IV.48) et (IV.51) pour la détermination du chemin C_{δ_0} , pour lequel $a_{\text{seuil}} = 5$, $b_{\text{seuil}} = 6$ et $Q = 16$ (soit 33 échantillons pour l'intégration selon le chemin C_{δ_0}). De plus, nous avons montré que la distance horizontale x_{d0} au-dessus de laquelle les interactions sont considérées comme faibles était de l'ordre de L_c (longueur de corrélation des hauteurs de la surface). Par la suite, elle est fixée à $x_{d0} = 2L_c$.

Il est très important de noter que pour la contribution Backward, dans les équations (IV.53), (IV.54) et (IV.57), l'angle ϕ dans tous les termes de phase (fonctions exponentielles) doit être remplacé par $-\phi$ qui est similaire à substituer $\cos \phi \rightarrow +\cos \phi$ et $\sin \phi \rightarrow -\sin \phi$.

La figure IV.21 compare la dérivée du champ sur la surface, $\frac{\partial \psi(\mathbf{r})}{\partial n}$, calculée avec les méthodes FB (haut) et FB-NSA (bas) avec celle déterminée par la méthode des Moments. Dans la légende, entre parenthèses figurent l'ordre de l'itération et l'erreur relative en pourcent. Elle est donnée par l'équation (IV.23). Le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.1\lambda_0$ et la longueur de la surface est $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne dont $\sigma_\gamma = 0.3$ (écart type des pentes) et $\sigma_z = 0.5\lambda_0$ (écart type des hauteurs). Le milieu incident est assimilé au vide et l'angle d'incidence $\theta_i = 30^\circ$. La figure IV.22 représente les mêmes variations que sur la figure IV.21 mais dans le cas TM.

Sur les figures IV.21 et IV.22 on observe que la méthode FB converge plus rapidement en polarisation TM. En effet, elle converge au bout d'une itération ($\varepsilon_r = 0.426\%$), tandis que dans le cas TE, au bout de cinq itérations $\varepsilon_r = 0.805\%$. De plus, via ε_r , on note que les résultats issus des approches FB et FB-NSA sont identiques, prouvant ainsi que la contribution des interactions faibles dans le cas FB-NSA est évaluée correctement. En d'autres termes, les paramètres utilisés dans le calcul du chemin C_{δ_0} sont bien calculés. Avec $x_{d0} = 2L_c$, la largeur de bande des interactions fortes vaut $N_s = 52$.

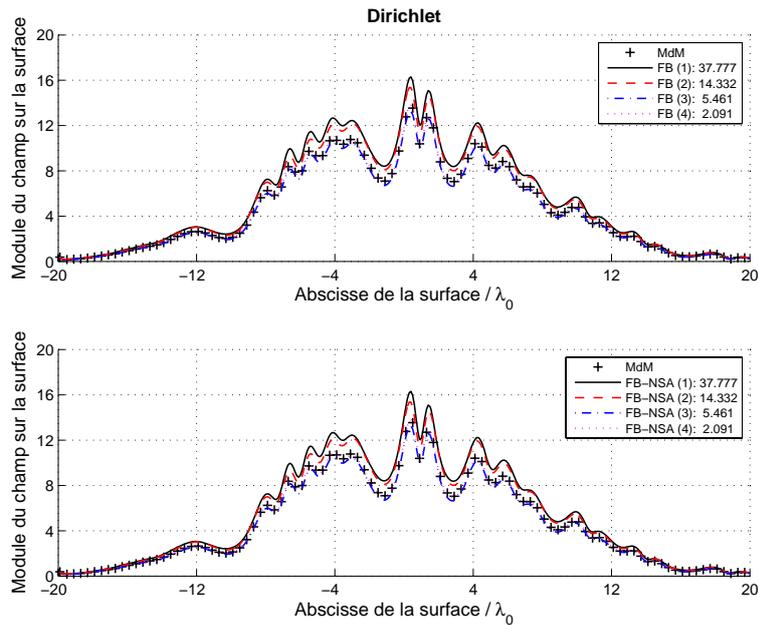


FIG. IV.21 – Comparaison de la dérivée du champ sur la surface, $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$, calculée avec les méthodes FB (haut) et FB-NSA (bas) avec celle déterminée par la méthode des Moments. Dans la légende, entre parenthèses figurent l'ordre de l'itération et l'erreur relative en pourcent. $\Delta x = 0.1\lambda_0$ et $L = 40\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne dont $\sigma_\gamma = 0.3$ et $\sigma_z = 0.5\lambda_0$. De plus, $\theta_i = 30^\circ$.

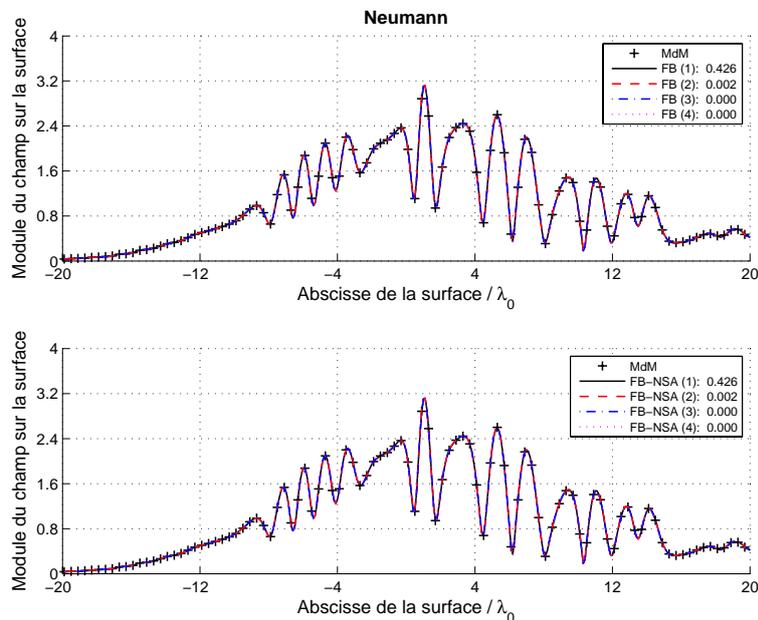


FIG. IV.22 – Mêmes variations que sur la figure IV.21 mais dans le cas TM.

Les tableaux IV.7 et IV.8 donnent respectivement l'ordre minimum des méthodes FB et FB-NSA pour atteindre une précision relative de $\varepsilon_r < 1\%$ sur $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ et $\psi(\mathbf{r})$. Le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.1\lambda_0$ et la longueur de la surface est $L = 80\lambda_0$. La surface obéit à un processus

gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne et $\theta_i = 30^\circ$.

$\sigma_z \backslash \sigma_\gamma$	0.3	0.5	0.7	1
$0.5\lambda_0$	5, 5	5, 5	6, 6	6, 6
$0.7\lambda_0$	5, 5	5, 5	6, 6	6, 6
$1\lambda_0$	5, 5	5, 5	5, 5	7, 7
$1.5\lambda_0$	5, 5	5, 5	6, 6	6, 6
$2\lambda_0$	5, 5	5, 5	5, 5	6, 6

TAB. IV.7 – Surface PC dans le cas TE.

$\sigma_h \backslash \sigma_p$	0.3	0.5	0.7	1
$0.5\lambda_0$	1, 1	2, 2	2, 2	3, 3
$0.7\lambda_0$	1, 1	2, 2	2, 2	3, 3
$1\lambda_0$	1, 1	1, 1	2, 2	2, 2
$1.5\lambda_0$	1, 1	1, 1	2, 2	2, 2
$2\lambda_0$	1, 1	1, 1	1, 1	2, 2

TAB. IV.8 – Surface PC dans le cas TM.

Ordre minimum des méthodes FB et FB-NSA pour atteindre une précision relative de $\varepsilon_r < 1\%$ sur $\frac{\partial\psi(\mathbf{r})}{\partial n}$ (cas TE) et $\psi(\mathbf{r})$ (cas TM). Le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.1\lambda_0$ et la longueur de la surface est $L = 80\lambda_0$. La surface obéit à un processus gaussien centré de corrélation des hauteurs supposée gaussienne et $\theta_i = 30^\circ$. $x_{d0} = 2L_c$.

On observe que les ordres issus des méthodes FB et FB-NSA sont égaux, confirmant que la contribution des interactions faibles dans le cas FB-NSA est évaluée correctement. De plus, l'ordre dans le cas TM est toujours inférieur à celui obtenu dans le cas TE, ce qui montre que l'approche FB converge plus vite dans le cas TM. En TM, une augmentation de l'ordre est observée lorsque l'écart type des pentes croît, tandis que si l'écart type des hauteurs augmente, l'ordre décroît légèrement.

Des simulations similaires ont été effectuées pour un angle d'incidence $\theta_i = 60^\circ$ et ont montré que l'ordre augmentait en moyenne d'une unité.

IV.3.5.4 Cas diélectrique

Pour un milieu inférieur diélectrique, la méthode FB a été présentée dans le paragraphe IV.3.4. Elle est obtenue en combinant les équations établies à partir des conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann. Par conséquent, l'extension de l'approche FB-NSA au cas diélectrique ne pose pas de problème théorique particulier. En revanche, sa programmation en demeure plus difficile. Iodice [53] dans son article étend la méthode FB au cas diélectrique mais ne présente pas la FB-NSA. Ce n'est que très récemment, qu'elle a été publiée par Moss [74] en considérant le cas plus général d'une couche homogène rugueuse diélectrique.

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode des moments (MmM) a été appliquée pour calculer de façon exacte le champ et sa dérivée normale sur une surface 1D rugueuse, obéissant à un processus gaussien et de corrélation des hauteurs gaussienne. Des simulations ont été présentées en considérant les conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann. En utilisant une inversion matricielle par décomposition LU, la complexité de la MmM est alors de $\mathcal{O}(N^3)$, où N est le nombre d'inconnues sur la surface. L'objectif étant de traiter sur un PC standard de bureau des problèmes composés d'un grand nombre d'inconnues, trois méthodes récentes, obtenues à partir de la MmM ont été étudiées :

- Method of Ordered Multiple Interactions : MOMI.
- Banded Matrix Iterative Approach + CAnonical Grid : BMIA/CAG.
- Forward-Backward : FB. Puis sa version accélérée Forward-Backward + Novel Spectral Acceleration : FB-NSA.

Ces méthodes, dites *rapides*, permettent de réduire significativement la complexité de la MdM, conduisant à :

- MOMI : $\mathcal{O}(N^2)$.
- BMIA/CAG : $\mathcal{O}(N \log N)$.
- FB : $\mathcal{O}(N^2)$. FB-NSA : $\mathcal{O}(N)$.

Le principe fondamental des méthodes MOMI et FB est le même : en orientant la surface de gauche à droite, en référence à l'onde incidente, on suppose d'abord que le champ créé en un point de la surface ne provient que de la gauche puis il est corrigé en prenant en compte le champ provenant de la droite. En revanche, le processus itératif pour calculer les inconnues sur la surface est très différent selon la méthode.

- La convergence de la méthode MOMI est d'autant plus rapide que la surface est peu irrégulière (écart type des pentes faible devant l'unité). En effet, l'ordre n de la méthode donne la contribution des n doubles réflexions qui peuvent se produire sur la surface. Ainsi pour des écarts type des pentes σ_γ inférieurs à l'unité, elle converge au bout de deux itérations, ce qui en fait une méthode très intéressante pour un nombre d'inconnues inférieur à 10000 [48] et pour sa simplicité de programmation. Son inconvénient principal et son extension à une interface diélectrique. Sa mise en oeuvre est alors beaucoup plus difficile. Il faut optimiser au préalable des paramètres et préconditionner la matrice impédance [48].

- Pour $\sigma_\gamma \in [0.3; 1]$ et $\sigma_z \in [0.5; 2]\lambda_0$, la méthode FB converge au bout de trois itérations, alors qu'en TM elle converge au bout de six itérations. Elle est facile à programmer et son extension à une surface diélectrique ne pose pas de problème particulier. Comparativement à la MOMI, elle est donc plus intéressante.

- Afin d'accélérer le produit matrice-vecteur, la procédure NSA (Novel Spectral Acceleration) combinée à la méthode FB a été proposée. Son principe repose sur la décomposition spectrale de la fonction de Green scalaire pour calculer les interactions lointaines entre deux points de la surface. En effet, comme la méthode BMIA/CAG, la matrice impédance est décomposée en deux sous matrices, dont l'une correspond aux interactions fortes (éléments de la matrice près de la diagonale) et l'autre aux interactions faibles pour lesquelles la NSA est appliquée. En effet, cette contribution est calculée en décomposant la fonction de Green scalaire en somme d'ondes planes. De plus, le contour d'intégration de la fonction de Green est déformé en utilisant le chemin de plus grande pente. Il est alors défini à partir de paramètres dépendant de la forme de la surface. Ils sont transparents pour un utilisateur lambda. De plus, en étudiant en détail cette décomposition, nous avons montré à l'aide des travaux de Torrungrueng [58] que la distance des interactions faibles ($x_d = |x_n - x_m| \geq x_{d0}$) devait être prise supérieure à $x_{d0} = 2L_c$ et ceci pour $\sigma_\gamma \in [0.3; 1]$ et $\sigma_z \in [0.5; 2]\lambda_0$. Les résultats numériques ont montré que la méthode FB-NSA convergait vers la méthode FB. Cela en fait une méthode très puissante car elle est de complexité $\mathcal{O}(N)$. De plus, elle est relativement simple à programmer et elle existe pour une surface diélectrique. Elle a donc été programmée pour une surface très conductrice en utilisant l'approximation IBC afin de calculer le champ diffusé par une surface de mer dans les domaines des microondes.

- Dans la méthode BMIA originelle, comme l'approche FB-NSA, la matrice impédance est décomposée en une matrice bande qui représente les interactions fortes et une matrice restante

qui prend en compte les interactions faibles ; cette partition dépend du paramètre x_{d0} qui définit la limite entre les points situés en champ proche et champ lointain, par rapport à un point d'observation donné. De plus, dans la méthode BMIA/CAG (CANonical Grid), la matrice d'interactions faibles est décomposée en une somme de Taylor ; ce développement étant effectué par rapport à la surface parfaitement plane située à la hauteur moyenne de la surface rugueuse étudiée. Le point fort de cette méthode est que le produit entre la matrice d'interactions faibles et un vecteur peut se faire à l'aide d'une transformée de Fourier rapide.

En revanche la méthode BMIA/CAG dépend de nombreux paramètres tels que : le choix de la distance limite x_{d0} entre interactions faibles et fortes, le nombre de termes retenus après troncature de la série de Taylor, et le choix de la méthode itérative. Le choix de la distance x_{d0} résulte d'un compromis : pour un x_{d0} petit, la matrice d'interactions faibles ne contient que peu d'éléments et occupe une faible place mémoire ; cependant, la matrice bande fournit alors un préconditionneur peu efficace et la méthode itérative converge lentement. Si x_{d0} est choisi grand, le préconditionnement est plus efficace et la méthode converge plus vite, cependant la place mémoire qu'occupe la matrice bande est plus grande, et le temps de remplissage de celle-ci est, lui aussi, augmenté. Le tableau IV.9 donne le nombre d'itérations et le temps de résolution par la méthode BMIA/CAG d'ordre 3, pour atteindre la précision relative de 0.1% sur la dérivée du champ sur la surface, en fonction de la distance d'interactions x_{d0} . Le temps de calcul le plus faible est obtenu pour $N_{iter} = 18$.

x_{d0}	$3\sigma_z$	$5\sigma_z$	$7\sigma_z$	$10\sigma_z$	$15\sigma_z$	$30\sigma_z$	$50\sigma_z$	$100\sigma_z$
N_{iter}	27	23	21	18	15	12	9	6
temps (s)	11.5	11.1	10.7	10.2	10.4	10.7	11.0	13.0

TAB. IV.9 – Nombre d'itérations et temps de résolution par la méthode BMIA/CAG d'ordre 3, pour atteindre la précision relative de 0.1% sur la dérivée du champ sur la surface, en fonction de la distance d'interactions x_{d0} . La surface obéit à un processus gaussien d'autocorrélation des hauteurs gaussienne. $\Delta x = 0.1\lambda_0$, $L = 200\lambda_0$, $\sigma_z = 0.1\lambda_0$, $\sigma_\gamma = 0.1$. $\theta_i = 30^\circ$. Condition aux limites de Dirichlet.

Son extension au cas diélectrique ne pose pas de problème et les inconvénients de la méthode sont les mêmes que ceux rencontrés sur une surface parfaitement conductrice. En conclusion, l'approche BMIA/CAG est une méthode intéressante pour une surface peu rugueuse.

V Diffusion électromagnétique par une couche rugueuse homogène

Sommaire

V.1 Méthode exacte rapide	176
V.1.1 Equations intégrales et méthode des moments	176
V.1.2 Méthode PILE	180
V.1.3 Résultats numériques	184
V.1.4 Conclusion	191
V.2 Méthode asymptotique : approximation de l'optique géométrique .	191
V.2.1 Cas d'une couche rugueuse 1D	193
V.2.2 Cas d'une couche rugueuse 2D	202
V.2.3 Conclusion	208

Ce chapitre est consacré à l'étude de la diffraction électromagnétique par une *couche* rugueuse homogène, correspondant à deux interfaces rugueuses séparées par un milieu homogène. En particulier deux méthodes de calcul seront présentées :

- Une méthode dite exacte et rapide basée sur la méthode des moments et accélérée par un processus itératif. Elle a été développée au cours de la thèse de N. Déchamps [48] et nommée PILE (Propagation-Inside-Layer-Expansion). Elle est valide sur une couche rugueuse 1D.
- Une méthode asymptotique basée sur l'approximation de Kirchhoff combinée à l'approximation de l'optique géométrique. Elle a été développée au cours de la thèse de N. Pinel [43] et le modèle peut s'appliquer sur une couche 2D rugueuse.

Les domaines d'application sont, par exemple, l'optimisation de revêtements anti-reflets en optique, ou, dans le cadre de la télédétection, l'étude de la structure géologique des surfaces sondées ou dans la détection éventuelle de film de pétrole sur la mer.

Comme dans le cas de la diffusion par une simple interface rugueuse, il est très difficile de faire un état de l'art complet sur les méthodes existantes dédiées à la diffusion par une couche rugueuse. Le lecteur pourra se reporter aux thèses de N. Déchamps ([48], paragraphe 3.2.1 et introduction du paragraphe 3.3), de N. Pinel. ([43], paragraphe 3.1) et de A. Soubret ([4], chapitre 1).

Pour les méthodes exactes et rapides, par rapport à une seule interface rugueuse, le nombre d'inconnues est multiplié par deux, ce qui explique que l'implantation numérique de la méthode des moments existe depuis seulement une dizaine d'années grâce aux performances de calcul des PC actuels. Le problème est alors très similaire au calcul de la diffraction électromagnétique d'un objet placé au-dessus ou au dessous d'une interface rugueuse [66]-[72]. Depuis 2000, des

recherches sont conduites pour réduire la complexité numérique [73], [75] et [74] (voir également les références citées dans ces articles). Dans [73], la SDFMM (Steepest Descent Fast Multipole Method) est valide si l'épaisseur de la couche est inférieure à la longueur d'onde en espace libre. Dans [75], l'EBCM (Extended Boundary Condition Method) est applicable pour des faibles rugosités des deux interfaces. Dans [74], l'approche FB-NSA est étendue à une couche rugueuse, mais son domaine de validité n'est pas clairement établi. En 2004, N. Déchamps [48] et [76] a développé une méthode rigoureuse rapide permettant de traiter des problèmes 2D avec un grand nombre d'inconnues. Cette méthode est présentée dans la deuxième partie.

Un résumé des approches asymptotiques dédiées aux films rugueux à des longueurs d'onde optique est donné dans les références [32]. Pour une couche faiblement rugueuse, consulter les travaux de Soubret [4] et Fuks [35]. Fuks et al. [37], [38] et [39] ont proposé un modèle asymptotique traitant le cas d'une surface peu rugueuse déposée sur une surface très rugueuse. Bahar et al. [40] et [41] ont étendu la méthode FWM au cas de deux interfaces. Très récemment, Berginc et al. [42] ont généralisé le modèle SSA à une couche rugueuse. N. Pinel a étendu l'approximation de l'optique géométrique à une couche rugueuse. Elle est présentée dans la troisième partie.

V.1 Méthode exacte rapide

Dans cette partie la méthode PILE (Propagation-Inside-Layer-Expansion) développée dans la thèse de N. Déchamps [48] et publiée dans *J. Opt. Soc. Am. A* [76] est présentée. La référence [76] est fournie dans l'annexe J. Tout d'abord, le premier paragraphe présente les équations intégrales pour une couche rugueuse et le système linéaire qui en découle, obtenu avec la méthode des moments. Le second paragraphe expose en détail la méthode PILE.

V.1.1 Equations intégrales et méthode des moments

Considérons deux surfaces rugueuses Σ_+ et Σ_- séparées par trois milieux homogènes (figure V.1), dont les moyennes des hauteurs sont, respectivement, $\langle z^+ \rangle = 0$ (surface supérieure) et $\langle z^- \rangle = -H$ (surface inférieure) avec $H > 0$. Σ_+ sera ainsi dénommée surface supérieure, et Σ_- , surface inférieure. Σ_+ et Σ_- pourront être choisies identiques ou non, et dans ce dernier cas, on supposera qu'elles ne se coupent pas. Les surfaces Σ_+ et Σ_- délimitent alors trois milieux homogènes, Ω_1 , Ω_2 et Ω_3 , de permittivités relatives respectives ϵ_{r1} , ϵ_{r2} et ϵ_{r3} . Ω_1 et Ω_3 correspondent, respectivement, aux milieux semi-infinis supérieur et inférieur et Ω_2 est le milieu contenu entre les deux interfaces superposées. C'est pourquoi nous parlerons aussi de couche rugueuse pour faire référence à Ω_2 .

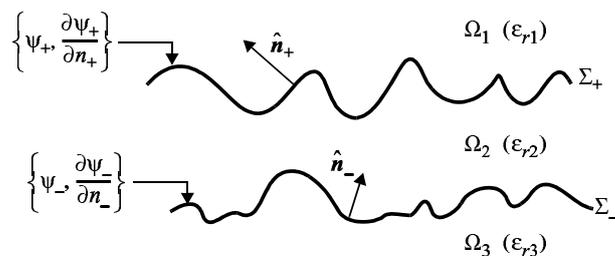


FIG. V.1 – Géométrie utilisée pour l'écriture des équations intégrales d'une couche rugueuse.

Pour une surface 1D, Les équations intégrales sont alors données par [48], [197], [196]

$$\psi_i(\mathbf{r}') = \underbrace{- \int_{\Sigma_+} \psi_+(\mathbf{r}) \frac{\partial g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n_+} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{A}}^+} + \underbrace{\int_{\Sigma_+} g_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_+(\mathbf{r})}{\partial n_+} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{B}}^+} \quad \mathbf{r}' \in \Sigma_+, \quad (\text{V.1})$$

$$0 = \underbrace{- \int_{\Sigma_+} \psi_+(\mathbf{r}) \frac{\partial g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n_+} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{C}}^+} + \underbrace{\int_{\Sigma_+} g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_+(\mathbf{r})}{\partial n_+} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{D}}^+} \rho_{21} \\ + \underbrace{\int_{\Sigma_-} \psi_-(\mathbf{r}) \frac{\partial g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n_-} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{E}}} - \underbrace{\int_{\Sigma_-} g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_-(\mathbf{r})}{\partial n_-} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{F}}} \quad \mathbf{r}' \in \Sigma_+ \quad (\text{V.2})$$

$$0 = \underbrace{+ \int_{\Sigma_+} \psi_+(\mathbf{r}) \frac{\partial g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n_+} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{G}}} - \underbrace{\int_{\Sigma_+} g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_+(\mathbf{r})}{\partial n_+} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{H}}} \rho_{21} \\ - \underbrace{\int_{\Sigma_-} \psi_-(\mathbf{r}) \frac{\partial g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n_-} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{A}}^-} + \underbrace{\int_{\Sigma_-} g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_-(\mathbf{r})}{\partial n_-} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{B}}^-} \quad \mathbf{r}' \in \Sigma_- \quad (\text{V.3})$$

$$0 = \underbrace{- \int_{\Sigma_-} \psi_-(\mathbf{r}) \frac{\partial g_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n_-} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{C}}^-} + \underbrace{\int_{\Sigma_-} g_3(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial \psi_-(\mathbf{r})}{\partial n_-} d\Sigma}_{\bar{\mathbf{D}}^-} \rho_{32} \quad \mathbf{r}' \in \Sigma_- \quad (\text{V.4})$$

$\{\psi_{\pm}\}$ sont les champs sur les surfaces $\{\Sigma_{\pm}\}$ et $\left\{\frac{\partial \psi_{\pm}(\mathbf{r})}{\partial n_{\pm}}\right\}$ leur dérivée. $g_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{j}{4} H_0^{(1)}(K_i \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|)$ est la fonction de Green dans l'espace Ω_i ($i = \{1, 2, 3\}$). Dans le cas TE, $\rho_{21} = \rho_{32} = 1$ et dans le cas TM, $\rho_{21} = \epsilon_{r2}/\epsilon_{r1}$ et $\rho_{32} = \epsilon_{r3}/\epsilon_{r2}$. Les équations intégrales (V.1)-(V.4) supposent que les champs aux extrémités des interfaces sont nuls.

La méthode des moments du chapitre précédent est appliquée avec les mêmes fonctions test et de projection. Les deux surfaces sont discrétisées avec le même pas d'échantillonnage et le nombre d'échantillons vaut N . La matrice impédance de dimension $4N \times 4N$ s'écrit alors

$$\bar{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}^+ & \bar{\mathbf{B}}^+ & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{C}}^+ & \rho_{21} \bar{\mathbf{D}}^+ & \bar{\mathbf{E}} & \bar{\mathbf{F}} \\ \bar{\mathbf{G}} & \rho_{21} \bar{\mathbf{H}} & \bar{\mathbf{A}}^- & \bar{\mathbf{B}}^- \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\mathbf{C}}^- & \rho_{32} \bar{\mathbf{D}}^- \end{bmatrix}. \quad (\text{V.5})$$

De plus les vecteurs source $\mathbf{b} = [\mathbf{b}_+ \ \mathbf{b}_-]$ et inconnu $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_+ \ \mathbf{X}_-]$ de longueur $4N$ s'écrivent

$$\mathbf{b}_+ = \left[\begin{array}{c} \psi_i(\mathbf{r}_1^+) \\ \psi_i(\mathbf{r}_2^+) \\ \vdots \\ \psi_i(\mathbf{r}_N^+) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] \quad \mathbf{b}_- = \mathbf{0} \quad \mathbf{X}_\pm = \left[\begin{array}{c} \psi(\mathbf{r}_1^\pm) \\ \psi(\mathbf{r}_2^\pm) \\ \vdots \\ \psi_i(\mathbf{r}_N^\pm) \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r}_1^\pm)}{\partial n_\pm} \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r}_2^\pm)}{\partial n_\pm} \\ \vdots \\ \frac{\partial \psi(\mathbf{r}_N^\pm)}{\partial n_\pm} \end{array} \right], \quad (\text{V.6})$$

où $\mathbf{r}_n^\pm = x_n \hat{\mathbf{x}} + z^\pm(x_n) \hat{\mathbf{z}}$.

Les matrices $\{\bar{\mathbf{A}}^\pm\}$, $\{\bar{\mathbf{B}}^\pm\}$, $\{\bar{\mathbf{C}}^\pm\}$ et $\{\bar{\mathbf{D}}^\pm\}$ ont la forme des matrices obtenues dans le chapitre précédent sous les conditions aux limites de Dirichlet et de Neumann avec $\mathbf{r}_{n,m} = \mathbf{r}_{n,m}^\pm$. Par exemple les matrices $\{\bar{\mathbf{A}}^\pm\}$ et $\{\bar{\mathbf{C}}^\pm\}$ s'expriment à partir de l'équation (IV.9) (MFIE TM, condition aux limites de Neumann) tandis que les matrices $\{\bar{\mathbf{B}}^\pm\}$ et $\{\bar{\mathbf{D}}^\pm\}$ s'exprime à partir de l'équation (IV.8) (EFIE TE, condition aux limites de Dirichlet). De plus, il faut prendre en compte les permittivités des milieux respectifs ; ainsi les matrices $\bar{\mathbf{A}}^+$ et $\bar{\mathbf{B}}^+$ sont calculées pour $K_i = K_0 \sqrt{\epsilon_{r1}}$, $\bar{\mathbf{C}}^+$, $\bar{\mathbf{D}}^+$, $\bar{\mathbf{A}}^-$ et $\bar{\mathbf{B}}^-$ pour $K_i = K_0 \sqrt{\epsilon_{r2}}$, et, enfin, $\bar{\mathbf{C}}^-$ et $\bar{\mathbf{D}}^-$ pour $K_i = K_0 \sqrt{\epsilon_{r3}}$. Les matrices $\bar{\mathbf{E}}$, $\bar{\mathbf{G}}$, $\bar{\mathbf{F}}$ et $\bar{\mathbf{H}}$ sont données pour $\forall (m, n)$ par [48]

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{mn} = + \frac{jK_2 \Delta x}{4} \frac{H_1^{(1)}(K_2 \|\mathbf{r}_n^- - \mathbf{r}_m^+\|)}{\|\mathbf{r}_n^- - \mathbf{r}_m^+\|} \{\gamma^-(x_n)(x_n^- - x_m^+) - [z^-(x_n) - z^+(x_m)]\} \\ G_{mn} = + \frac{jK_2 \Delta x}{4} \frac{H_1^{(1)}(K_2 \|\mathbf{r}_n^+ - \mathbf{r}_m^-\|)}{\|\mathbf{r}_n^+ - \mathbf{r}_m^-\|} \{\gamma^+(x_n)(x_n^+ - x_m^-) - [z^+(x_n) - z^-(x_m)]\} \\ F_{mn} = - \sqrt{1 + (\gamma^-(x_n))^2} \frac{j \Delta x}{4} H_0^{(1)}(K_2 \|\mathbf{r}_m^+ - \mathbf{r}_n^-\|) \\ H_{mn} = - \sqrt{1 + (\gamma^+(x_n))^2} \frac{j \Delta x}{4} H_0^{(1)}(K_2 \|\mathbf{r}_m^- - \mathbf{r}_n^+\|) \end{array} \right. \quad (\text{V.7})$$

$\bar{\mathbf{E}}$ et $\bar{\mathbf{G}}$ sont très similaires à la matrice $\bar{\mathbf{A}}^+$; de même, $\bar{\mathbf{F}}$ et $\bar{\mathbf{H}}$ ressemblent fortement à la matrice $\bar{\mathbf{B}}^+$. Cependant, puisque les points \mathbf{r}_n^+ et \mathbf{r}_m^- ne sont jamais confondus, les éléments diagonaux des matrices $\bar{\mathbf{E}}$, $\bar{\mathbf{F}}$, $\bar{\mathbf{G}}$ et $\bar{\mathbf{H}}$ ne présentent pas de singularité, contrairement aux cacluls des éléments diagonaux des matrices $\bar{\mathbf{A}}^+$ et $\bar{\mathbf{B}}^+$.

Au final, la matrice impédance (V.5) peut s'écrire

$$\bar{\mathbf{Z}} = \left[\begin{array}{cc} \bar{\mathbf{Z}}^h & \bar{\mathbf{C}}^h \\ \bar{\mathbf{C}}^b & \bar{\mathbf{Z}}^b \end{array} \right], \quad (\text{V.8})$$

avec

$$\bar{\mathbf{Z}}^h = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}^+ & \bar{\mathbf{B}}^+ \\ \bar{\mathbf{C}}^+ & \rho_{21}\bar{\mathbf{D}}^+ \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{Z}}^b = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}^- & \bar{\mathbf{B}}^- \\ \bar{\mathbf{C}}^- & \rho_{32}\bar{\mathbf{D}}^- \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}}^b = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{G}} & \rho_{21}\bar{\mathbf{H}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}}^h = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{E}} & \bar{\mathbf{F}} \end{bmatrix}. \quad (\text{V.9})$$

La matrice $\bar{\mathbf{Z}}^h$ est exactement la matrice impédance d'un problème simple interface, dans le cas diélectrique, l'interface considérée étant Σ_+ , séparant un milieu supérieur de permittivité relative ϵ_{r1} d'un milieu inférieur de permittivité relative ϵ_{r2} . De la même manière, $\bar{\mathbf{Z}}^b$ est la matrice impédance de l'interface Σ_- séparant un milieu supérieur de permittivité relative ϵ_{r2} d'un milieu inférieur de permittivité relative ϵ_{r3} . D'après l'équation intégrale (V.2), les matrices $\bar{\mathbf{E}}$ et $\bar{\mathbf{F}}$ multipliées respectivement par ψ_- et $\frac{\partial\psi_-}{\partial n_-}$ donnent une grandeur homogène à un champ exprimé sur l'interface supérieure. Autrement dit, $\bar{\mathbf{E}}$ et $\bar{\mathbf{F}}$ font propager l'information du champ de l'interface inférieure vers l'interface supérieure ($\Sigma_- \rightarrow \Sigma_+$). $\bar{\mathbf{C}}^h$ est donc une matrice de couplage de l'interface Σ_- vers l'interface Σ_+ (vers le *bas*). Par symétrie, $\bar{\mathbf{C}}^b$ est la matrice de couplage de l'interface Σ_+ vers l'interface Σ_- (vers le *haut*).

Dans le cas où la surface inférieure est parfaitement conductrice, la matrice impédance $\bar{\mathbf{Z}}^h$ devient une matrice de dimensions $N \times N$. Dans le cas TE, la condition aux limites de Dirichlet conduit à $\bar{\mathbf{Z}}^b = \bar{\mathbf{B}}^-$ et d'après (V.2), à $\bar{\mathbf{E}} = \mathbf{0}$ ($\psi_- = 0$). Dans le cas TM, la condition aux limites de Neumann conduit à $\bar{\mathbf{Z}}^b = \bar{\mathbf{A}}^-$ et d'après (V.2), à $\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{0}$ ($\frac{\partial\psi_-}{\partial n_-} = 0$). Au final si la surface Σ_- est parfaitement conductrice, la matrice impédance $\bar{\mathbf{Z}}$ de dimension $3N \times 3N$ s'écrit

$$\text{TE PC : } \bar{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}^+ & \bar{\mathbf{B}}^+ & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{C}}^+ & \rho_{21}\bar{\mathbf{D}}^+ & \bar{\mathbf{F}} \\ \bar{\mathbf{G}} & \rho_{21}\bar{\mathbf{H}} & \bar{\mathbf{B}}^- \end{bmatrix} \quad \text{TM PC : } \bar{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}^+ & \bar{\mathbf{B}}^+ & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{C}}^+ & \rho_{21}\bar{\mathbf{D}}^+ & \bar{\mathbf{E}} \\ \bar{\mathbf{G}} & \rho_{21}\bar{\mathbf{H}} & \bar{\mathbf{A}}^- \end{bmatrix}. \quad (\text{V.10})$$

De plus, les inconnues sur la surface sont $\{\psi_+, \frac{\partial\psi_+}{\partial n_+}, \frac{\partial\psi_-}{\partial n_-}\}$ dans le cas TE, et $\{\psi_+, \frac{\partial\psi_+}{\partial n_+}, \psi_-\}$ dans le cas TM.

Si dans le milieu Ω_3 , le module de la permittivité est très supérieur à celui du milieu Ω_2 , alors l'approximation haute impédance s'applique (Impedance Boundary Condition). Ainsi $\forall \mathbf{r} \in \Sigma_-$ [187] (chapitre 4) et [48]

$$\begin{cases} \psi_-(\mathbf{r}) = \frac{j}{K_2} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r3}}} \frac{\partial\psi_-(\mathbf{r})}{\partial n_-} & \text{Cas TE} \\ \frac{\partial\psi_-(\mathbf{r})}{\partial n_-} = \frac{K_2}{j} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r3}}} \psi_-(\mathbf{r}) & \text{Cas TM} \end{cases}. \quad (\text{V.11})$$

avec $|\epsilon_{r3}| \gg |\epsilon_{r2}|$. En reportant alors (V.11) dans (V.2)-(V.4), les matrices (V.10) du cas PC sont conservées en opérant les substitutions suivantes

$$\text{TE IBC : } \begin{cases} \bar{\mathbf{B}}^- \rightarrow \frac{j}{K_2} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r3}}} \bar{\mathbf{A}}^- + \bar{\mathbf{B}}^- \\ \bar{\mathbf{F}} \rightarrow \frac{j}{K_2} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r3}}} \bar{\mathbf{E}} + \bar{\mathbf{F}} \end{cases} \quad \text{TM IBC : } \begin{cases} \bar{\mathbf{A}}^- \rightarrow \frac{K_2}{j} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r3}}} \bar{\mathbf{B}}^- + \bar{\mathbf{A}}^- \\ \bar{\mathbf{E}} \rightarrow \frac{K_2}{j} \sqrt{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r3}}} \bar{\mathbf{F}} + \bar{\mathbf{E}} \end{cases}. \quad (\text{V.12})$$

V.1.2 Méthode PILE

V.1.2.1 Introduction

Pour une couche rugueuse, le nombre d'inconnues sur les deux surfaces est de $4N$, au lieu de $2N$ pour un problème simple interface. Dans le cas où l'interface inférieure est parfaitement conductrice, ce nombre est ramené à $3N$. Une conséquence est que si nous pouvons stocker en mémoire une matrice de taille maximale 2500×2500 , nous sommes limités pour le cas d'une seule interface diélectrique à une surface de 1250 échantillons, et pour deux interfaces superposées à 625 échantillons par interface, ce qui est très peu. Réciproquement, si la mémoire est suffisante pour traiter un problème double interface de 2500 échantillons par interface, le temps de calcul par inversion LU est $4^3 = 64$ fois plus long que pour le cas simple interface; d'autant plus qu'il existe des méthodes rapides pour réduire le temps de résolution. Ceci montre l'intérêt de développer des méthodes rapides et performantes, nécessitant peu de place mémoire pour la résolution du problème $\bar{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$ pour le cas d'une couche rugueuse.

Notre démarche s'appuie sur la décomposition par blocs de la matrice impédance; l'inverse par blocs de cette matrice fait apparaître une matrice caractéristique du système formé par les deux interfaces. De plus, un des grands avantages de l'approche proposée est de pouvoir intégrer les méthodes rapides développées sur une interface rugueuse.

V.1.2.2 Algorithme itératif proposé : méthode PILE

Décomposons par blocs la matrice \mathbf{Z}^{-1} à déterminer :

$$\bar{\mathbf{Z}}^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}} & \bar{\mathbf{U}} \\ \bar{\mathbf{V}} & \bar{\mathbf{W}} \end{bmatrix}. \quad (\text{V.13})$$

Les matrices carrées $\bar{\mathbf{T}}$, $\bar{\mathbf{U}}$, $\bar{\mathbf{V}}$ et $\bar{\mathbf{W}}$, de dimension $2N \times 2N$, peuvent être déterminées à partir de \mathbf{Z}^{-1} après inversion de la matrice \mathbf{Z} de taille $4N \times 4N$. Cependant, cette inversion est gourmande en temps de calcul et il n'est pas toujours possible de stocker la matrice à inverser $\bar{\mathbf{Z}}$, si elle est de trop grandes dimensions. Une solution est de déterminer séparément les blocs $\bar{\mathbf{T}}$, $\bar{\mathbf{U}}$, $\bar{\mathbf{V}}$ et $\bar{\mathbf{W}}$ de la matrice $\bar{\mathbf{Z}}^{-1}$. En effet, d'après [194], les expressions des quatre blocs de la matrice \mathbf{Z}^{-1} s'expriment à partir des quatre blocs $\bar{\mathbf{Z}}^h$, $\bar{\mathbf{C}}^h$, $\bar{\mathbf{Z}}^b$ et $\bar{\mathbf{C}}^b$ de la matrice \mathbf{Z} (V.8) comme

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{T}} = \left[\bar{\mathbf{Z}}^h - \bar{\mathbf{C}}^h (\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} \bar{\mathbf{C}}^b \right]^{-1} \\ \bar{\mathbf{U}} = -\bar{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{C}}^h (\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} \\ \bar{\mathbf{V}} = -(\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} \bar{\mathbf{C}}^b \bar{\mathbf{T}} \\ \bar{\mathbf{W}} = (\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} - (\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} \bar{\mathbf{C}}^b \bar{\mathbf{T}} \bar{\mathbf{C}}^h (\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} \end{cases}. \quad (\text{V.14})$$

En procédant ainsi, il est possible d'obtenir la matrice inverse en n'inversant que des matrices de dimension $2N \times 2N$. Cependant, le temps de calcul n'est pas réduit pour autant : la complexité de cette inversion reste de l'ordre de grandeur de $\mathcal{O}((4N)^3)$. Pour optimiser le temps de calcul, les propriétés du problème à résoudre sont utilisées. Supposons ainsi que l'inversion soit effectuée et que les matrices $\bar{\mathbf{T}}$, $\bar{\mathbf{U}}$, $\bar{\mathbf{V}}$ et $\bar{\mathbf{W}}$ sont connues. Les inconnues \mathbf{X} sont alors données par

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_+ \\ \mathbf{X}_- \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_+ \\ \mathbf{b}_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}\mathbf{b}_+ + \bar{\mathbf{U}}\mathbf{b}_- \\ \bar{\mathbf{V}}\mathbf{b}_+ + \bar{\mathbf{W}}\mathbf{b}_- \end{bmatrix} \quad (\text{V.15})$$

Nous cherchons à calculer le champ diffracté dans le milieu supérieur Ω_1 , fonction du champ et de sa dérivée sur l'interface supérieure, soit le vecteur \mathbf{X}_+ . De plus, $\mathbf{b}_- = \mathbf{0}$. Par conséquent, d'après (V.14) et (V.15), $\mathbf{X}_+ = \bar{\mathbf{T}}\mathbf{b}_+$ s'écrit

$$\mathbf{X}_+ = \left[\bar{\mathbf{Z}}^h - \bar{\mathbf{C}}^h (\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} \bar{\mathbf{C}}^b \right]^{-1} \mathbf{b}_+ = (\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{M}}_c)^{-1} (\bar{\mathbf{Z}}^h)^{-1} \mathbf{b}_+, \quad (\text{V.16})$$

où

$$\bar{\mathbf{M}}_c = (\bar{\mathbf{Z}}^h)^{-1} \bar{\mathbf{C}}_h (\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} \bar{\mathbf{C}}_b. \quad (\text{V.17})$$

$\bar{\mathbf{I}}$ est la matrice identité et $\bar{\mathbf{M}}_c$ est appelée ‘‘Matrice caractéristique de la couche’’.

En notant $\|\bullet\|_{vp}$ le rayon spectral d'une matrice d'éléments complexes égal à la plus grande valeur du module de la valeur propre, par analogie à la série de Taylor, la matrice $(\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{M}}_c)^{-1}$ peut être développée comme $(\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{M}}_c)^{-1} = \sum_{m=0}^{m=\infty} \bar{\mathbf{M}}_c^m$. Ainsi, si la condition $\|\bar{\mathbf{M}}_c\|_{vp} < 1$ est vérifiée alors d'après (V.16) et (V.17)

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_+ &= \left(\sum_{m=0}^{m=M} \bar{\mathbf{M}}_c^m \right) (\bar{\mathbf{Z}}^h)^{-1} \mathbf{b}_+ \\ &= \left\{ \sum_{m=0}^{m=M} \left[(\bar{\mathbf{Z}}^h)^{-1} \bar{\mathbf{C}}_h (\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} \bar{\mathbf{C}}_b \right]^m \right\} (\bar{\mathbf{Z}}^h)^{-1} \mathbf{b}_+, \end{aligned} \quad (\text{V.18})$$

ce qui admet une interprétation physique simple (figure V.2). Pour $m = 1$, la matrice $(\bar{\mathbf{Z}}^h)^{-1}$, multipliée par le vecteur \mathbf{b}_+ dans l'expression (V.18), prend en compte les interactions locales sur la surface Σ^+ , $\bar{\mathbf{C}}^b$ fait alors propager l'information du champ sur Σ^+ vers Σ^- , $(\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1}$ permet de déterminer les interactions sur la surface inférieure, $\bar{\mathbf{C}}^h$ propage à nouveau l'information du champ résultant vers la surface supérieure Σ^+ et $(\bar{\mathbf{Z}}^h)^{-1}$ actualise ce champ sur la surface supérieure.

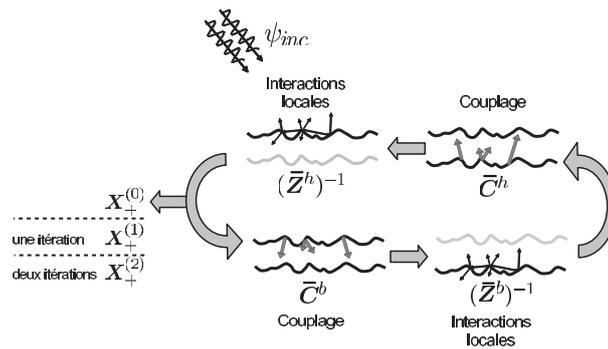


FIG. V.2 – Interprétation physique du développement en série (V.18).

Le champ total sur la surface supérieure est finalement la somme des contributions des champs diffractés plusieurs fois dans la couche, à différents ordres

$$\mathbf{X}_+ = \mathbf{X}_+^{(0)} + \mathbf{X}_+^{(1)} + \mathbf{X}_+^{(2)} + \dots \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{X}_+^{(0)} = (\bar{\mathbf{Z}}^h)^{-1} \mathbf{b}_+ \\ \mathbf{X}_+^{(1)} = \bar{\mathbf{M}}_c \mathbf{X}_+^{(0)} \\ \mathbf{X}_+^{(2)} = \bar{\mathbf{M}}_c \mathbf{X}_+^{(1)} \end{cases}. \quad (\text{V.19})$$

$\mathbf{X}_+^{(0)}$ donne le champ et sa dérivée sur la surface supérieure d'un problème simple interface. Le terme $\mathbf{X}_+^{(0)}$ est donc une bonne approximation de la solution exacte si la contribution de la surface inférieure est négligeable. Lorsque ce n'est pas le cas, les termes d'ordres supérieurs, $\mathbf{X}_+^{(1)}$, $\mathbf{X}_+^{(2)}$, ..., correspondant aux réflexions multiples successives de l'onde électromagnétique dans la couche, doivent être calculés.

Le vecteur \mathbf{X}_- , donnant le champ transmis dans le milieu Ω_3 , se calcule aisément à partir des équations (V.14) et (V.15), conduisant à $\mathbf{X}_- = \bar{\mathbf{V}}\mathbf{b}_+ = - \left[\left(\bar{\mathbf{Z}}^b \right)^{-1} \bar{\mathbf{C}}^b \right] \bar{\mathbf{T}}\mathbf{b}_+$ ($\mathbf{b}_- = \mathbf{0}$). De plus, $\mathbf{X}_- = \bar{\mathbf{T}}\mathbf{b}_+$, d'où

$$\mathbf{X}_- = - \left[\left(\bar{\mathbf{Z}}^b \right)^{-1} \bar{\mathbf{C}}^b \right] \mathbf{X}_+. \quad (\text{V.20})$$

L'interprétation physique de cette relation peut être déduite à l'aide de la figure V.2.

Compte tenu de l'interprétation physique de l'équation (V.18), la méthode développée dans la thèse de N. Déchamps a été nommée *Propagation-Inside-Layer Expansion* (PILE).

V.1.2.3 Complexité de la méthode

Le calcul direct du produit matrice-vecteur $\bar{\mathbf{M}}_c \mathbf{u}$ (où \mathbf{u} est un vecteur quelconque de longueur $2N$) est de complexité $\mathcal{O}((2N)^3)$ pour les opérations $\left(\bar{\mathbf{Z}}^h \right)^{-1} \mathbf{u}$ et $\left(\bar{\mathbf{Z}}^b \right)^{-1} \mathbf{u}$ et de complexité $\mathcal{O}((2N)^2)$ pour les produits $\bar{\mathbf{C}}_h \mathbf{u}$ et $\bar{\mathbf{C}}_b \mathbf{u}$. Les opérations les plus pénalisantes en nombre d'opérations sont donc les étapes d'inversion. Cependant, l'avantage de considérer l'expression (V.18) plutôt que (V.16), est que, pour effectuer les opérations $\left(\bar{\mathbf{Z}}^h \right)^{-1} \mathbf{u}$ et $\left(\bar{\mathbf{Z}}^b \right)^{-1} \mathbf{u}$, des méthodes rapides qui existent pour une simple interface diélectrique peuvent être utilisées.

Afin de réduire la complexité des produits $\left(\bar{\mathbf{Z}}^h \right)^{-1} \mathbf{u}$ et $\left(\bar{\mathbf{Z}}^b \right)^{-1} \mathbf{u}$, la méthode BMIA/CAG (Banded Matrix Iterative Approach/CAnonical Grid) simple interface a été intégrée dans la méthode PILE. C'est une méthode de complexité $\mathcal{O}(N \log N)$ et intéressante lorsque l'écart type des hauteurs de la surface n'excède pas deux à trois longueurs d'onde. Pour le terme d'ordre 0, $\mathbf{X}_+^{(0)} = \left(\bar{\mathbf{Z}}^h \right)^{-1} \mathbf{b}_+$, l'utilisation de la méthode BMIA/CAG entraîne une complexité de $\mathcal{O}(2N \log 2N)$. Pour les termes d'ordres supérieurs, $\mathbf{X}_+^{(1)}$, $\mathbf{X}_+^{(2)}$, ..., la complexité par itération est détaillée ci-dessous, où $\mathbf{u} = \{\mathbf{X}_+^{(1)}, \mathbf{X}_+^{(2)}, \dots\}$:

$$\underbrace{\left(\bar{\mathbf{Z}}^h \right)^{-1} \bar{\mathbf{C}}^h \left(\bar{\mathbf{Z}}^b \right)^{-1} \underbrace{\bar{\mathbf{C}}^b \mathbf{u}}_{\mathcal{O}(2N^2) \text{ (a)}}}_{\mathcal{O}(2N \log 2N) \text{ (b)}}}_{\mathcal{O}(2N^2) \text{ (c)}}}_{\mathcal{O}(2N \log 2N) \text{ (d)}}. \quad (\text{V.21})$$

Les opérations (a) et (c) sont des multiplications matrice-vecteur, et (b) et (d) sont des inversions rapides, effectuées à l'aide de la méthode BMIA/CAG. Les étapes (a) et (c) ont une complexité inférieure à $\mathcal{O}((2N)^2)$ puisque $\bar{\mathbf{C}}^b$ et $\bar{\mathbf{C}}^h$ sont des matrices dont la moitié des coefficients est nulle (équation (V.9)). En résumé, pour obtenir une approximation à l'ordre M , cette méthode est de complexité $\mathcal{O}(M4N^2 + (1 + 2M)2N \log 2N)$, qui est de l'ordre de $\mathcal{O}(4MN^2)$

pour $N \gg 1$. Si le nombre d'itérations vérifie $M \ll N$, alors la méthode PILE+BMIA/CAG a une complexité très inférieure à $\mathcal{O}((4N)^3)$ si une inversion par décomposition LU de la matrice impédance \mathbf{Z} est opérée.

D'après (V.21), les étapes pénalisantes restantes sont les multiplications d'une matrice par un vecteur. Très récemment, pour réduire cette complexité à $2N \log 2N$, la méthode BMIA/CAG a été étendue sur les matrices de couplage qui font interagir un point de la surface supérieure sur un point de la surface inférieure. Cette nouveauté a fait l'objet d'une acceptation très récente d'un article dans la revue *IEEE Trans. Ant. Prop.* [195]. Dans la suite, les résultats présentés n'intégreront pas cette nouveauté.

V.1.2.4 Domaine de validité

La convergence de la méthode PILE repose sur la condition que $\|\bar{\mathbf{M}}_c\|_{vp} < 1$, où $\|\bar{\mathbf{M}}_c\|_{vp}$ est le rayon spectral, égal au module de la valeur propre de plus grand module, de la matrice caractéristique $\bar{\mathbf{M}}_c$ de la couche. La matrice $\bar{\mathbf{M}}_c$ dépend des quatre sous-matrices $(\bar{\mathbf{z}}^h)^{-1}$, $(\bar{\mathbf{z}}^b)^{-1}$, $\bar{\mathbf{C}}_h$ et $\bar{\mathbf{C}}_b$. La validité de cette condition dépend donc des nombreux paramètres du système étudié, tels que la statistique des deux interfaces, leur éloignement, mais aussi des permittivités des trois milieux. Une étude détaillée de ce critère a été menée dans la thèse de N. Déchamps (section 3.4.4) et est résumée dans cette section.

Tout d'abord, le cas de deux interfaces planes a été considéré, délimitant trois milieux Ω_1 , Ω_2 et Ω_3 de permittivités relatives respectives choisies égales à $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 2.5 + 0.01i$ et $\epsilon_{r3} = 8$ (couche de sable étendue sur du granit). Compte tenu de la permittivité du milieu Ω_3 , le pas d'échantillonnage vaut $\Delta x = 0.03\lambda_0$. Pour $H/\lambda_0 \in [0.3; 10]$ (H est l'épaisseur de la couche) et $L/\lambda_0 \in [3; 15]$ (L étant la longueur des deux interfaces), les résultats montrent que la condition de validité $\|\bar{\mathbf{M}}_c\|_{vp} < 1$ est remplie pour les deux polarisations TE et TM. La norme est une fonction décroissante de H et une fonction croissante de L . Par exemple, en passant d'une longueur de $L = 3\lambda_0$ à $L = 12\lambda_0$ ($H = 0.3\lambda_0$), la norme passe de 0.25 à 0.37 en TE, et de 0.105 à 0.14 en TM. De plus, en passant d'une épaisseur de $H = 0.3\lambda_0$ à $H = 1\lambda_0$ ($L = 6\lambda_0$), la norme passe de 0.25 à 0.110 en TE, et de 0.105 à 0.060 en TM.

En considérant successivement

- une interface supérieure rugueuse et une interface inférieure plane,
- une interface supérieure plane et une interface inférieure rugueuse,
- deux interfaces rugueuses décorréelées,
- deux interfaces rugueuses identiques,

les résultats numériques ont montré que la norme était peu sensible à la rugosité des interfaces. Les surfaces rugueuses obéissent à un processus gaussien de corrélation des hauteurs gaussienne, dont la longueur de corrélation des hauteurs vaut $L_c^\pm = \lambda_0$ et l'écart type des hauteurs $\sigma_z^\pm/\lambda_0 \in [0; 0.4]$.

Si le milieu Ω_3 est supposé parfaitement conducteur, la norme augmente. Ceci montre bien que la norme est sensible aux nombres de réflexions qui peuvent se produire à l'intérieur de la couche. En effet, si le milieu Ω_3 est parfaitement conducteur, le nombre de réflexions dans la couche est plus important que dans le cas où $\epsilon_{r3} = 8$. Par conséquent, la méthode PILE mettra plus de temps à converger, entraînant une valeur de $\|\bar{\mathbf{M}}_c\|_{vp}$ plus grande que celle obtenue dans le cas où $\epsilon_{r3} = 8$. Par exemple, pour une épaisseur $H = 0.3\lambda_0$ en considérant deux interfaces planes en polarisation TE, pour des longueurs allant de $L = 6\lambda_0$ à $15\lambda_0$, $\|\bar{\mathbf{M}}_c\|_{vp}$ varie de 0.25

à 0.37 dans le cas où $\epsilon_{r3} = 8$, alors que pour la même épaisseur, elle varie de 0.6 à 0.8 dans le cas parfaitement conducteur.

Pour des configurations extrêmes la valeur peut être proche de l'unité. Afin d'accélérer la convergence de la méthode PILE, une étape de pré-conditionnement peut être alors adoptée. En conclusion, le domaine de validité de la méthode PILE est large et comme nous allons le voir par la suite, elle converge rapidement dans la plupart des cas.

V.1.3 Résultats numériques

Dans cette section la méthode PILE, combinée à la méthode BMIA/CAG afin d'accélérer les inversions des matrices impédances de chacune des interfaces, est appliquée à différentes configurations rencontrées dans la littérature [67], [145] et [146]. Les différents ordres de la méthode PILE seront notés $\{\mathbf{I}_+^{(0)}, \mathbf{I}_+^{(1)}, \mathbf{I}_+^{(2)}, \dots\}$. Pour un ordre M donné, $\mathbf{I}_+^{(M)} = \sum_{m=0}^{m=M} \mathbf{X}_+^{(m)}$, et d'après (V.20), $\mathbf{I}_-^{(M)} = -(\bar{\mathbf{Z}}^b)^{-1} \bar{\mathbf{C}}^b \mathbf{I}_+^M$.

V.1.3.1 Comparaison avec la référence [67]

En premier exemple, la méthode PILE est comparée avec celle de M. Saillard et G. Toso [67]. Leur méthode repose sur une formulation intégrale différente de la nôtre : ils considèrent comme inconnues surfaciques, non pas le champ et sa dérivée sur la surface, mais des courants de surface fictifs, qui rayonnent le véritable champ diffracté. Le champ diffracté est alors décrit à l'aide de potentiels de simple et de double interface. L'avantage de leur méthode par rapport à la nôtre, est que le nombre d'inconnues est divisé par deux. En revanche, l'inconvénient est que la matrice impédance demande plus de calculs du fait de noyaux de forme plus compliquée. Un autre inconvénient est que la formulation compacte de leur matrice impédance rend plus compliqué le développement d'algorithmes rapides. A noter que l'onde incidente est décomposée en une somme de faisceaux gaussiens d'étendue spatiale réduite ("beam simulation").

Le système étudié est composé d'une couche de sable étendue sur du granit. Cette configuration est intéressante car elle fait intervenir deux interfaces de rugosités très différentes. En effet, la surface supérieure satisfait les conditions d'application de la méthode des petites perturbations ($\sigma_z^+ = 0.01\lambda_0$, $\sigma_\gamma^+ = 0.014$), alors que la surface inférieure satisfait l'hypothèse de Kirchhoff ($\sigma_z^- = 0.35\lambda_0$, $\sigma_\gamma^- = 0.49$). Les deux interfaces obéissent à un processus gaussien de spectre gaussien. Les permittivités relatives des trois milieux Ω_1 , Ω_2 et Ω_3 sont respectivement $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 2.5 + 0.01i$ et $\epsilon_{r3} = 8$. L'épaisseur de la couche vaut $H = 1.5\lambda_0$, le pas de discrétisation $\Delta x = 0.03\lambda_0$ et la longueur des deux surfaces est $L = 70\lambda_0$ ($N = 2300$ points soit 9200 inconnues). De plus, l'angle d'incidence $\theta_i = -30^\circ$, $g = L/6$ (paramètre de l'onde incidente de Thorsos) et la polarisation est horizontale.

Les figures V.3 et V.4 représentent les modules du champ et de sa dérivée sur chaque interface à l'ordre cinq. On observe bien que les champs s'annulent aux extrémités des deux interfaces.

Les figures V.5 et V.6 représentent le coefficient de diffusion dans le milieu Ω_1 en fonction de l'angle d'observation θ_s . Il est calculé à partir de ψ_+ et $\frac{\partial \psi_+}{\partial n_+}$ à l'aide du principe d'Huygens (équations (IV.11), (IV.12) et (IV.13)). La figure V.5 correspond à l'ordre zéro et la figure V.6 à l'ordre cinq.

La figure V.5 montre que la solution d'ordre zéro correspond à la diffusion par une seule interface, en l'occurrence ici, l'interface air/sable est quasi-plane. Le maximum de la puissance

est exhibé dans la direction spéculaire, et le coefficient de diffusion ressemble dans ce cas-là à celui obtenu par une surface plane. La figure V.6 montre que la méthode PILE converge rapidement, et à l'ordre cinq, le coefficient de diffusion est très proche du coefficient calculé avec la méthode des moments par une inversion LU.

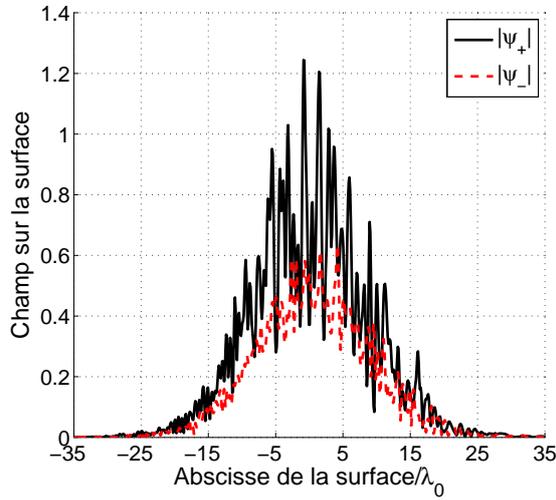


FIG. V.3 – Module du champ sur chaque interface. $\sigma_z^+ = 0.01\lambda_0$, $\sigma_\gamma^+ = 0.014$, $\sigma_z^- = 0.35\lambda_0$, $\sigma_\gamma^- = 0.49$, $\epsilon_{r2} = 2.5 + 0.01i$, $\epsilon_{r3} = 8$, $H = 1.5\lambda_0$, $\theta_i = -30^\circ$, $\Delta x = 0.03\lambda_0$, $L = 70\lambda_0$ et $g = L/6$.

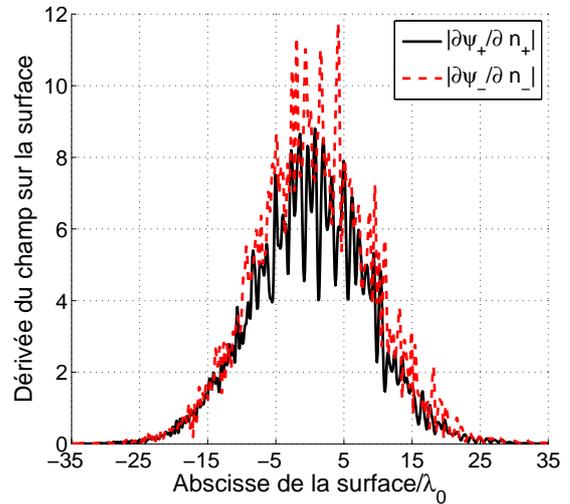


FIG. V.4 – Module de la dérivée normale du champ sur chaque interface.

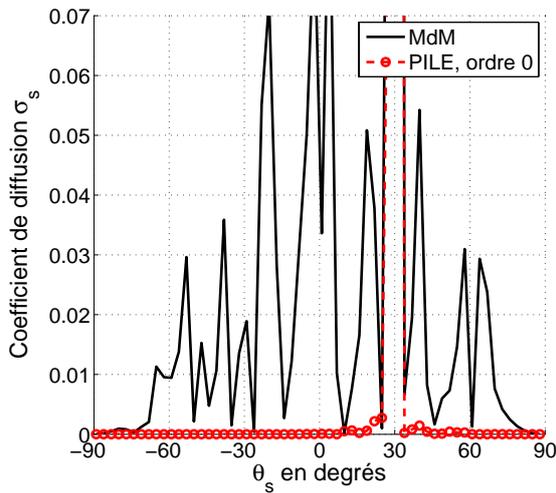


FIG. V.5 – Coefficient de diffusion de la méthode PILE à l'ordre 0 en fonction de l'angle d'observation θ_s .

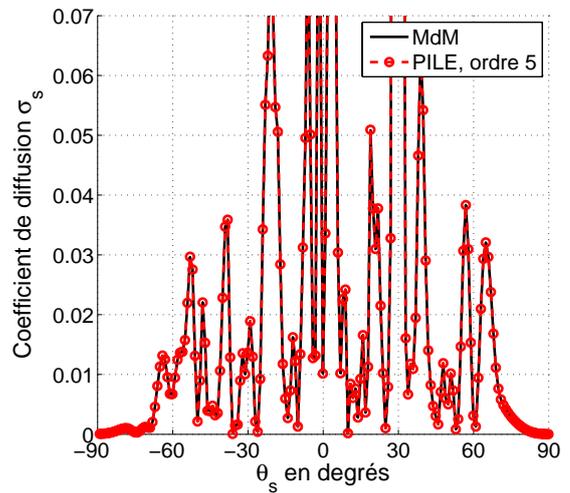


FIG. V.6 – Coefficient de diffusion de la méthode PILE à l'ordre 5 en fonction de l'angle d'observation θ_s .

Pour s'en convaincre, sur la figure V.7 est représenté un agrandissement de la figure V.6 avec en plus une représentation des ordres 2, 3, et 4. On observe bien que la méthode PILE converge au bout de cinq itérations.

La figure V.8 présente le coefficient de diffusion calculé par une méthode de Monte-Carlo en fonction de l'angle d'observation θ_s . Le nombre de réalisations est de 300 et la solution d'ordre 5 est comparée avec celle de la référence [67]. Un très bon accord est observé entre les deux méthodes.

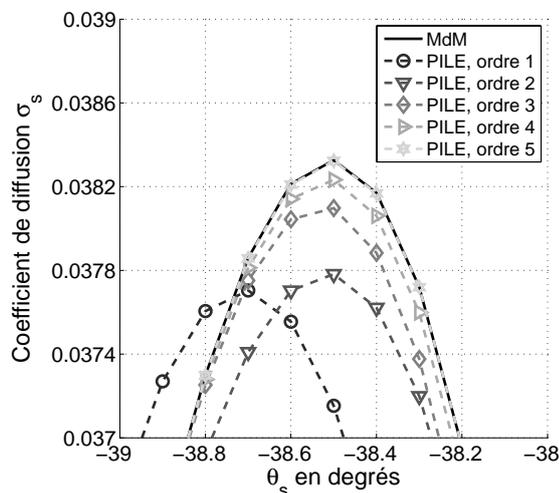


FIG. V.7 – Convergence de la méthode PILE selon l'ordre en fonction de l'angle d'observation θ_s et comparaison avec la méthode des moments.

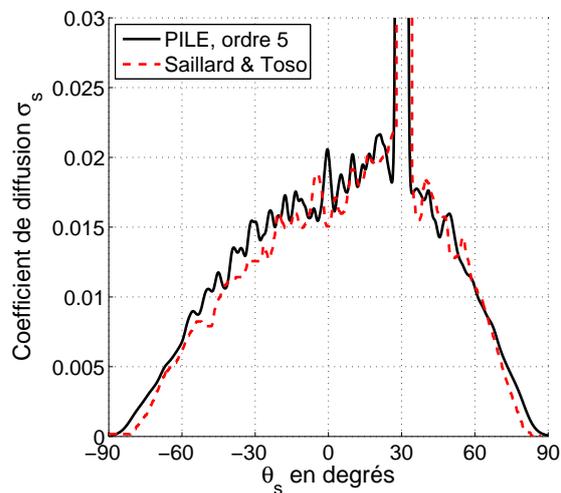


FIG. V.8 – Comparaison du coefficient de diffusion avec les résultats de la figure 9 de [67] en fonction de l'angle d'observation θ_s .

La méthode PILE a été comparée avec les résultats issus de la figure 11 de [67]. Les coefficients de diffusion résultants sont présentés sur les figures V.9 (polarisation TE) et V.10 (polarisation TM) en fonction de l'angle d'observation θ_s . L'angle d'incidence $\theta_i = 0$. Un bon accord est observé entre les deux approches.

V.1.3.2 Comparaison avec la référence [145]

En deuxième exemple, la méthode PILE est comparée avec la méthode de I. Simonsen et A. A. Maradudin [145] basée sur les équations de Rayleigh réduites (méthode basse fréquence). Le système étudié est composé d'une surface supérieure plane, et la surface inférieure est rugueuse, parfaitement conductrice, d'écart type des hauteurs $\sigma_z^- = 30 \text{ nm} = \lambda_0/21$ ($\lambda_0 = 633 \text{ nm}$), obéissant à un processus gaussien. L'épaisseur de la couche $H = 0.79\lambda_0 = 500 \text{ nm}$ et sa permittivité vaut $\epsilon_{r2} = 2.69 + 0.01i$. A noter que $\epsilon_{r1} = 1$ et $\epsilon_{r3} = i\infty$. Le pas de discrétisation $\Delta x = 0.05\lambda_0$ et la longueur des deux surfaces est $L = 160\lambda_0$ ($N = 3200$ points soit 9600 inconnues). De plus, l'angle d'incidence $\theta_i = 0^\circ$, $g = L/10$ (paramètre de l'onde incidente de Thorsos) et la polarisation est horizontale.

L'application recherchée dans l'article [145] est d'observer des pics dits *satellites* qui apparaissent sur le coefficient de diffusion lorsque des ondes guidées se propagent dans la couche. Si la couche peut véhiculer n ondes guidées, et si q_n est le nombre d'onde de chacune de ces ondes, les positions angulaires $\{\theta_{(m,n)}^\pm\}$ des pics satellites vérifient

$$\sin \theta_{(m,n)}^\pm = -\sin \theta_i \pm \frac{1}{k_0} (q_m - q_n). \quad (\text{V.22})$$

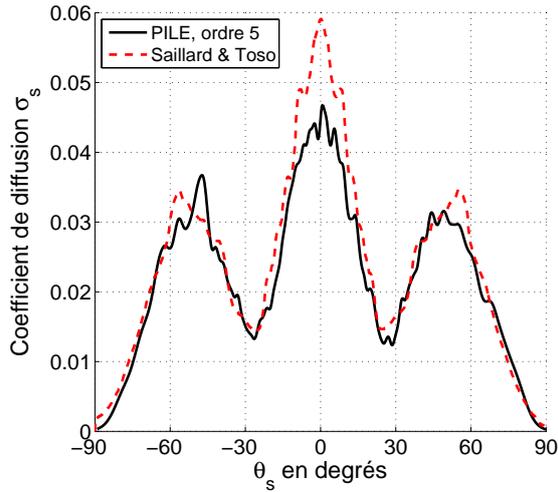


FIG. V.9 – Coefficient de diffusion en fonction de l'angle θ_s en polarisation TE : configuration de la figure 11 de [67]. $\sigma_z^+ = \sigma_z^- = 0.35\lambda_0$, $\sigma_\gamma^+ = \sigma_\gamma^- = 0.49$, $\epsilon_{r2} = 2.5 + 0.01i$, $\epsilon_{r3} = 8$, $H = 1.5\lambda_0$, $\theta_i = 0^\circ$, $\Delta x = 0.03\lambda_0$, $L = 70\lambda_0$ et $g = L/6$.

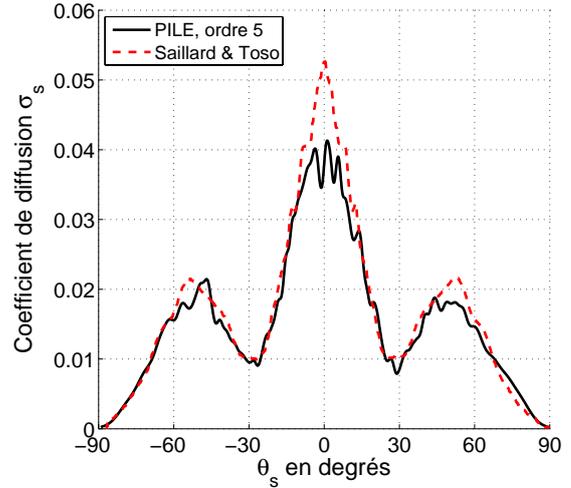


FIG. V.10 – Coefficient de diffusion en fonction de l'angle θ_s en polarisation TM : configuration de la figure 11 de [67].

Pour les modes propagatifs (modes non évanescents), le terme à gauche de l'égalité doit être inférieur à un ($\sin\theta_{(m,n)}^\pm \leq 1$). Puisque $\theta_i = 0^\circ$, deux modes guidés peuvent se propager, dont les nombres d'onde valent $q_1 = 1.2423k_0$ et $q_2 = 1.5466k_0$. Les positions angulaires des pics associés sont alors $\theta_{(1,2)}^\pm = \pm 17.7^\circ$.

D'après la théorie des petites perturbations, la contribution des réflexions simples dans le coefficient de diffusion est proportionnelle au spectre des hauteurs $\hat{W}_0(|k_0 \sin\theta_i - k_0 \sin\theta_s|)$, où $k_0 \sin\theta_i$ et $k_0 \sin\theta_s$ sont les projetés, suivant $\hat{\mathbf{x}}$, des nombres d'onde incident et d'observation, respectivement. En conséquence, la contribution des réflexions simples est importante si $\hat{W}_0(|k_0 \sin\theta_i - k_0 \sin\theta_s|)$ est grand. La particularité d'un spectre gaussien est d'exhiber son maximum pour un nombre d'onde $k = 0$. Par conséquent, pour un spectre gaussien, l'intensité diffusée par la surface émanant des simples réflexions est distribuée autour de la direction d'observation $\theta_s = 0^\circ$. Cet angle est proche de l'angle $\theta_{(1,2)}^\pm = \pm 17.7^\circ$, qui peut donc masquer la contribution de la puissance véhiculée par les modes guidés. Afin de s'affranchir de ce problème, West et O'Donnell [198] ont proposé un spectre, permettant de diminuer fortement la contribution des réflexions simples et d'exhiber les pics satellitaires (figure V.11).

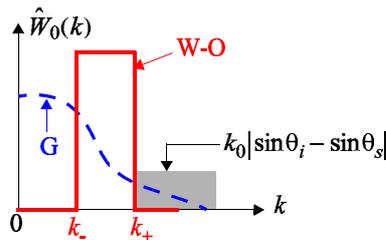


FIG. V.11 – Comparaison qualitative des spectres monolatéraux de West-O'Donnell (W-O) et du cas gaussien (G). A noter que l'intégrale des deux spectres est identique ($\int_0^{+\infty} \hat{W}_0(k) dk = \sigma_z^2$).

C'est un spectre pair ($\hat{W}_0(-k) = \hat{W}_0(k)$), dont la partie définie sur $k \geq 0$, est une porte de largeur $k_+ - k_- > 0$, où $k_- > 0$, centré en $\frac{k_+ + k_-}{2}$, et d'amplitude $\frac{\sigma_z^2}{k_+ - k_-}$ ($\int_0^{+\infty} \hat{W}_0(k) dk = \sigma_z^2$). Une des propriétés de ce spectre est d'être nul pour $k = 0$. De plus, afin d'exhiber la contribution provenant des modes guidés, les nombres d'onde $\{k_+, k_-\}$ vérifient $k_- < q_n < k_+$. Ainsi, pour le système considéré, $k_- = 0.82k_0$ et $k_+ = 1.92k_0$. De plus, en incidence normale, $\theta_i = 0^\circ$, les réflexions simples contribuent si $k_- < |k_0 \sin \theta_s|$ soit $\theta_s \in [55.1; 90]^\circ$.

Les figures V.12 (PILE à l'ordre 5) et V.13 (PILE à l'ordre 15) comparent le coefficient de diffusion incohérent de la méthode PILE et issu du modèle de I. Simonsen et A. A. Maradudin [145], en fonction de l'angle d'observation θ_s . Les lignes verticales indiquent les positions angulaires $\pm 17.7^\circ$ et $\pm 55.1^\circ$. Le nombre de réalisations est de 300, et de 3000 pour la méthode des équations Rayleigh réduites de Simonsen et Maradudin.

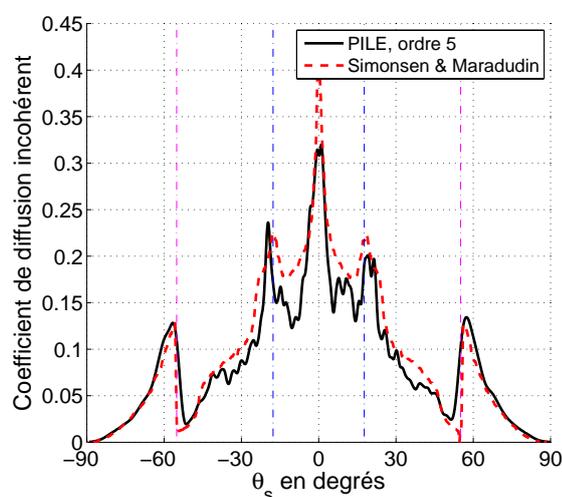


FIG. V.12 – Coefficient de diffusion incohérent en fonction de l'angle d'observation θ_s . Comparaison de la méthode PILE à l'ordre 5 avec les résultats de la figure 3 de [145]. $\sigma_z^+ = 0$, $\sigma_\gamma^+ = 0$, $\sigma_z^- = 0.79\lambda_0$, $\sigma_\gamma^- = 0.42$, $\epsilon_{r2} = 2.69 + 0.01i$, $\epsilon_{r3} = i\infty$, $H = 0.79\lambda_0$, $\theta_i = 0^\circ$, $\Delta x = 0.05\lambda_0$, $L = 160\lambda_0$ et $g = L/10$.

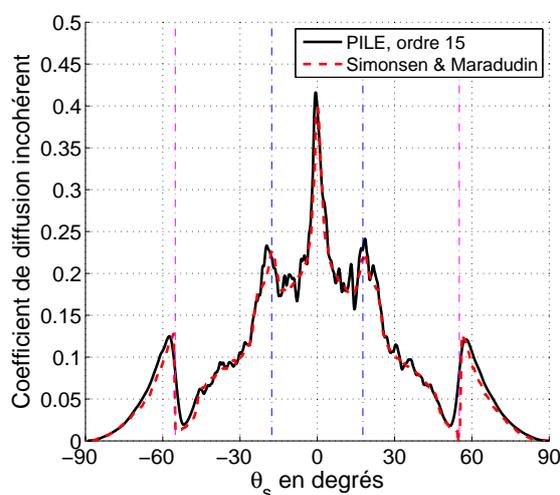


FIG. V.13 – Coefficient de diffusion incohérent en fonction de l'angle d'observation θ_s . Comparaison de la méthode PILE à l'ordre 15 avec les résultats de la figure 3 de [145].

On observe que les positions angulaires des pics satellitaires dûs aux ondes guidées sont bien prédites. Le léger écart angulaire entre la position théorique et celle effectivement trouvée provient du fait que ces angles théoriques correspondent au cas parfait d'une couche inférieure plane. De plus, pour $|\theta_s| > 55.1^\circ$, une brusque augmentation est observée. Pour de tels angles, la puissance diffusée est donnée par les réflexions simples sur l'interface inférieure de la couche. Le maximum observé dans la direction de rétrodiffusion ($\theta_s = -\theta_i = 0^\circ$) est dû au phénomène du "backscattering enhancement".

La méthode PILE ne converge pas aussi rapidement vers la solution de référence que dans les configurations précédentes de l'article de M. Saillard et G. Toso. En effet, pour obtenir une bonne convergence, la méthode PILE est calculée jusqu'à l'ordre 15.

La différence de niveau observée sur la figure V.12, entre le coefficient de diffusion de Si-

monsen et al., et le nôtre obtenu à l'ordre 5, peut être expliquée à l'aide de la figure V.14. Les cartographies des modules du champ diffusé aux ordres 3, 7 et 15 y sont représentés.

Cette représentation graphique permet de mieux visualiser la propagation des deux ondes guidées dans la couche. Ces ondes ayant des nombres d'onde q_1 et q_2 proches, le champ total résultant semble montrer la propagation d'une seule onde guidée, à la différence près que l'onde résultante présente des battements dus à la somme cohérente des deux modes. D'autre part, nous pouvons constater clairement, sur ces figures, que les réflexions multiples dans la couche sont d'autant mieux prises en compte que la méthode est appliquée à un ordre élevé. La méthode PILE converge donc plus lentement que dans la configuration précédente (section précédente), car, ici, des ondes guidées se propagent dans la couche ; ces ondes s'atténuant très lentement en amplitude, les réflexions multiples d'ordre élevé contribuent significativement au coefficient de diffusion.

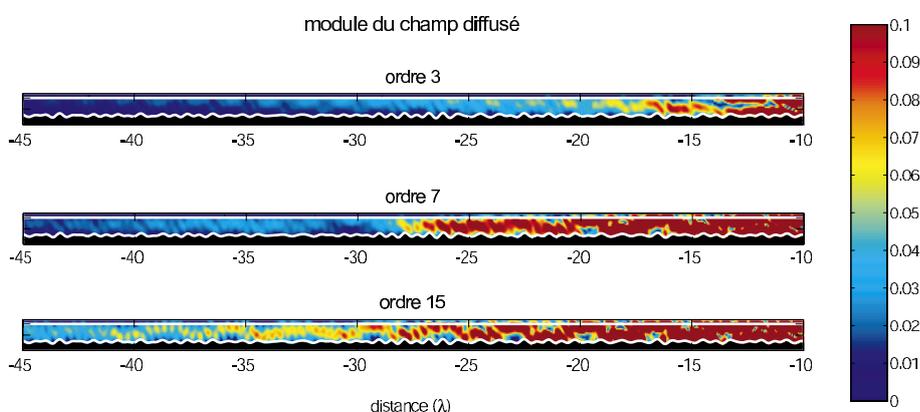


FIG. V.14 – Modules du champ diffusé dans la couche d'ordres 3, 7 et 15 en fonction de la distance normalisée par λ_0 , pour la configuration de la figure 3 de [145]. La longueur de la couche $L = 100\lambda_0$ ($\frac{x}{\lambda_0} \in [-50; 50]$) et $g = L/20 = 5\lambda_0$.

V.1.3.3 Comparaison avec la référence [199]

En dernier exemple, est étudiée la configuration publiée par O. Calvo-Pérez, J.-J. Greffet et A. Sentenac dans [199]. Les auteurs utilisent la méthode analytique approchée du champ moyen (Mean Field Theory) [146]. Le principe de cette méthode est de considérer une diffusion en volume au lieu d'une diffusion surfacique, en décrivant la surface comme une couche de permittivité variable. Une approche perturbative est alors menée en prenant, comme paramètre, le contraste diélectrique. Cette méthode est donc adaptée à des surfaces délimitant des milieux de permittivités proches.

Le système étudié est composé d'une couche où la surface supérieure est rugueuse et la surface inférieure plane, parfaitement conductrice. La surface supérieure obéit à un processus gaussien de spectre gaussien dont l'écart type des hauteurs $\sigma_z^+ = 0.0158\lambda_0$ et l'écart type des pentes $\sigma_\gamma^+ = 0.054$. Les permittivités relatives des trois milieux Ω_1 , Ω_2 et Ω_3 sont respectivement $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 2.69 + 0.075i$ et $\epsilon_{r3} = i\infty$. L'épaisseur de la couche vaut $H = 9.49\lambda_0$, le pas de discrétisation $\Delta x = 0.05\lambda_0$ et la longueur des deux surfaces est $L = 100\lambda_0$ ($N = 2000$ points soit 6000 inconnues). De plus, l'angle d'incidence $\theta_i = 18^\circ$, $g = L/10$ (paramètre de l'onde incidente de Thorsos) et la polarisation est horizontale.

Le but de cette étude est d'observer les franges dites de Selényi sur le coefficient de diffu-

sion. Ces franges ont de particulier que leur emplacement angulaire ne varie pas lorsque l'angle d'incidence varie ; ce phénomène a lieu uniquement lorsque l'écart type des hauteurs de la surface supérieure est très faible ($\sigma_z^+ = 0.0158\lambda_0$). Une explication rigoureuse de ce phénomène est donnée dans [4] en page 106.

La figure V.15 présente le coefficient de diffusion incohérent issu de la méthode PILE à l'ordre 10 avec celui calculé par la méthode de Calvo-Perez et al. (figure 2(b) de [199]), en fonction de l'angle d'observation θ_s . Nous observons encore une fois une bonne concordance entre les résultats.

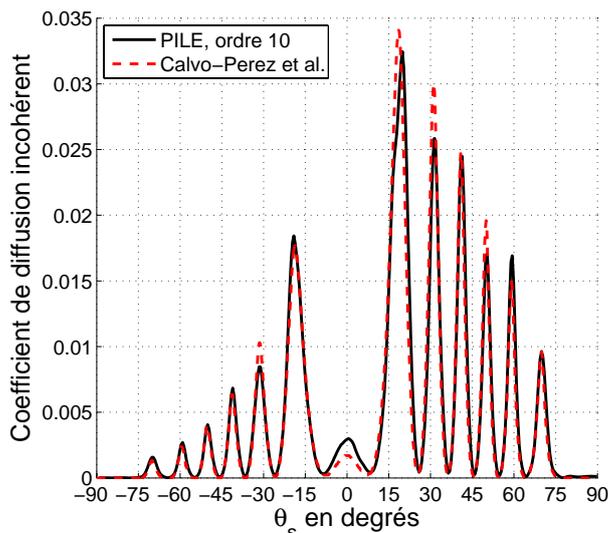


FIG. V.15 – Comparaison de la méthode PILE à l'ordre 10 avec la méthode de Calvo-Perez et al. (figure 2(b) de [199]) en fonction de l'angle d'observation θ_s . $\sigma_z^+ = 0.0158\lambda_0$, $\sigma_\gamma^+ = 0.054$, $\sigma_z^- = 0$, $\sigma_\gamma^- = 0$, $\epsilon_{r2} = 2.69 + 0.075i$, $\epsilon_{r3} = i\infty$, $H = 9.49\lambda_0$, $\theta_i = -18^\circ$, $\Delta x = 0.05\lambda_0$, $L = 100\lambda_0$ et $g = L/10$.

V.1.3.4 Temps de calcul

Dans le tableau V.1, les durées de calcul sont données en fonction du nombre N d'échantillons de la surface pour les figures V.8, V.9, V.13, V.15. Lorsque le milieu inférieur est diélectrique (figures V.8 et V.9), le nombre d'inconnues est de $4N$, alors que dans le cas parfaitement conducteur (figures V.13 et V.15), il est égal à $3N$.

Figures	N	nombre d'inconnues	temps par itération	nombre d'itérations (ordre)	temps par réalisation
V.8	2300	9200	1 mn 40 s	5	8 mn 20 s
V.9	2300	9200	2 mn	5	10 mn
V.13	3200	9600	2 mn	15	30 mn
V.15	2000	6000	1 mn 20 s	10	12 mn

TAB. V.1 – Durées de calcul des simulations en fonction du nombre d'échantillons N par interface (processeur 2 GHz, 1 Go de mémoire vive).

V.1.4 Conclusion

Dans cette section nous avons présenté une nouvelle méthode numérique rigoureuse pour l'étude de la diffusion par deux interfaces rugueuses superposées et séparant des milieux homogènes. Cette nouvelle méthode, qui repose sur une formulation intégrale du problème, exploite la forme particulière des matrices blocs de la matrice impédance. L'originalité de la méthode vient du fait que l'inversion par blocs utilisée pour aboutir à une formulation itérative, fait apparaître une matrice d'itération qui admet une interprétation physique simple ; ainsi les itérées de la méthode prennent en compte les réflexions multiples de l'onde dans la couche. Cette méthode a alors été nommée PILE (Propagation-Inside-Layer Expansion). Sans doute en conséquence de quoi, le domaine de validité de la méthode est grand, et la convergence rapide dans la plupart des cas. Un autre avantage de notre méthode est qu'elle permet d'intégrer des méthodes rapides développées pour le cas d'une simple interface. La méthode BMIA/CAG a alors été intégrée dans la méthode PILE pour réduire la complexité des inversions matricielles à $\mathcal{O}(N \log N)$.

Un résumé de la démarche suivie est la suivante (figure V.16) :

- D'après la forme de la matrice impédance $\bar{\mathbf{Z}}$, le problème $\bar{\mathbf{Z}}\mathbf{X} = \mathbf{b}$ est exprimé à l'aide de l'inversion par blocs de $\bar{\mathbf{Z}}$.
- D'après la particularité du problème, le nombre d'équations nécessaires est réduit.
- Puis, lorsqu'une condition de validité est vérifiée.
- Un développement en série est effectué.
- Ce qui nous permet d'utiliser les méthodes rapides développées dans le chapitre précédent.

En conclusion, à travers les différentes configurations étudiées, la méthode PILE permet de retrouver des résultats prédits théoriquement, quels que soient les mécanismes physiques mis en jeu. En ce sens, elle peut servir dorénavant de méthode de référence à de futures investigations théoriques. A noter que le domaine de validité de la méthode PILE, déterminé par la norme de la matrice caractéristique $\bar{\mathbf{M}}_c$, exclut les épaisseurs H trop faibles de la couche devant la longueur d'onde.

V.2 Méthode asymptotique : approximation de l'optique géométrique

Pour une surface bidimensionnelle (problème tridimensionnel), les méthodes exactes rapides basées sur la méthode des moments requièrent des ressources informatiques importantes en espace mémoire. Sur un PC standard de bureau, ce type de configuration ne peut pas être simulé car il nécessite des machines performantes comme un cluster de PC. C'est pour cela que les méthodes asymptotiques sont toujours d'actualité et un moyen de les valider partiellement, est de les comparer à des méthodes exactes, rapides ou non (cela dépend du nombre d'inconnues à résoudre), dans le cas d'une surface monodimensionnelle. C'est la démarche utilisée dans le laboratoire. La validation est partielle, car les polarisations croisées sont inexistantes pour un problème 2D.

La méthode asymptotique proposée dans cette partie est l'approximation de Kirchhoff, réduite à l'approximation de l'optique géométrique (AOG). Les réflexions multiples sur chaque interface sont négligées. D'après la section III.2.3 du chapitre 2, cette hypothèse est valable si l'écart type des pentes de chacune des interfaces est inférieur à 0.3-0.4. Ce travail a fait l'objet de la thèse de N. Pinel [43].

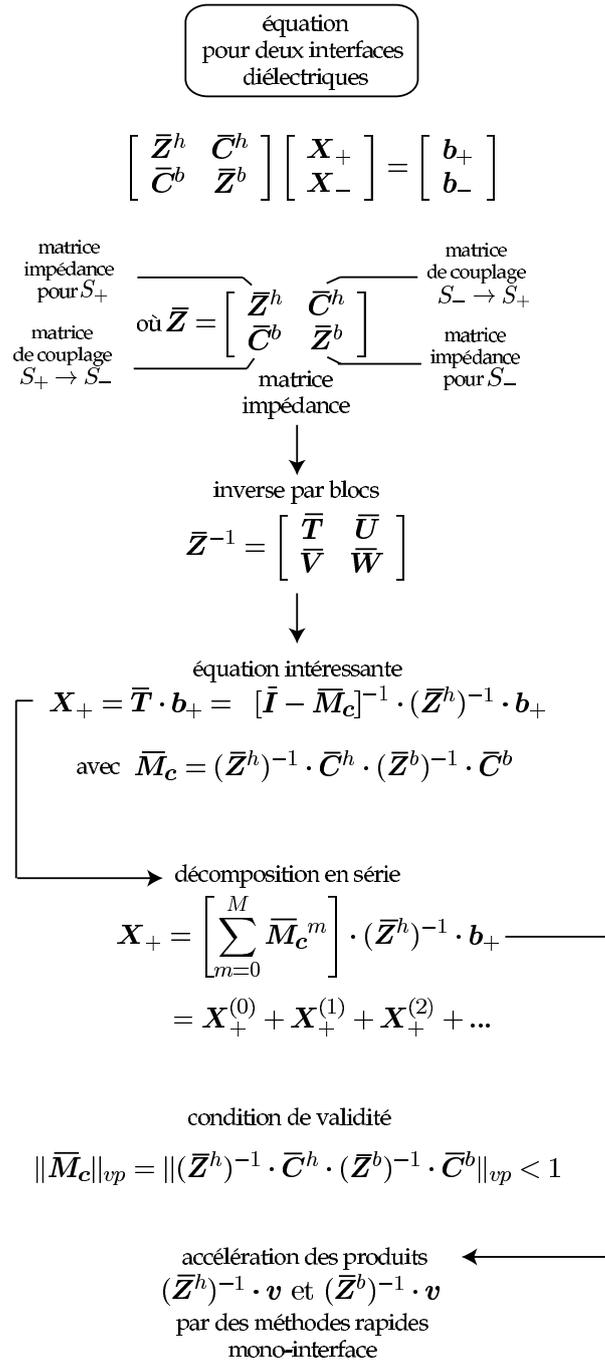


FIG. V.16 – Organigramme de la méthode PILE (Propagation-Inside-Layer Expansion), avec $S_{\pm} \equiv \Sigma_{\pm}$.

Tout d'abord dans le premier paragraphe, la méthodologie est présentée sur une surface 1D, pour laquelle des comparaisons avec la méthode PILE de référence seront effectuées. Dans le second paragraphe, l'approche sera étendue au cas d'une surface 2D où un résumé de la formulation sera reporté. En effet, on verra que la méthodologie est très semblable à celle appliquée pour calculer le champ issu d'une seconde réflexion sur une même interface (chapitre 2, section III.2.3).

V.2.1 Cas d'une couche rugueuse 1D

V.2.1.1 Résumé de la méthode

N. Pinel s'est tout d'abord intéressé au problème 1D. Ce travail a conduit à l'acceptation d'un article [200] fourni en annexe K.

En itérant l'approximation de Kirchhoff, il a exprimé les champs réfléchis $\{E_{s,1}, E_{s,2}, \dots, E_{s,n}\}$ d'ordres 1 à n dans le milieu supérieur Ω_1 (figure V.17), et les champs transmis $\{E_{t,1}, E_{t,2}, \dots, E_{t,n}\}$ d'ordres 1 à n dans le milieu Ω_3 . A noter que par souci de simplicité, la surface inférieure était supposée plane puis rugueuse.

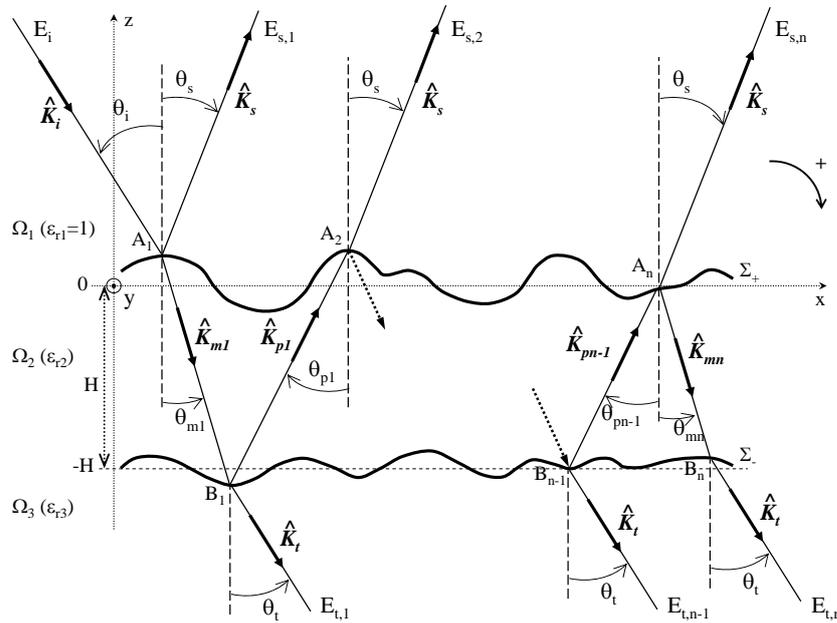


FIG. V.17 – Géométrie utilisée pour l'extension de l'approximation de Kirchhoff à une couche rugueuse 1D.

Les phénomènes d'ombrage en émission, en réception et en transmission, illustrés sur la figure V.18 ont été également introduits à l'aide de la formulation présentée dans le chapitre 1. Puis dans le milieu Ω_1 sous l'AOG, le coefficient de diffusion incohérent résultant, $\sigma_{s,n}$, a été déterminé en calculant la corrélation statistique centrée du champ total réfléchi $E_{s,1} + E_{s,2} + \dots + E_{s,n}$ en zone lointaine. Il s'écrit alors comme la somme de produits de coefficients de diffusion incohérents élémentaires exprimés aux points $\{A_1, B_1, A_2, \dots, B_{n-1}, A_n\}$. De plus, à l'ordre $n > 1$, ils nécessitent le calcul de $2(n-1)$ intégrations numériques sur $\{\theta_{m1}, \theta_{p1}, \theta_{m2}, \theta_{p2}, \dots, \theta_{mn}, \theta_{pn}\}$, correspondant aux angles de propagation dans la couche. En suivant le même raisonnement, le coefficient de diffusion incohérent, $\sigma_{t,n}$, a été calculé dans le milieu Ω_3 . Il requiert alors $2n - 1$ intégrations numériques. Lorsque la surface inférieure est plane, le nombre d'intégrations sur $\sigma_{s,n}$ et $\sigma_{t,n}$ est réduit respectivement à $n - 1$ et n ($n > 1$).

l'AOG est aussi appelée optique des rayons, pour laquelle la phase de l'onde n'est pas prise en compte. Par conséquent pour être consistant avec l'AOG, les ondes évanescentes ne sont pas prises en compte. Ceci implique tout d'abord (lors des calculs menés) que les angles de propagation dans la couche sont réels et sont compris entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$. De plus, il est alors

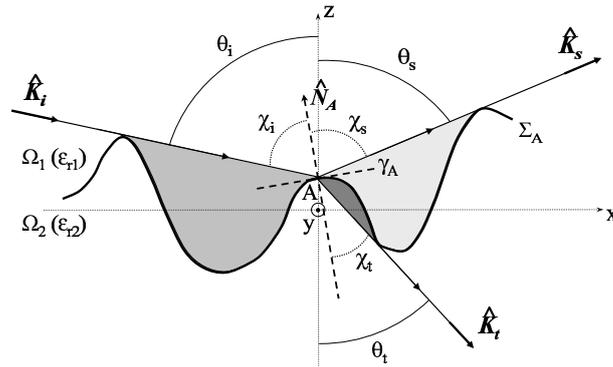


FIG. V.18 – Illustration de l’ombrage en émission (selon θ_i), en réception (selon θ_s) et en transmission (selon θ_t) sur une surface 1D.

nécessaire de supposer que le nombre d’onde du milieu intermédiaire k_2 est réel. Notons que cette dernière hypothèse, restrictive, implique que le modèle en lui-même ne peut pas prendre en compte une couche diélectrique à pertes. Cependant, nous verrons par la suite qu’il est possible de corriger ce défaut simplement et efficacement.

V.2.1.2 Cas coïncident et anticoïncident

En suivant le même raisonnement que pour la double diffraction par une simple interface rugueuse (chapitre 2, section III.2.3), le calcul du champ diffracté en réflexion d’ordre deux $E_{s,2}$ peut être divisé en deux cas :

- Le cas *coïncident* (à droite sur la figure V.19) correspond à A'_1 proche de A_1 , B'_1 proche de B_1 , et A'_2 proche de A_2 (comparativement à la longueur de corrélation de la surface considérée, L_c^+ ou L_c^-). Il contribue pour tous les angles d’observation. Les points de réflexions successives A_1 , B_1 et A_2 peuvent être alors considérés comme *décorrélés* entre eux, ce qui permet de simplifier grandement l’équation finale.

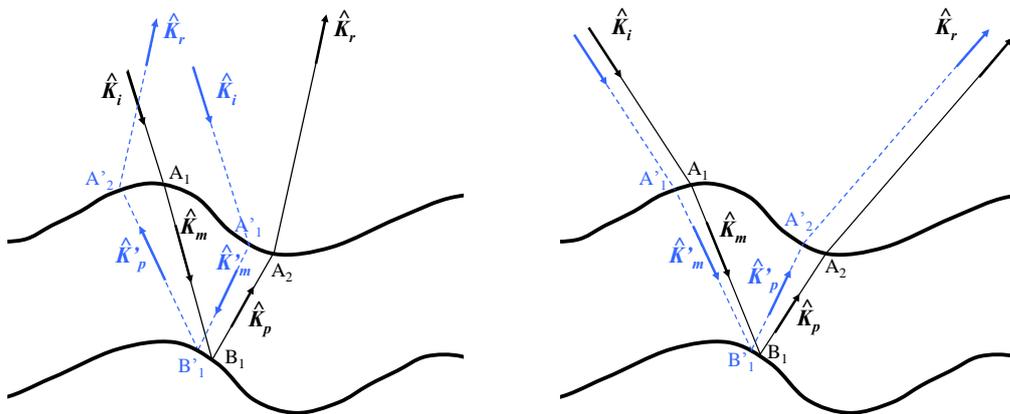


FIG. V.19 – Cas *anticoïncident* (gauche) et *coïncident* (droite) : les pointillés représentent le conjugué du trajet suivi par l’onde.

- Le cas *anticoïncident* (à gauche sur la figure V.19) correspond à A'_1 proche de A_2 , B'_1 proche de B_1 , et A'_2 proche de A_1 (comparativement à la longueur de corrélation de la surface

considérée, L_c^+ ou L_c^-). Ce cas peut contribuer uniquement pour des angles d'observation θ_s dans et autour de la direction de rétro-diffusion $\theta_s = -\theta_i$. C'est le phénomène du "Backscattering enhancement", déjà observé lorsqu'une seconde réflexion se produit sur une même interface. Afin de quantifier ce pic de rétro-diffusion correctement, il est nécessaire de prendre en compte les corrélations entre les différents points de réflexions successives. Ceci complexifie grandement la résolution du problème, impliquant trois intégrations numériques supplémentaires, ce qui donne un total de cinq intégrations numériques imbriquées. Des calculs (annexe E de [43]) ont été menés pour le cas plus simple où la surface inférieure est plane. Ils ont permis de montrer que pour les applications typiques présentées ici, c'est-à-dire pour des écarts type des pentes faibles et/ou des épaisseurs de la couche de l'ordre de ou inférieures à la longueur d'onde, ce phénomène peut être négligé.

V.2.1.3 Cas des milieux à pertes

Nous avons vu que l'AOG entraînait que la couche devait être sans pertes (ϵ_{r2} est réel). La conséquence de ceci est que le modèle proposé est indépendant de l'épaisseur de la couche. Dans ce qui suit nous allons montrer qu'il est possible de prendre en compte ce phénomène en apportant des ajustements mineurs au modèle.

Premièrement, pour déterminer les pertes de propagation de l'onde dans la couche Ω_2 , il est nécessaire de connaître le chemin suivi par l'onde dans ce milieu, et donc les angles de propagation. Or il y a un problème dans la définition des angles *physiques* de propagation dans le milieu Ω_2 , θ_{m1} et θ_{p1} (figure V.17). En effet, pour des milieux sans pertes, ces derniers sont habituellement obtenus à partir de la deuxième loi de Snell-Descartes, exprimée respectivement en transmission et réflexion par

$$\sqrt{\epsilon_{r2}} \sin \chi_t = \sqrt{\epsilon_{r1}} \sin \chi_i, \quad (\text{V.23})$$

$$\chi_s = -\chi_i, \quad (\text{V.24})$$

avec χ_i l'angle local d'incidence, χ_t l'angle local de transmission, et χ_s l'angle local de réflexion, par rapport à la normale locale de la surface considérée (figure V.18).

Alors, connaissant la pente locale de la surface, il est facile d'obtenir θ_{m1} connaissant l'angle d'incidence θ_i et en utilisant la loi de Snell-Descartes en transmission (V.23) sur l'interface rugueuse ; puis θ_{p1} connaissant θ_{m1} et en utilisant la loi de Snell-Descartes en réflexion (V.24) sur l'interface inférieure. Le problème est que, pour $\epsilon_{r2} \equiv \underline{\epsilon}_{r2} \in \mathbb{C}$, comme le terme de droite de l'équation (V.23) est réel, le produit $\sqrt{\underline{\epsilon}_{r2}} \sin \underline{\chi}_t$ à gauche de l'équation doit être réel, ce qui implique que $\underline{\chi}_t$ est complexe (puisque $\underline{\epsilon}_{r2}$ est complexe). Cependant, nous cherchons à déterminer l'angle *physique* (donc une valeur réelle) local de propagation χ_t dans le milieu Ω_2 (dans le but de déterminer θ_{m1} connaissant la pente locale de la surface), qui n'est pas simplement la partie réelle de $\underline{\chi}_t$. Il est donné par [201]

$$\tan \chi_t^{\text{phys}} = \frac{\sin \chi_i}{p} \quad \text{avec} \quad p = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{(\epsilon'_{r2} - \sin^2 \chi_i)^2 + \epsilon''_{r2}{}^2} + (\epsilon'_{r2} - \sin^2 \chi_i) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{V.25})$$

où $\underline{\epsilon}_{r2} = \epsilon'_{r2} + i \epsilon''_{r2}$. Alors, ceci permet de déterminer θ_{m1} , puis θ_{p1} en utilisant l'équation (V.24) sur l'interface inférieure, connaissant la pente locale de la surface.

Pour évaluer les pertes de propagation \mathcal{A} , en première approximation les interfaces peuvent

être supposées planes. Alors les pertes de puissance dans la couche \mathcal{A} sont données par

$$\mathcal{A} \simeq \exp\left(-\frac{4k_0 H q}{\cos \theta_t^{\text{plan}}}\right) \quad \text{avec} \quad q = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{(\epsilon'_{r2} - \sin^2 \theta_i)^2 + \epsilon''_{r2}{}^2} - (\epsilon'_{r2} - \sin^2 \theta_i) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{V.26})$$

où θ_i est l'angle d'incidence, H l'épaisseur de la couche, θ_t^{plan} est calculé à l'aide de l'équation (V.25) avec $\chi_i = \theta_i$. Le coefficient de diffusion avec pertes est alors défini comme le produit du coefficient de diffusion sans pertes multiplié par \mathcal{A} .

V.2.1.4 Propriétés physiques du modèle

Le modèle proposé est applicable pour une statistique des pentes de la surface quelconque, et dépend de la fréquence et de l'épaisseur de la couche via le terme d'atténuation \mathcal{A} . Il vérifie la propriété de réciprocité et peut s'appliquer à des milieux parfaitement conducteurs ou diélectriques. De plus, quand la contribution anti-coïncidente est négligeable, le modèle est indépendant de la DDP des hauteurs de la surface.

Les expressions des coefficients de diffusion sont données de manière explicite, et relativement simple. Leur implantation numérique ne pose pas de problème particulier, et elle est stable numériquement. De plus, les résultats peuvent être obtenus rapidement, puisque le calcul du coefficient de diffusion en réflexion du second ordre (une seule réflexion par la surface inférieure est prise en compte) n'implique que deux intégrations numériques imbriquées.

Les limites du modèle correspondent au domaine de validité de l'AK du premier ordre, (les diffusions multiples par la même interface ne sont pas prises en compte) réduite à l'AOG, avec l'hypothèse supplémentaire que les points de diffusion successifs sont décorrélés. Ainsi, il s'applique à des surfaces dont le rayon de courbure moyen vérifie $R_c > \lambda_1$, à des écarts type des pentes faibles ($\sigma_\gamma < 0.3 - 0.4$), et à des écarts type des hauteurs $\sigma_z > 0.5\lambda_1$.

V.2.1.5 Simulations

- *Couche sans pertes*

Le système considéré est une couche de permittivité relative $\epsilon_{r2} = 3$ (sans pertes), d'épaisseur moyenne $H = 6\lambda_0$, et le milieu inférieur est parfaitement conducteur, de permittivité relative $\epsilon_{r3} = i\infty$ (le milieu supérieur est assimilé au vide, $\epsilon_{r1} = 1$). Nous avons choisi un milieu inférieur parfaitement conducteur pour que la contribution du coefficient de diffusion d'ordre deux $\sigma_{s,2}$ soit la plus élevée. L'écart type des hauteurs des deux surfaces rugueuses est fixé à $\sigma_z^\pm = \lambda_0/2$, et l'écart type des pentes est pris tel que $\sigma_\gamma^\pm = 0.1$. Ceci est en accord avec le domaine de validité du modèle. La DDP des pentes est supposée gaussienne et centrée. Seule la première réflexion à l'intérieur de la couche est prise en compte (à travers $\sigma_{s,2}$), et sa contribution est comparée avec la réflexion par l'interface supérieure (quantifiée par $\sigma_{s,1}$). Ainsi, nous étudions la comparaison entre le coefficient de diffusion total du second ordre $\sigma_{s,2}^{\text{tot}} = \sigma_{s,1} + \sigma_{s,2}$ et celui du premier ordre $\sigma_{s,1}^{\text{tot}} = \sigma_{s,1}$. Les simulations sont présentées pour des angles d'incidence $\theta_i = 0^\circ$ et $\theta_i = -20^\circ$.

Le modèle asymptotique est comparé à la méthode PILE de N. Déchamps. De plus, puisque les écarts type des hauteurs considérés sont inférieurs à la longueur d'onde λ_0 , la méthode PILE est combinée à la méthode BMIA/CAG afin de réduire la complexité des inversions de matrices à $\mathcal{O}(N \log N)$. La complexité de PILE est alors de N^2 (multiplication matrice-vecteur). Une des originalités de la méthode PILE est de pouvoir calculer la contribution du champ diffracté n

fois dans la couche, correspondant donc à $\sigma_{s,n}^{\text{tot}}$. Le pas d'échantillonnage sur chaque interface est $\Delta x = \lambda_0/10$, et la longueur de chaque interface est $L = 150\lambda_0$, soit $N = 1500$ points par interface. Pour le cas PC, le nombre d'inconnues est donc de $3N = 4500$. A l'aide de simulations de Monte-Carlo, le champ diffracté est moyenné sur 50 réalisations. Le paramètre d'atténuation de l'onde de Thorsos vaut $g = L/10$.

Les figures V.20 et V.21 présentent les coefficients de diffusion incohérents $\sigma_{s,1}$ et $\sigma_{s,2}^{\text{tot}} = \sigma_{s,1} + \sigma_{s,2}$ en dB en fonction de l'angle d'observation θ_s en polarisation V.

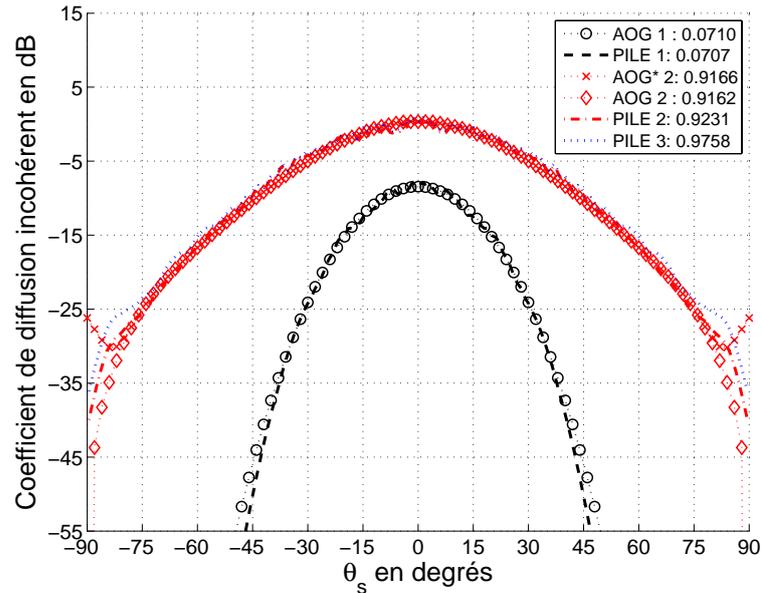


FIG. V.20 – Coefficients de diffusion incohérents $\sigma_{s,1}$ et $\sigma_{s,2}^{\text{tot}} = \sigma_{s,1} + \sigma_{s,2}$ en dB en fonction de l'angle d'observation θ_s en polarisation V pour $\epsilon_{r2} = 3$, $\epsilon_{r3} = i\infty$ et $H = 6\lambda_0$, avec $\theta_i = 0^\circ$.

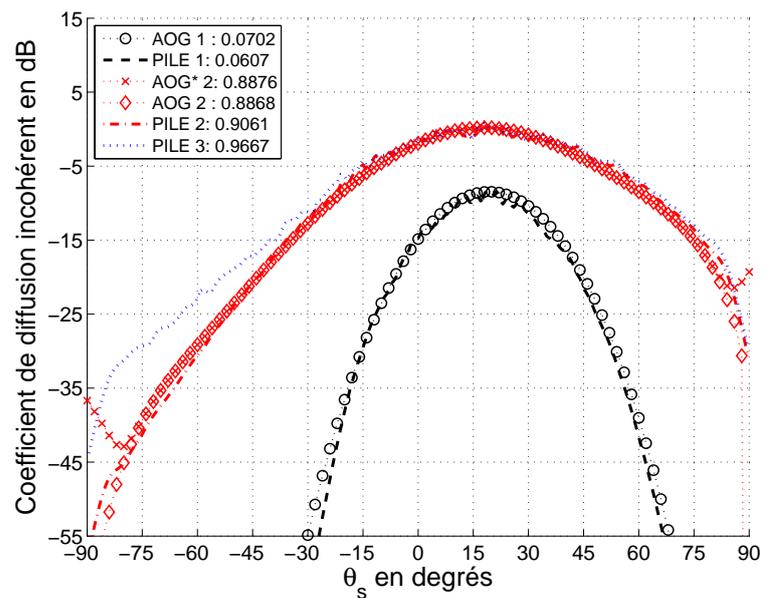


FIG. V.21 – Mêmes simulations que sur la figure V.20, mais avec $\theta_i = -20^\circ$.

De plus, les résultats issus de la méthode PILE sont présentés jusqu'à l'ordre trois. Sur la figure V.20, $\theta_i = 0^\circ$, alors que sur la figure V.21, $\theta_i = -20^\circ$. Dans la légende

- “AOG n ” dénote le coefficient de diffusion incohérent *avec ombre*, $\sigma_{s,n}^{\text{tot}}$, calculé à l'ordre n avec l'AOG.
- “AOG* n ” dénote le coefficient de diffusion incohérent *sans ombre*, $\sigma_{s,n}^{\text{tot}}$, calculé à l'ordre n avec l'AOG.
- “PILE n ” dénote le coefficient de diffusion incohérent, $\sigma_{s,n}^{\text{tot}}$, calculé à l'ordre n avec la méthode PILE.

De plus, est donnée la valeur de l'intégrale $\frac{1}{\cos \theta_i} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \sigma_{s,n}^{\text{tot}}(\theta_i, \theta_s) d\theta_s$. Théoriquement, pour une couche sans pertes dont la surface inférieure est parfaitement conductrice, elle vaut l'unité.

Sur les deux figures, en polarisations V et H (seule la polarisation V est représentée ici), un bon accord est observé sur la contribution du premier ordre $\sigma_{s,1}$ entre les courbes issues de la méthode PILE et de l'approche asymptotique. Le modèle avec effet d'ombre n'est pas représenté ici car pour cette configuration, il n'y a pas de différence avec le modèle avec ombre.

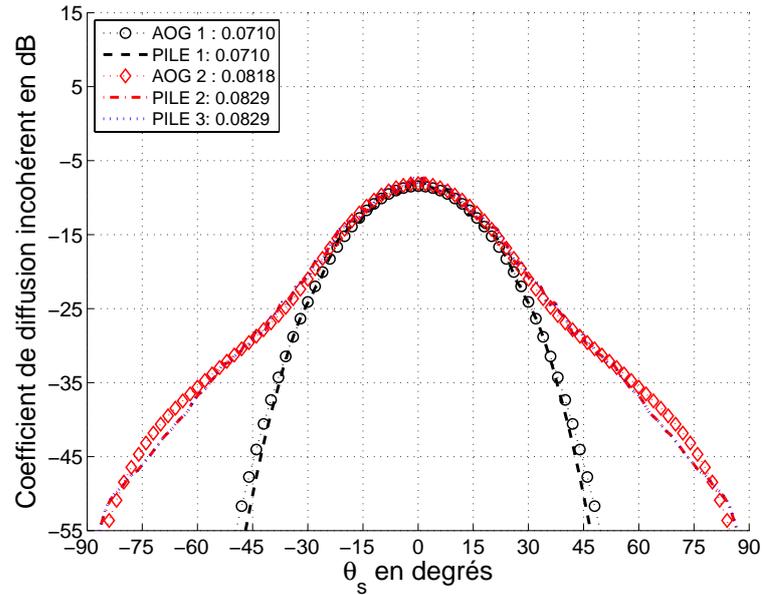
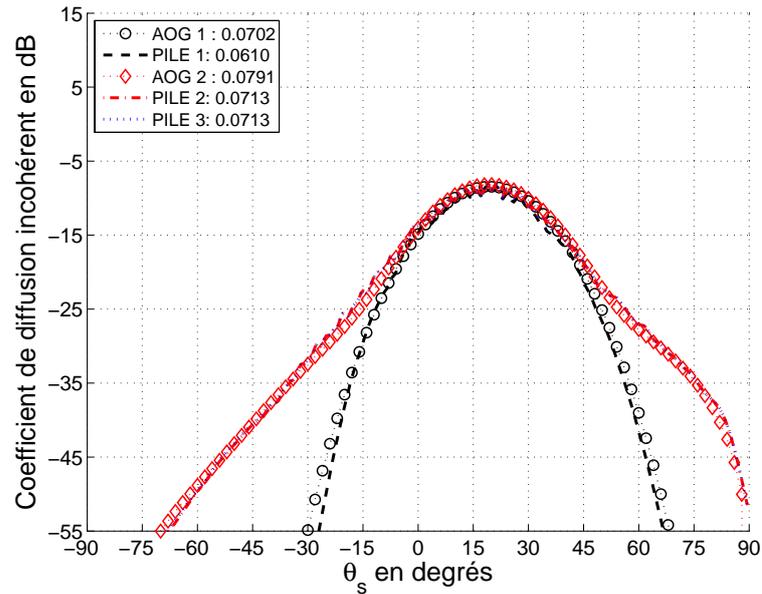
Pour le second ordre $\sigma_{s,2}^{\text{tot}}$, nous pouvons observer que cette contribution est significative, non seulement dans et autour de la direction spéculaire, mais aussi dans toutes les autres directions de diffusion en réflexion. En effet, comme la permittivité du milieu intermédiaire est proche de celle du milieu supérieur, la majeure partie de la puissance incidente est transmise dans le milieu intermédiaire vers la surface inférieure parfaitement conductrice. Alors, toute cette énergie est diffusée en réflexion vers l'interface supérieure, qui en majeure partie est re-transmise dans le milieu incident. Ainsi, le coefficient de diffusion du second ordre a une contribution significative sur le coefficient de diffusion total, en comparaison avec celui du premier ordre.

L'intensité diffusée n'est pas concentrée autour de la direction spéculaire, contrairement au premier ordre : elle possède une dispersion angulaire plus grande. En effet, la puissance diffusée du second ordre a subi trois diffusions successives : deux diffusions en transmission, et une diffusion en réflexion. Les résultats du modèle asymptotique montrent un bon accord avec ceux de la méthode PILE, à la fois en polarisations V et H (seule la polarisation V est représentée ici), et pour les deux angles d'incidence. Les résultats confirment le fait que pour cette configuration, l'effet d'ombre contribue seulement pour des angles d'observation rasants (au-delà de $75 - 80^\circ$ ici), dont les niveaux sont non négligeables, et il est alors nécessaire de prendre en compte l'ombrage afin d'obtenir des résultats numériques en adéquation avec la méthode PILE. Enfin pour $\theta_i = -20^\circ$, on peut observer que l'ordre 3 de la méthode PILE contribue davantage en propagation arrière ($\theta_s \in [-\pi/2; |\theta_i|]$) et sous des angles d'observation rasants. Le critère de la conservation d'énergie est également plus proche de l'unité.

• *Couche avec pertes*

Afin de valider l'approche utilisée pour prendre en compte un milieu Ω_2 (couche) à pertes, la permittivité $\epsilon_{r2} = 3 + 0.1i$ ($H = 6\lambda_0$). Dans ce cas, le facteur d'atténuation (V.26) vaut $\mathcal{A} = \{-13.4, -13.9\}$ dB pour $\theta_i = \{0, -20\}^\circ$. Les figures V.22 et V.23 présentent les mêmes simulations que sur les figures V.20 et V.21 mais avec $\epsilon_{r2} = 3 + 0.1i$ (au lieu de $\epsilon_{r2} = 3$).

En comparant avec les courbes des figures V.20 et V.21 (cas sans pertes), pour les deux angles d'incidence, pour les deux courbes du modèle avec ombre et de la méthode PILE, nous pouvons remarquer que la différence entre les cas avec et sans pertes sur la contribution de $\sigma_{s,2}$ est globalement constante, et est de l'ordre de grandeur des pertes de propagation calculées à partir de l'équation (V.26).

FIG. V.22 – Mêmes simulations que sur la figure V.20, mais avec $\epsilon_{r2} = 3 + 0.1i$.FIG. V.23 – Mêmes simulations que sur la figure V.21, mais avec $\epsilon_{r2} = 3 + 0.1i$.

De plus, pour le cas avec pertes, nous notons que les courbes du modèle avec ombre et de la méthode PILE coïncident autour de la direction spéculaire $\theta_s = -\theta_i$, et les différences dans les autres directions sont les mêmes que celles observées pour le cas sans pertes. Nous pouvons également noter que la contribution de l'ordre trois dans la méthode PILE est négligeable pour une couche avec pertes.

Des simulations réalisées avec différentes valeurs de $\Im m(\epsilon_{r2})$ mènent à la même conclusion, c'est-à-dire un bon accord entre le modèle avec ombre et la méthode PILE. En conséquence, les pertes de propagation sont le facteur principal d'atténuation en puissance de l'onde. Ainsi, la

modification mineure apportée via l'équation (V.26) permet de traiter une couche avec pertes, conduisant alors à de bons résultats quantitatifs.

• *Cas d'une interface inférieure plane*

Afin d'étudier l'effet de la rugosité sur le coefficient de diffusion, l'interface inférieure est plane. Les figures V.24 et V.25 présentent respectivement les mêmes variations que sur les figures V.20 ($\theta_i = 0^\circ$) et V.21 ($\theta_i = 20^\circ$), mais l'interface inférieure est supposée plane.

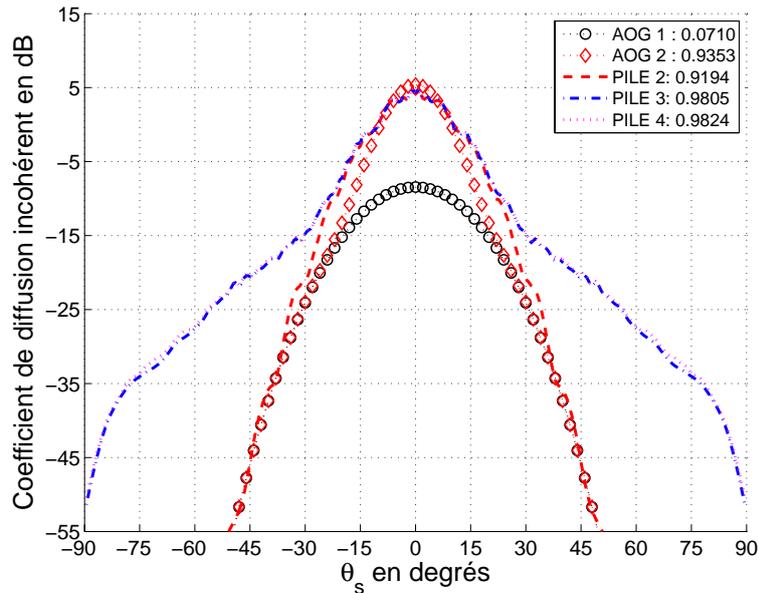


FIG. V.24 – Mêmes simulations que sur la figure V.20, mais l'interface inférieure est supposée plane.

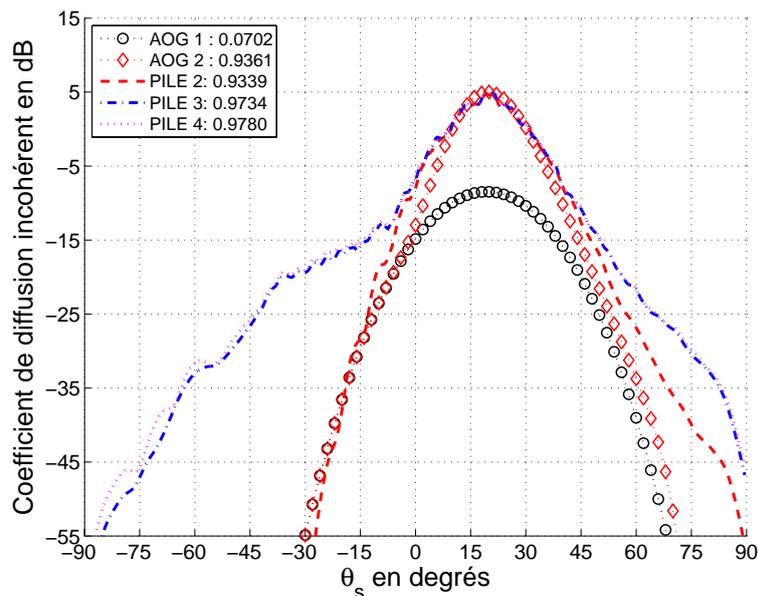


FIG. V.25 – Mêmes simulations que sur la figure V.21, mais l'interface inférieure est supposée plane.

Pour $\theta_i = 0^\circ$, la différence entre le cas rugueux et le cas plan sur la contribution du second ordre $\sigma_{r,2}^{\text{tot}}$ est claire. Pour une interface inférieure plane, la contribution du second ordre est concentrée autour de la direction spéculaire $\theta_s = -\theta_i$. En effet, l'interface inférieure étant plane, l'énergie incidente sur l'interface inférieure n'est pas diffusée dans toutes les directions de réflexion comme pour le cas rugueux, mais réfléchi dans la direction spéculaire. Au contraire, pour une interface inférieure rugueuse, la contribution du second ordre est plus faible dans et autour de la direction spéculaire, et la puissance diffusée est distribuée de manière plus uniforme sur tous les angles de diffusion. Les mêmes observations peuvent être faites pour $\theta_i = -20^\circ$.

• **Application à la détection d'une nappe de pétrole**

Comme dernier exemple, nous allons nous intéresser à la configuration monostatique $\theta_s = -\theta_i$, pour des applications à des systèmes radar par exemple. Plus précisément, nous allons étudier à l'aide de notre modèle asymptotique si le contraste entre une mer propre et polluée est suffisant (supérieur à 3-4 dB) sur le coefficient de diffusion pour détecter une pollution maritime. Afin de traiter un cas proche de la réalité, la fréquence considérée est de 35 GHz (bande K_a , $\lambda_0 = 8.6$ mm) et l'épaisseur de pétrole est fixée à $H = \lambda_0 = 8.6$ mm. L'épaisseur n'est pas choisie trop petite afin de supposer que les deux interfaces sont décorréliées. Les permittivités relatives du pétrole et de la mer sont respectivement de l'ordre de $\epsilon_{r,2} = 2 + 0.04i$ [202] et $\epsilon_{r,3} = 16 + 25i$ [203]. Pour une vitesse de vent $u_{10} = 5$ m/s, d'après le modèle Cox et Munk [95], qui est indépendant de l'épaisseur de la couche, l'écart type des pentes dans la direction du vent vaut $\sigma_\gamma = 0.094$ pour une nappe de pétrole et $\sigma_\gamma = 0.126$ pour une mer propre. La DDP des pentes des deux interfaces est choisie gaussienne. Sous l'approximation de l'optique géométrique, la connaissance du spectre des hauteurs n'est pas nécessaire.

Dans le chapitre deux pour une mer propre, nous avons vu que pour des incidences $\theta = -\theta_i \in [0; 20 - 30]^\circ$, seules les vagues de gravité contribuent au processus de diffusion modélisé alors par l'AOG. En revanche, au-delà de cet angle limite, les vagues de capillarité contribuent également au processus de diffusion, modélisé alors par la méthode des petites perturbations. Pour une mer contaminée, les vagues de capillarité sont fortement atténuées, ce qui signifie que la contribution des vagues de hautes fréquences décroît, impliquant que l'écart type des pentes décroît également. Ainsi, l'AOG peut être utilisée pour des angles d'incidence couvrant un intervalle plus grand. On peut espérer de 0° à $30 - 40^\circ$. Le spectre d'une mer contaminée peut être calculé à l'aide du modèle de Lombardini et al. [204]. Il est indépendant de l'épaisseur de la couche. Plus récemment, à partir des travaux de Jenkins et Jacobs [205], développés en 1997, j'ai proposé [206] un modèle de spectre semi-empirique qui dépend de l'épaisseur de la nappe de pétrole.

La figure V.26 compare le coefficient de diffusion incohérent en dB entre une mer propre ($\sigma_{s,1}$) et une mer de pétrole ($\sigma_{s,1} + \sigma_{s,2}$) en fonction de l'angle d'observation $\theta_s = -\theta_i$.

Pour une mer propre, les résultats montrent que l'effet d'ombre peut être négligé pour cette configuration. Par ailleurs, il est observé que la distinction entre une mer de pétrole et une mer propre n'est pas aisée pour des angles d'incidence faibles. Néanmoins, pour des angles d'incidence de l'ordre de 30° et au-delà, cette distinction est plus facile. Soit C le contraste entre une mer propre et une mer de pétrole. Avec σ_r^{mer} le coefficient de diffusion de la mer propre et $\sigma_r^{\text{pétrole+mer}}$ le coefficient de diffusion de la mer de pétrole, le contraste est défini par $C = \sigma_r^{\text{pétrole+mer}} / \sigma_r^{\text{mer}}$. Alors, pour un angle d'incidence $\theta_i = 0^\circ$, $C = -2.6$ dB : ce contraste est peu significatif, mais la détection de nappe de pétrole peut être possible. Ce contraste diminue quand θ_i augmente jusqu'à 22° , où le contraste tend vers 0 dB : la détection pour θ_i autour de 22° est alors très difficile. Pour des angles d'incidence supérieurs à 22° et en supposant que le modèle reste valide, ce contraste augmente : la détection de nappe de pétrole pourrait alors être

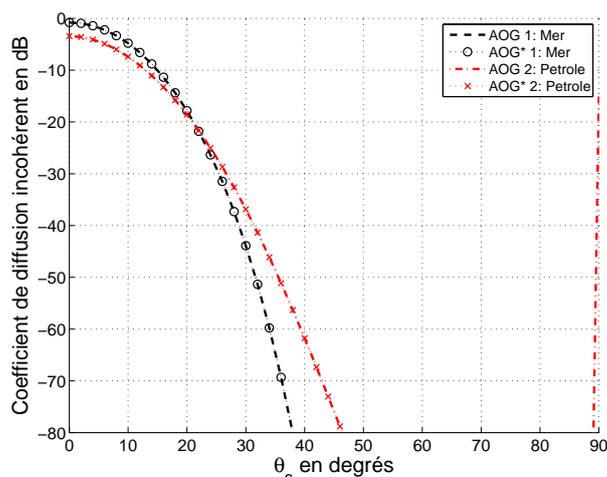


FIG. V.26 – Comparaison du coefficient de diffusion incohérent en dB entre une mer propre ($\sigma_{s,1}$ avec $\sigma_\gamma = 0.126$ et $\epsilon_{r,2} = 16 + 25i$) et une mer de pétrole d'épaisseur moyenne $H = \lambda_0 = 8.6$ mm ($f = 35$ GHz, $\sigma_{s,1} + \sigma_{s,2}$ avec $\sigma_\gamma = 0.094$, $\epsilon_{r,2} = 2.0 + 0.04i$ et $\epsilon_{r,3} = 16 + 25i$).

possible. Cependant, les niveaux des coefficients de diffusion deviennent faibles (inférieurs à -50 dB), et seuls des capteurs de bonne sensibilité peuvent détecter de tels niveaux.

Ainsi, en bande K_a , en monostatique, il serait possible de détecter des nappes de pétrole d'épaisseur moyenne $H = \lambda_0$, pour des angles d'incidence faibles. Le modèle peut s'appliquer pour des fréquences plus basses de l'ordre de quelques GHz, mais dans ce cas afin de négliger la corrélation statistique entre les deux surfaces, l'épaisseur doit être de l'ordre de quelques centimètres, ce qui est moins réaliste.

V.2.2 Cas d'une couche rugueuse 2D

V.2.2.1 Introduction

Dans cette section, pour un problème 3D, les champs diffractés en réflexion et en transmission par une couche rugueuse (figure V.17) sont exprimés à l'aide de l'approximation de Kirchhoff, combinée à la représentation de Weyl, qui décompose la fonction de Green en somme d'ondes planes. Par souci de simplicité, uniquement les expressions à l'ordre 1 pour le champ transmis, $\mathbf{E}_{t,1}$, et aux ordres 1 et 2 pour les champs réfléchis, $\{\mathbf{E}_{s,1}, \mathbf{E}_{s,2}\}$, sont reportées dans ce document. Puis, en appliquant successivement l'approximation de la phase stationnaire (APS) et l'approximation de l'optique géométrique (AOG), les coefficients de diffusion résultants sont déterminés. Enfin, cette section se terminera par des simulations.

V.2.2.2 Expressions des champs diffractés

D'après l'équation (III.32) et en adoptant la notation de la figure V.17, le champ diffracté par la surface Σ_+ au point A_1 en zone proche et dans le milieu *supérieur* Ω_1 , sous l'approximation de Kirchhoff, est donné par

$$E_{A_1, e_s e_i}^s = +jK_1 \int_{\Sigma_+} \mathbf{E}_i(\mathbf{R}_{A_1}) F_{e_s, e_i}^s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{A_1, x}, \gamma_{A_2, y}) G_1(\mathbf{R}_{A_1}, \mathbf{R}) \Xi_s(\mathbf{R}_{A_1}) d\mathbf{r}_{A_1} \quad \forall \mathbf{R} \in \Omega_1, \quad (\text{V.27})$$

où la fonction F_{e_s, e_i}^s (exposant s pour indiquer la réflexion) est exprimée à partir des équations (III.4) et (III.9). $\Xi_s(\mathbf{R}_{A_1})$ est la fonction d'illumination simple réflexion en réflexion. $\Xi_s(\mathbf{R}_{A_1}) = 1$, si un point arbitraire A_1 de la surface de coordonnées $\mathbf{R}_{A_1} = x_{A_1}\hat{\mathbf{x}} + y_{A_1}\hat{\mathbf{y}} + z_{A_1}\hat{\mathbf{z}}$ est illuminé par un faisceau de direction $\hat{\mathbf{K}}_i$, et si ce point est vu par un observateur porté par la direction $\hat{\mathbf{K}}_s$. Sinon, $\Xi_s(\mathbf{R}_{A_1}) = 0$. $\{\gamma_{A_1, x}, \gamma_{A_1, y}\}$ désignent les pentes de la surface du point A_1 selon les directions $\hat{\mathbf{x}}$ et $\hat{\mathbf{y}}$. L'indice e_i dénote l'état de polarisation de l'onde incidente $e_i = \{v_i, h_i\} \equiv \{V, H\}$ et l'indice e_s celui de l'onde diffractée $e_s = \{v_s, h_s\} \equiv \{V, H\}$. Le point d'observation est repéré par le vecteur $\mathbf{R} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$ de direction $\hat{\mathbf{K}}_s$ en réflexion (et de direction $\hat{\mathbf{K}}_t$ en transmission). G_α est la fonction de Green scalaire du milieu Ω_α ($\alpha = \{1, 2, 3\}$). $\mathbf{E}_i(\mathbf{R}_{A_1})$ est le champ incident sur la surface.

De la même manière, le champ diffracté par la surface Σ_+ au point A_1 en zone proche, dans le milieu *intermédiaire* Ω_2 , sous l'approximation de Kirchhoff, est donné par

$$E_{A_1, e_t e_i}^t = -jK_2 \int_{\Sigma_+} \mathbf{E}_i(\mathbf{R}_{A_1}) F_{e_t, e_i}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_t; \gamma_{A_1, x}, \gamma_{A_1, y}) G_2(\mathbf{R}_{A_1}, \mathbf{R}) \Xi_t(\mathbf{R}_{A_1}) d\mathbf{r}_{A_1} \quad \forall \mathbf{R} \in \Omega_2, \quad (\text{V.28})$$

où la fonction F_{e_t, e_i}^t (exposant t pour indiquer la transmission) est exprimée à partir des équations (III.4), et (III.9) avec les substitutions suivantes : $\hat{\mathbf{K}}_s \rightarrow \hat{\mathbf{K}}_t$, et $\eta_1 \rightarrow \eta_2$ uniquement dans (III.9).

D'après la représentation de Weyl, la fonction de Green scalaire peut être décomposée en somme d'ondes planes, conduisant à

$$G_\alpha(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}) = \frac{j}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{q} \exp\{j[\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) + q|z - z_1|]\} d\mathbf{k}, \quad (\text{V.29})$$

avec

$$q = \begin{cases} \sqrt{k_\alpha^2 - \mathbf{k}^2} & \text{si } k_\alpha^2 \geq \mathbf{k}^2 \\ j\sqrt{\mathbf{k}^2 - k_\alpha^2} & \text{si } k_\alpha^2 < \mathbf{k}^2 \end{cases}. \quad (\text{V.30})$$

De plus, en champ lointain la fonction de Green s'écrit

$$G_\alpha(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}) = \frac{\exp[j(K_\alpha R_\infty - \mathbf{K}_\alpha \cdot \mathbf{R})]}{4\pi R_\infty}. \quad (\text{V.31})$$

Par la suite, la notation $\bar{\mathbf{E}}_{A_1}^{s,t}$ représentera la matrice du champ diffracté au point $\mathbf{R}_{A_1} \in \Sigma_+$ dont les éléments sont $\{E_{A_1, e_s e_i}^{s,t}\}$. De la même manière, $\bar{\mathbf{F}}^{s,t}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{s,t}; \gamma_{A_1, x}, \gamma_{A_1, y}) = \bar{\mathbf{F}}^{s,t}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{s,t}; \gamma_{A_1})$ est la matrice des termes de polarisation dont les éléments sont $F_{e_s, t, e_i}^{s,t}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{s,t}; \gamma_{A_1, x}, \gamma_{A_1, y})$. De plus, $\mathbf{k} = \mathbf{K} \cdot (\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}})$, $q = \mathbf{K} \cdot \hat{\mathbf{z}}$ et $\hat{q} = q/|\mathbf{K}|$.

En adoptant la notation de la figure V.17 et d'après l'équation (V.28), le champ transmis dans le milieu Ω_2 s'écrit

$$\bar{\mathbf{E}}_{A_1}^t(\mathbf{R}) = -jK_2 \int_{\Sigma_+} \mathbf{E}_i(\mathbf{R}_{A_1}) \bar{\mathbf{F}}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1}; \gamma_{A_1}) G_2(\mathbf{R}_{A_1}, \mathbf{R}) \Xi_t(\mathbf{R}_{A_1}) d\mathbf{r}_{A_1} \quad \forall \mathbf{R} \in \Omega_2. \quad (\text{V.32})$$

De même, les champs réfléchi et transmis dans la couche $\bar{\mathbf{E}}_{A_1}^{s,t}(\mathbf{R})$ ($\mathbf{R} \in \Omega_2$) au point B_1

s'écrivent respectivement dans les milieux Ω_2 et Ω_3 comme

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{E}}_{B_1}^s(\mathbf{R}) = +jK_2 \int_{\Sigma_-} \bar{\mathbf{E}}_{A_1}^t(\mathbf{R}_{B_1}) \bar{\mathbf{F}}^s(\hat{\mathbf{K}}_{m1}, \hat{\mathbf{K}}_{p1}; \gamma_{B_1}) G_2(\mathbf{R}_{B_1}, \mathbf{R}) \Xi_s(\mathbf{R}_{B_1}) d\mathbf{r}_{B_1} & \forall \mathbf{R} \in \Omega_2 \\ \bar{\mathbf{E}}_{B_1}^t(\mathbf{R}) = -jK_3 \int_{\Sigma_-} \bar{\mathbf{E}}_{A_1}^t(\mathbf{R}_{B_1}) \bar{\mathbf{F}}^t(\hat{\mathbf{K}}_{m1}, \hat{\mathbf{K}}_t; \gamma_{B_1}) G_3(\mathbf{R}_{B_1}, \mathbf{R}) \Xi_t(\mathbf{R}_{B_1}) d\mathbf{r}_{B_1} & \forall \mathbf{R} \in \Omega_3 \end{cases} \quad (\text{V.33})$$

Enfin, le champ réfléchi au point $B_1 \in \Sigma_-$ et transmis au point $A_2 \in \Sigma_+$ s'écrit dans le milieu incident Ω_1

$$\bar{\mathbf{E}}_{A_2}^t(\mathbf{R}) = -jK_1 \int_{\Sigma_+} \bar{\mathbf{E}}_{B_1}^s(\mathbf{R}_{A_2}) \bar{\mathbf{F}}^t(\hat{\mathbf{K}}_{p1}, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{A_2}) G_1(\mathbf{R}_{A_2}, \mathbf{R}) \Xi_t(\mathbf{R}_{A_2}) d\mathbf{r}_{A_2} \quad \forall \mathbf{R} \in \Omega_1. \quad (\text{V.34})$$

Ainsi, en reportant l'équation (V.32) dans (V.33), le champ transmis $\bar{\mathbf{E}}_{t,1}^\infty$ par l'interface Σ_+ au point A_1 puis par l'interface Σ_- au point B_1 , et en appliquant la décomposition de Weyl (V.29) du point A_1 vers le point B_1 , s'exprime en champ lointain comme

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}}_{t,1}^\infty &= \lim_{\mathbf{R} \rightarrow \infty} \bar{\mathbf{E}}_{B_1}^t(\mathbf{R}) \\ &= -\frac{jE_0 K_2 K_3 e^{jK_3 R_\infty}}{4(2\pi)^3 R_\infty} \int_{\Sigma_+} \int_{\Sigma_-} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1}; \gamma_{A_1}) \bar{\mathbf{F}}^t(\hat{\mathbf{K}}_{m1}, \hat{\mathbf{K}}_t; \gamma_{B_1}) \Xi_t(\mathbf{R}_{A_1}) \Xi_t(\mathbf{R}_{B_1}) \\ &\quad \times \exp [j(\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_{A_1} + \mathbf{K}_{m1} \cdot \mathbf{R}_{A_1 B_1} - \mathbf{K}_t \cdot \mathbf{R}_{B_1})] \frac{d\mathbf{k}_{m1}}{-q_{m1}} d\mathbf{r}_{B_1} d\mathbf{r}_{A_1}, \end{aligned} \quad (\text{V.35})$$

avec $\mathbf{R}_{A_1 B_1} = \mathbf{R}_{B_1} - \mathbf{R}_{A_1}$. Le calcul de $\bar{\mathbf{E}}_{t,1}^\infty$ implique donc 2×3 intégrales imbriquées.

De même, le champ transmis par l'interface Σ_+ au point A_1 , réfléchi par l'interface Σ_- au point B_1 , puis transmis par l'interface Σ_+ au point A_2 , s'écrit en zone lointaine comme

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}}_{s,2}^\infty &= \lim_{\mathbf{R} \rightarrow \infty} \bar{\mathbf{E}}_{B_2}^s(\mathbf{R}) \\ &= +\frac{jE_0 K_1 K_2^2 e^{jK_1 R_\infty}}{8(2\pi)^5 R_\infty} \int_{\Sigma_+} \int_{\Sigma_-} \int_{\Sigma_+} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{k}_{m1}}{-q_{m1}} \frac{d\mathbf{k}_{p1}}{+q_{p1}} d\mathbf{r}_{A_2} d\mathbf{r}_{B_1} d\mathbf{r}_{A_1} \\ &\quad \bar{\mathbf{F}}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1}; \gamma_{A_1}) \bar{\mathbf{F}}^s(\hat{\mathbf{K}}_{m1}, \hat{\mathbf{K}}_{p1}; \gamma_{B_1}) \bar{\mathbf{F}}^t(\hat{\mathbf{K}}_{p1}, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{A_2}) \Xi_t(\mathbf{R}_{A_1}) \Xi_s(\mathbf{R}_{B_1}) \Xi_t(\mathbf{R}_{A_2}) \\ &\quad \times \exp [j(\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_{A_1} + \mathbf{K}_{m1} \cdot \mathbf{R}_{A_1 B_1} + \mathbf{K}_{p1} \cdot \mathbf{R}_{B_1 A_2} - \mathbf{K}_s \cdot \mathbf{R}_{A_2})], \end{aligned} \quad (\text{V.36})$$

avec $\mathbf{R}_{A_1 B_1} = \mathbf{R}_{B_1} - \mathbf{R}_{A_1}$ et $\mathbf{R}_{B_1 A_2} = \mathbf{R}_{A_2} - \mathbf{R}_{B_1}$. Le calcul de $\bar{\mathbf{E}}_{s,2}^\infty$ implique donc 2×5 intégrales imbriquées.

Pour une surface inférieure plane, la diffraction au point B_1 est remplacée par une réflexion spéculaire, donnée par $\bar{\mathcal{R}}_{23}(\theta_{m1}) \delta(\mathbf{k}_{p1} - \mathbf{k}_{m1})$, où $\bar{\mathcal{R}}_{23}$ est une matrice diagonale, dont les éléments sont les coefficients de réflexion de Fresnel du milieu Ω_2 vers le milieu Ω_3 . La propagation de l'onde du point A_1 au point A_2 , après réflexion sur la surface inférieure plane au point B_1 est décrite par la représentation de Weyl de la fonction Green (V.29). Alors, le champ diffracté en réflexion d'ordre deux $\bar{\mathbf{E}}_{s,2}^\infty$ pour une surface inférieure plane s'exprime comme

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{E}}_{s,2}^\infty &= -\frac{jE_0 K_1 K_2 e^{jK_1 R_\infty}}{4(2\pi)^3 R_\infty} \int_{\Sigma_+} \int_{\Sigma_+} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{k}_{m1}}{-q_{m1}} d\mathbf{r}_{A_2} d\mathbf{r}_{A_1} \\ &\quad \bar{\mathbf{F}}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1}; \gamma_{A_1}) \bar{\mathcal{R}}_{23}(\theta_{m1}) \bar{\mathbf{F}}^t(\hat{\mathbf{K}}_{p1}, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{A_2}) \Xi_t(\mathbf{R}_{A_1}) \Xi_t(\mathbf{R}_{A_2}) \\ &\quad \times \exp [j(\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{R}_{A_1} + \mathbf{K}_{m1} \cdot \mathbf{R}_{A_1 B_1} + \mathbf{K}_{p1} \cdot \mathbf{R}_{B_1 A_2} - \mathbf{K}_s \cdot \mathbf{R}_{A_2})], \end{aligned} \quad (\text{V.37})$$

Le calcul de $\bar{\mathbf{E}}_{s,2}^\infty$ implique donc 2×3 intégrales imbriquées pour une surface inférieure plane, au lieu de 2×5 pour une surface inférieure rugueuse.

En appliquant le même principe pour les ordres supérieurs, il est donc possible d'obtenir l'expression du champ diffracté en transmission $\bar{\mathbf{E}}_{t,n}^\infty$ et en réflexion $\bar{\mathbf{E}}_{s,n}^\infty$ à tout ordre $n > 1$. Cependant, leurs expressions sont longues et ne seront pas données ici.

V.2.2.3 Coefficients de diffusion incohérents

Dans cette section, les coefficients de diffusion incohérents $\{\bar{\sigma}_{s,1}, \bar{\sigma}_{s,2}, \bar{\sigma}_{t,1}\}$ associés respectivement aux champs $\{\bar{\mathbf{E}}_{s,1}^\infty, \bar{\mathbf{E}}_{s,2}^\infty, \bar{\mathbf{E}}_{t,1}^\infty\}$ et définis par (III.45) sont exposés en appliquant successivement les approximations de la phase stationnaire (APS) et de l'optique géométrique (AOG).

En adoptant la nouvelle notation, $\bar{\sigma}_{s,1}$ est donné par l'équation (III.50)

$$\bar{\sigma}_{s,1}(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \frac{\pi \left| K_1 \bar{\mathbf{F}}_{A_1}^s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) \right|^2}{(q_s - q_i)^2} p_{2\gamma}(\gamma_{A_1}^{0,s}) \bar{S}_{A_1}^s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{A_1}^{0,s}), \quad (\text{V.38})$$

où

$$\gamma_{A_1}^{0,s} = -\frac{\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i}{q_s - q_i}. \quad (\text{V.39})$$

$p_{2\gamma}$ désigne la DPP des pentes calculée en $\gamma_{A_1}^{0,r}$. $\bar{S}_{A_1}^r$ est la fonction d'illumination bistatique moyennée sur les hauteurs de la surface en *réflexion*. Pour rappel, elle s'écrit pour une surface 2D (voir section II.2.4)

$$\bar{S}_{A_1}^s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{A_1}^{0,s}) = \left[1 + \Lambda(\hat{\mathbf{K}}_i) + \Lambda(\hat{\mathbf{K}}_s) \right]^{-1}. \quad (\text{V.40})$$

$\bar{\mathbf{F}}_{A_1}^s$ est la matrice 2×2 de polarisation définie par $\bar{\mathbf{F}}_{A_1}^s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s) = \bar{\mathbf{F}}^s(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_s; \gamma_{A_1}^{0,s})$ d'après l'APS.

Pour la contribution du second ordre, le principe est exactement le même que pour le cas 2D. Le fait de passer au cas 3D ne pose d'ailleurs pas de difficulté supplémentaire majeure lors du calcul, la différence principale étant que les termes de polarisation sont des matrices et non plus des scalaires. Cependant cela n'est vrai que pour le cas coïncident. Le cas anti-coïncident, déjà relativement difficile à quantifier dans le cas 2D (et ce même pour une interface inférieure plane), est très complexe à quantifier dans le cas 3D. Nous nous placerons donc dans des configurations où cette contribution pourra être négligée, c'est-à-dire pour des épaisseurs moyennes de la couche inférieures au rayon de courbure moyen de la surface supérieure [43]. Le coefficient de diffusion incohérent en réflexion du second ordre $\bar{\sigma}_{s,2}$ s'exprime alors comme

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{s,2} = & \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta_{m1} \int_0^{\pi/2} \sin \theta_{p1} d\theta_{p1} \int_0^{2\pi} d\phi_{m1} \int_0^{2\pi} d\phi_{p1} \\ & \left| \bar{\mathbf{F}}_{A_1}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1}) \bar{\mathbf{F}}_{B_1}^s(\hat{\mathbf{K}}_{m1}, \hat{\mathbf{K}}_{p1}) \bar{\mathbf{F}}_{A_2}^t(\hat{\mathbf{K}}_{p1}, \hat{\mathbf{K}}_s) \right|^2 \left[\frac{\pi p_{2\gamma}(\gamma_{A_1}^{0,t})}{\left| \hat{q}_{m1} - \frac{K_1}{K_2} \hat{q}_{iz} \right|^2} \bar{S}_{A_1}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1} | \gamma_{A_1}^{0,t}) \right] \\ & \left[\frac{\pi p_{2\gamma}(\gamma_{B_1}^{0,s})}{\left| \hat{q}_{p1} - \hat{q}_{m1} \right|^2} \bar{S}_{B_1}^s(\hat{\mathbf{K}}_{m1}, \hat{\mathbf{K}}_{p1} | \gamma_{B_1}^{0,s}) \right] \left[\frac{\pi p_{2\gamma}(\gamma_{A_2}^{0,t})}{\left| \hat{q}_s - \frac{K_2}{K_1} \hat{q}_{p1} \right|^2} \bar{S}_{A_2}^t(\hat{\mathbf{K}}_{p1}, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{A_2}^{0,t}) \right], \quad (\text{V.41}) \end{aligned}$$

avec

$$\gamma_{A_1}^{0,t} = -\frac{\mathbf{k}_{m1} - \mathbf{k}_i}{q_{m1} - q_i} \quad \gamma_{B_1}^{0,s} = -\frac{\mathbf{k}_{p1} - \mathbf{k}_{m1}}{q_{p1} - q_{m1}} \quad \gamma_{A_2}^{0,t} = -\frac{\mathbf{k}_s - \mathbf{k}_{p1}}{q_s - q_{p1}} \quad . \quad (\text{V.42})$$

$\bar{S}_{A_1}^t$ est la fonction d'illumination bistatique moyennée sur les hauteurs de la surface en *transmission*. Pour rappel elle est donnée par (voir section II.2.2.5)

$$\bar{S}_{A_1}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1} | \gamma_{A_1}^{0,t}) = \text{B} \left(1 + \Lambda(\hat{\mathbf{K}}_i), 1 + \Lambda(\hat{\mathbf{K}}_{m1}) \right), \quad (\text{V.43})$$

où B est la fonction Béta. Le coefficient de diffusion en réflexion du second ordre $\bar{\sigma}_{s,2}$ est exprimé sous forme d'une matrice carrée de dimensions 2×2 , dont chaque élément dépend de la polarisation de l'onde incidente et de l'onde diffusée. Le terme général $\bar{\mathbf{F}}_{A_1}^t \bar{\mathbf{F}}_{B_1}^s \bar{\mathbf{F}}_{A_2}^t$ étant obtenu à partir de produits matriciels, le coefficient de diffusion ne peut donc pas rigoureusement se décomposer en un produit de coefficients de diffusion élémentaires (comme dans le cas d'une surface 1D) correspondant à chaque point de diffraction $\{A_1, B_1, A_2\}$ dans le guide d'onde diélectrique.

Dans le cas d'une interface inférieure plane, le coefficient de diffusion incohérent du second ordre $\bar{\sigma}_{s,2}$ s'écrit

$$\bar{\sigma}_{s,2} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta_{m1} \int_0^{2\pi} d\phi_{m1} \left| \bar{\mathbf{F}}_{A_1}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1}) \bar{\mathcal{R}}(\theta_{m1}) \bar{\mathbf{F}}_{A_2}^t(\hat{\mathbf{K}}_{p1}, \hat{\mathbf{K}}_s) \right|^2 \left[\frac{\pi p_{2\gamma}(\gamma_{A_1}^{0,t})}{|\hat{q}_{m1} - \frac{K_1}{K_2} \hat{q}_{iz}|^2} \bar{S}_{A_1}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1} | \gamma_{A_1}^{0,t}) \right] \left[\frac{\pi p_{2\gamma}(\gamma_{A_2}^{0,t})}{|\hat{q}_s - \frac{K_2}{K_1} \hat{q}_{p1}|^2} \bar{S}_{A_2}^t(\hat{\mathbf{K}}_{p1}, \hat{\mathbf{K}}_s | \gamma_{A_2}^{0,t}) \right]. \quad (\text{V.44})$$

L'intérêt d'une surface inférieure plane est de réduire le nombre d'intégrations numériques de moitié (2 au lieu de 4).

Enfin, le coefficient de diffusion incohérent en transmission du premier ordre $\bar{\sigma}_{t,1}$ s'écrit

$$\bar{\sigma}_{t,1} = \sqrt{\frac{\epsilon_{r3}}{\epsilon_{r1}}} \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta_{m1} \int_0^{2\pi} d\phi_{m1} \left| \bar{\mathbf{F}}_{A_1}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{m1}) \bar{\mathbf{F}}_{B_1}^t(\hat{\mathbf{K}}_{m1}, \hat{\mathbf{K}}_t) \right|^2 \left[\frac{\pi p_{2\gamma}(\gamma_{A_1}^{0,t})}{|\hat{q}_{m1} - \frac{K_1}{K_2} \hat{q}_{iz}|^2} \bar{S}_{A_1}^t(\hat{\mathbf{K}}_i, \hat{\mathbf{K}}_{p1} | \gamma_{A_1}^{0,t}) \right] \left[\frac{\pi p_{2\gamma}(\gamma_{B_1}^{0,t})}{|\hat{q}_t - \frac{K_2}{K_3} \hat{q}_{m1}|^2} \bar{S}_{B_1}^t(\hat{\mathbf{K}}_{m1}, \hat{\mathbf{K}}_t | \gamma_{B_1}^{0,t}) \right]. \quad (\text{V.45})$$

Nous pouvons remarquer que le modèle, généralisé à un problème 3D, possède les mêmes propriétés que dans le cas 2D : il est indépendant de la DDP des hauteurs de la surface (quand la contribution anti-coïncidente peut être négligée), ainsi que de la fréquence et de l'épaisseur de la couche (pour des milieux diélectriques sans pertes). De même que dans le cas 2D, le modèle en tant que tel, puisque basé sur l'AOG, ne peut pas prendre en compte des milieux à pertes. Cependant, en appliquant exactement la même démarche qu'en 2D, la prise en compte de milieux à pertes ne pose pas de problème.

V.2.2.4 Résultats numériques

Dans cette section, des simulations des coefficients de diffusion incohérents, $\{\bar{\sigma}_{s,1}, \bar{\sigma}_{s,2}^{\text{tot}} = \bar{\sigma}_{s,1} + \bar{\sigma}_{s,2}\}$ sont présentées pour le cas d'une interface inférieure plane. Le système considéré

est identique à celui d'une surface 1D : $\epsilon_{r1} = 1$, $\epsilon_{r2} = 3$, $\epsilon_{r3} = i\infty$, $H = 6\lambda_0$, $\sigma_z^\pm = \lambda_0/2$, $\sigma_{\gamma_x}^+ = \sigma_{\gamma_y}^+ = 0.1$ (écarts type des pentes de la surface selon les directions \hat{x} et \hat{y} , surface isotrope). De plus, $\theta_i = 0^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$, et les résultats sont présentés dans le plan d'incidence, où la configuration est bistatique, avec l'angle d'observation $\theta_s \in [-90^\circ; +90^\circ]$.

Le modèle peut être utilisé pour une statistique des pentes quelconque ; pour les simulations, une statistique des pentes gaussienne et isotrope est considérée. Seule la première réflexion dans la couche est considérée, et sa contribution est comparée à la diffusion par la surface supérieure. Cela signifie qu'une comparaison est faite entre le coefficient de diffusion total en réflexion du second ordre, $\bar{\sigma}_{s,2}^{\text{tot}}$, et celui du premier ordre, $\bar{\sigma}_{s,1}$.

La figure V.27 présente les coefficients de diffusion incohérents $\bar{\sigma}_{s,1}$ et $\bar{\sigma}_{s,2}^{\text{tot}}$ en dB en fonction de l'angle d'observation θ_s pour les polarisations VV, VH, HV et HH.

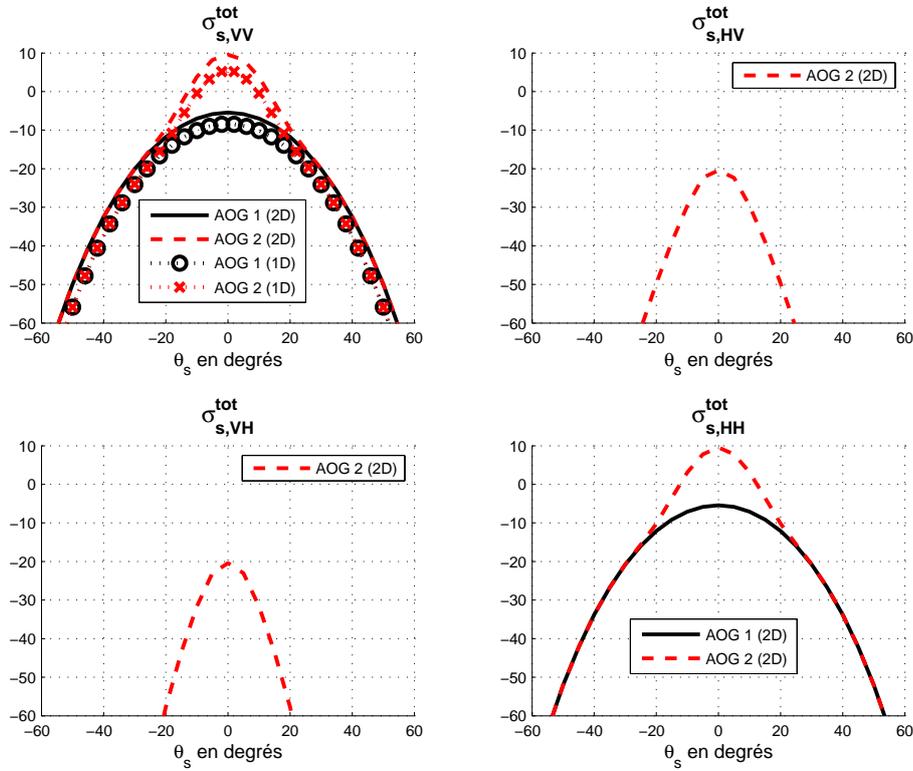


FIG. V.27 – Coefficients de diffusion incohérents $\bar{\sigma}_{s,1}$ et $\bar{\sigma}_{s,2}^{\text{tot}} = \bar{\sigma}_{s,1} + \bar{\sigma}_{s,2}$ en dB en fonction de l'angle d'observation θ_s pour les polarisations VV, VH, HV et HH. $\epsilon_{r2} = 3$, $\epsilon_{r3} = i\infty$, $H = 6\lambda_0$, $\sigma_z^\pm = \lambda_0/2$, $\sigma_{\gamma_x}^+ = \sigma_{\gamma_y}^+ = 0.1$ et $\theta_i = 0^\circ$.

Globalement, les résultats sont similaires à une surface 1D (mentionnés dans la légende par “(1D)”) pour la polarisation VV) en co-polarisation. Pour la contribution du premier ordre, il n'y a pas de différence entre le cas sans ombre (non présenté) et le cas avec ombre. Pour la contribution du second ordre, l'ombrage a également une contribution négligeable pour $\theta_i = 0^\circ$. En revanche, pour $\theta_i = 20^\circ$ (simulations non présentées), comme sur la figure V.24, l'ombrage contribue dans les deux co-polarisations en diffusion avant, pour des angles θ_s rasants. De plus, nous pouvons remarquer une contribution non négligeable de $\bar{\sigma}_{s,2}$ pour les deux polarisations croisées. Ceci fournit alors un moyen supplémentaire pour faire la distinction entre une simple interface rugueuse et la superposition de deux interfaces.

En conclusion, pour les co-polarisations, les résultats sont très similaires à ceux obtenus sur une surface 1D, montrant ainsi que l'étude d'un problème 2D reste pertinent lorsqu'on s'intéresse uniquement aux co-polarisations.

V.2.3 Conclusion

L'AK est itérée pour calculer le coefficient de diffusion incohérent (en réflexion et en transmission) avec prise en compte de l'effet d'ombre par deux interfaces rugueuses 1D, modèle dans lequel les réflexions multiples à l'intérieur de la couche rugueuse sont prises en compte. L'utilisation de la fonction d'ombre permet de corriger le défaut du modèle pour des angles rasants. L'AK, itérée pour chaque point de diffusion multiple dans la couche rugueuse, est réduite à la limite haute fréquence sous l'AOG (correspondant à des surfaces très rugueuses comparativement à la longueur d'onde) afin d'obtenir des résultats numériques rapidement. Les expressions des coefficients de diffusion incohérents sont données de manière explicite pour chacun des ordres $n > 1$, nécessitent $2(n - 1)$ intégrations numériques, et $n - 1$ lorsque la surface inférieure est supposée plane. Elles sont valides pour une DDP des pentes quelconque de chacune des surfaces, supposées décorréelées entre elles, et sont indépendantes de la fréquence (dans le domaine de validité du modèle).

En supposant que les points de réflexions (ou transmissions) successives sont décorrélés entre eux, ces expressions apparaissent comme le produit de coefficients de diffusion de simples interfaces, correspondant à la réflexion (ou transmission) de l'onde diffusée dans le guide d'onde diélectrique. Les intégrales prennent en compte les directions d'un point de diffusion à un autre. Notons que le modèle n'est pas restreint à une épaisseur de la couche grande devant la longueur d'onde : comme pour la double diffusion par une simple interface, la représentation de Weyl de la fonction de Green est utilisée pour décrire la propagation d'un point de diffusion à l'autre. La contribution des ondes évanescentes entre ces deux points est négligée : le point d'observation étant situé en zone de champ lointain de la couche rugueuse, ces ondes ne contribuent pas à la puissance diffusée en champ lointain.

Des comparaisons avec la méthode PILE de référence montrent un bon accord pour chacun des ordres. A noter que lorsque la surface inférieure est plane, le nombre de réflexions dans la couche est plus important. Pour les cas présentés ici, l'ordre deux est suffisant pour une surface inférieure rugueuse, tandis qu'avec les mêmes paramètres mais en considérant une surface inférieure plane, il est nécessaire de calculer l'ordre trois (non effectué dans cette partie). Une application a été également présentée concernant la détection éventuelle d'une couche de pétrole, via la mesure du coefficient de diffusion incohérent.

Enfin, en exposant brièvement la méthodologie et en suivant le même raisonnement que sur une surface 1D, le modèle a été étendu à une surface 2D, pour lequel les polarisations croisées ont été calculées. Uniquement, le premier et le second ordre du coefficient de diffusion incohérent dans le milieu Ω_1 ont été calculés. En effet, le second ordre requiert quatre intégrations numériques imbriquées, et ce nombre est réduit de moitié lorsque la surface inférieure est plane. Les simulations ont montré que les résultats en co-polarisations sont très similaires à ceux obtenus sur une surface 1D. De plus, les niveaux des polarisations croisées sont de l'ordre de -20 dB, et peuvent donc apporter une information complémentaire sur l'existence d'une couche, car le premier ordre y est nul lorsque l'émetteur et le récepteur sont dans un même plan.

VI Conclusion et perspectives

• Le travail présenté dans le premier volet de ce mémoire a porté sur l'étude de la signature infrarouge d'une surface aléatoire bidimensionnelle supposée ergodique et stationnaire, dont la distribution statistique des pentes est quelconque. La résolution de ce problème demande alors la connaissance de deux facteurs : l'émissivité, correspondant au rayonnement intrinsèque de la surface, et la réflectivité, définie comme le pourcentage de la puissance réfléchiée par la surface.

Les résultats ont été ensuite appliqués sur une surface de mer 2D anisotrope, en considérant tout d'abord une DDP gaussienne des pentes, puis une DDP non gaussienne des pentes en introduisant les statistiques d'ordres trois (skewness) et quatre (kurtosis). La longueur d'onde, de l'ordre du micromètre, étant très inférieure au rayon de courbure en tout point de la surface, les lois de Snell-Descartes peuvent s'appliquer localement sur chacune des facettes composant la surface. D'un point de vue électromagnétique, les calculs de l'émissivité et de la réflectivité ne posent donc pas de difficulté majeure.

En revanche, le phénomène d'ombrage, prépondérant sous incidence rasante, doit être pris en compte avec soin. Il est quantifié mathématiquement par la fonction d'*illumination statistique* qui donne la probabilité qu'un point arbitraire de la surface soit vu par un émetteur (cas monostatique) et par un récepteur (cas bistatique). Son calcul a été conduit successivement en considérant une surface monodimensionnelle puis bidimensionnelle dans les cas monostatique et bistatique. En comparant les formulations analytiques de Wagner et de Smith, avec une méthode de référence, obtenue à l'aide d'une approche de Monte-Carlo, nous avons montré que la corrélation statistique entre deux points de la surface peut être négligée, simplifiant alors grandement les calculs analytiques. Ainsi, l'approche de Smith sans corrélation a été retenue, conduisant alors à une formulation simple de la fonction d'illumination statistique. Son calcul a été étendu au cas où plusieurs réflexions peuvent se produire sur la surface. Malheureusement, ce travail est inachevé, car la formulation actuelle donne de mauvais résultats par comparaison à une méthode de Monte-Carlo.

L'émissivité et la réflectivité d'une surface rugueuse ont ensuite été déterminées en incluant le phénomène d'ombrage via la formulation de Smith sans corrélation. Des comparaisons de l'émissivité d'une surface de mer avec des mesures montrent un bon accord, tant que les réflexions multiples sont négligeables. Pour une surface 1D, en comparant avec une méthode de Monte-Carlo, nous aboutissons à la même conclusion. En fait, la réflexion d'ordre deux contribue pour des angles d'émission supérieurs à 50-60 degrés (cette limite dépend de la vitesse du vent) et crée une différence sur l'émissivité de l'ordre de 0.030-0.035 par rapport à la première réflexion. La réflexion d'ordre trois peut être négligée. Enfin, nous avons montré que l'émissivité pouvait se décomposer comme une série de Fourier paire, $\sum_n \epsilon_n(\theta) \cos(n\phi)$ tronquée à l'ordre deux ($n = 0, 1, 2$). ϕ est la direction du vent et θ l'angle d'émission. La composante ϵ_1 caractérise le comportement non-gaussien des pentes de la surface.

Initialement ces travaux de recherche ont été développés conjointement avec la société Thales

Optronics, dont le coordinateur était Monsieur Gérard Berginc. Plus récemment, le modèle décrit dans ce document a été intégré dans le projet MATISSE, qui a donné lieu à une collaboration avec l'ONERA de Palaiseau, dont le coordinateur était Monsieur Pierre Simoneau. De plus, dans le modèle, la résolution de l’empreinte au sol observée, qui est au minimum d’un mètre, a été prise en compte en développant un modèle à deux échelles. Cette étude a mené à la publication d’un article dans *Applied Optics* [103]. Cette étude sera complétée en introduisant le comportement temporel de la surface.

La perspective principale de ce travail est d’achever le calcul de la fonction d’illumination statistique avec double réflexion. En effet, c’est le paramètre clef à déterminer pour pouvoir calculer l’émissivité et la réflectivité avec double réflexion. Dans le domaine maritime, la double réflexion contribue pour des angles d’observation supérieurs à 50-60 degrés (cette limite dépend de la vitesse du vent).

- Le second volet de ce mémoire concerne la mise en oeuvre de modèles asymptotiques de diffusion électromagnétique par une simple interface rugueuse. En effet, lorsque la longueur d’onde devient de l’ordre de grandeur de la rugosité de la surface, les lois de Snell-Descartes ne sont plus applicables localement sur la surface. Des modèles asymptotiques plus rigoureux doivent être alors étudiés.

Tout d’abord nous nous sommes intéressés à l’approximation de Kirchhoff (AK) du premier ordre (simple réflexion sur la surface) en considérant une surface parfaitement conductrice en configuration monostatique. Nous avons alors montré que pour une telle configuration, le coefficient de diffusion de l’AK est semblable à celui de l’approximation de la phase stationnaire (APS dans laquelle le champ ne dépend pas des pentes de la surface, contrairement à l’AK). De plus, le phénomène d’ombrage peut être négligé.

Puis, afin de prédire le phénomène du “Backscattering enhancement” (pic de rétrodiffusion), l’AK réduite à l’approximation de l’optique géométrique (AOG), a été étendue au cas où une double réflexion apparaît. Le pic de rétrodiffusion est à l’origine d’une interférence constructive entre les deux champs provenant de la première et de la seconde réflexions sur la surface. En décomposant l’onde réfléchie et sa conjuguée comme “coïncidentes” et “anticoïncidentes”, la contribution donnant le “Backscattering enhancement” a été isolée. Des comparaisons avec une méthode de référence montrent que le niveau du pic de rétrodiffusion et sa largeur prédits par le modèle asymptotique sont en général sous-estimés. A noter, que l’accord est meilleur lorsque l’angle d’incidence augmente ($\theta_i \in [0.70]^\circ$), les écarts type des pentes ($\in [0.5; 1]$) et le module de la permittivité du milieu inférieur diminuent, car les contributions du second ordre et des ordres supérieurs décroissent. En fait, lorsque les écarts type des pentes sont inférieurs à 0.4-0.5, la contribution du second ordre est négligeable. Une fois encore, le paramètre pertinent à déterminer est la fonction d’illumination avec double réflexion. De plus, une autre grandeur statistique est impliquée, qui est la distance moyenne horizontale entre les deux points de la surface d’où proviennent les réflexions. Le niveau et la largeur du pic de rétrodiffusion sont alors directement liés à cette grandeur. Sa distribution statistique a été calculée analytiquement puis comparée à une méthode de Monte-Carlo. La conclusion est que son calcul analytique demande davantage d’investigations.

Dans une troisième partie, les coefficients de diffusion incohérents issus des modèles asymptotiques SSA, WCA et LCA ont été simulés sur une surface de mer 1D, dans le domaine des microondes, et en configuration monostatique. La modulation dite de Bragg (modulation de la petite échelle par la grande échelle) prédite par le SSA du second ordre est plus importante que celle obtenue par le modèle WCA et absente sur le modèle LCA. D’une manière générale, elle est plus significative en polarisation horizontale. Le calcul du coefficient de diffusion in-

cohérent du SSA du *premier ordre* a été étendu à une surface de mer 2D anisotrope de DPP des hauteurs non gaussienne, en introduisant les corrélations liées au skewness et au kurtosis. En calculant analytiquement les intégrations sur les azimuts, le nombre d'intégrations numériques a été réduit à deux au lieu de quatre. De plus, comme dans la détermination de l'émissivité en infrarouge, le coefficient de rétrodiffusion incohérent se décompose comme une série de Fourier paire, $\sum_n \bar{\sigma}_{s,n}(\theta) \cos(n\phi)$ tronquée à l'ordre deux ($n = 0, 1, 2$), qui est consistant avec les modèles expérimentaux. ϕ est la direction du vent et θ l'angle d'incidence. La composante $\bar{\sigma}_{s,1}$ caractérise le comportement non-gaussien de la surface. Pour $\theta_i \in [0; 60]^\circ$ en bandes C et K_u , des comparaisons avec des mesures montrent en général un bon accord en polarisation VV , tandis qu'en polarisation HH l'adéquation est moins bonne. Ceci peut s'expliquer par le fait que le SSA du premier ordre ne prend pas en compte la modulation de Bragg. En appliquant l'approximation de la perturbation de la phase, Voronovich et al. a inclus la contribution du SSA du second ordre, et ainsi montré que l'accord est meilleur en polarisation HH . Néanmoins, il y a toujours une différence avec des mesures du fait que le modèle SSA ne prend pas en compte la contribution des vagues de pentes fortes (vagues déferlantes).

Il serait donc intéressant de calculer le SSA du second ordre sans approximation. J'ai débuté ce travail, mais les résultats sont insatisfaisants. En effet, son implémentation numérique est difficile car quatre intégrations numériques imbriquées sont nécessaires. Néanmoins, dans le cas monostatique, j'ai réduit ce nombre d'intégrations à trois (décomposition du noyau du SSA en série de Fourier). De plus, en configuration monostatique, l'inclusion du SSA du second ordre permettrait de calculer la contribution des polarisations croisées. Ce travail reste donc une perspective. Le calcul du WCA sur une surface 2D de mer me paraît extrêmement difficile car il requiert six intégrations numériques. Par conséquent, il serait intéressant de trouver une hypothèse pertinente permettant de réduire le nombre d'intégrations. Pour une surface 1D, le LCA a le défaut de ne pas prédire la modulation de Bragg. En appliquant la même hypothèse que Voronovich et al. (perturbation de la phase), il serait également intéressant de simuler le coefficient de diffusion incohérent associé, pour vérifier si ce défaut est conservé.

En quatrième partie, le cas spécifique de la diffusion électromagnétique sous incidence rasante (angles d'incidence compris entre 85 et 90 degrés) a été étudié. Tout d'abord un modèle simple pour évaluer le champ cohérent en propagation avant a été proposé. Il est basé sur l'approche de Ament, dans lequel l'effet de l'ombrage a été introduit via la fonction d'illumination statistique. Cet apport a pour effet d'augmenter le niveau moyen de la surface de mer et donc de modifier la position des extrema sur le facteur de propagation. De plus, l'écart type des hauteurs est réduit, conduisant alors à une dynamique plus grande sur le facteur de propagation. Des comparaisons avec une méthode de référence montrent que l'approche asymptotique proposée prédit mieux les positions angulaires des minima. Néanmoins, il reste à affiner le modèle. Ce travail fait l'objet d'une collaboration avec V. Fabbro de l'ONERA, qui est spécialiste de la résolution de l'équation parabolique pour des milieux non homogènes (conduits d'évaporation et de surface) au-dessus de la mer. Ainsi, en incluant ce modèle simple comme condition aux limites sur la surface, il est possible d'obtenir, pour des applications en temps réel, la cartographie du facteur de propagation au-dessus de la mer sur plusieurs kilomètres et sur une centaine de mètres en hauteur.

Rigoureusement, l'étude des incidences rasantes demande une attention toute particulière, car les modèles asymptotiques développés pour des incidences modérées ne sont plus valides. C'est pour cela que Y. Brelet a débuté une thèse en octobre 2005 intitulée *Diffusion électromagnétique par une surface rugueuse sous incidence rasante : application au domaine maritime*. La finalité de la thèse est d'obtenir un modèle asymptotique des coefficients de diffusion cohérent et incohérent d'une surface de mer observée sous incidence rasante et en configuration bistatique.

- Afin de valider partiellement les modèles asymptotiques, le troisième volet de ce document concerne l'étude de la diffusion électromagnétique par une interface rugueuse *monodimensionnelle* à l'aide de méthodes numériques, dites exactes et rapides, développées cette dernière décennie. Elles sont basées sur les équations intégrales résolues par la méthode des moments, conduisant alors à un système linéaire. Toute la difficulté est d'inverser ce système linéaire avec une complexité (nombre d'opérations) la plus petite possible, sachant qu'une inversion directe classique par décomposition LU est de $\mathcal{O}(N^3)$, où N est le nombre d'inconnues. Le but recherché étant de simuler sur un PC standard de bureau, des cas pour lesquels un grand nombre d'inconnues de l'ordre de 5000 à 50000 est impliqué. C'est le cas par exemple de la surface de mer. Quatre méthodes exactes et rapides ont été étudiées :

- Method of Order Multiple Interactions (MOMI) de complexité $\mathcal{O}(N^2)$,
- Banded Matrix Iterative Approach/CAnonical Grid (BMIA/CAG) de complexité $\mathcal{O}(N \log N)$,
- Forward-Backward (FB) de complexité $\mathcal{O}(N^2)$,
- Forward-Backward Novel Spectral-Acceleration (FB-NSA) de complexité $\mathcal{O}(N)$.

Ces quatre méthodes ont été testées sur une surface parfaitement conductrice.

Les méthodes les plus simples à programmer sont la MOMI et la FB qui sont basées sur un même processus itératif, mais avec une interprétation physique différente. En général la MOMI converge (au bout de deux itérations) plus rapidement que la FB (au bout de 5-6 itérations). En revanche, la version FB sur une surface diélectrique existe et converge également rapidement, tandis que la version MOMI en diélectrique est beaucoup plus difficile à mettre en oeuvre.

La méthode BMIA/CAG, de complexité $\mathcal{O}(N \log N)$, est plus compliquée à programmer que la FB et demande le réglage de quelques paramètres afin de converger de façon optimale. Elle conserve sa complexité sur une surface diélectrique, et a l'inconvénient de ne pas être performante pour des surfaces ayant des écarts type des hauteurs grands devant la longueur d'onde.

Enfin, la méthode FB-NSA, basée sur la FB avec accélération spectrale est de complexité $\mathcal{O}(N)$. Ceci en fait une méthode très performante. Par exemple, le laboratoire l'utilise comme méthode de référence pour calculer le champ diffracté sous incidence rasante par une surface de mer. De plus, sa programmation est relativement simple.

En conclusion, une méthode à retenir actuellement est la méthode FB-NSA. A noter qu'elle nécessite de fixer un paramètre qui est la largeur de bande des interactions fortes. Il a été montré, que cette largeur est de l'ordre de deux à trois longueurs de corrélation des hauteurs de la surface. D'un manière générale, quelle que soit la méthode exacte et rapide simulée, elle est tout d'abord validée à l'aide d'une inversion directe LU pour un nombre d'inconnues pouvant aller jusqu'à 3000. Puis, une fois validée, le nombre d'inconnues est augmenté selon l'application voulue.

- Dans le dernier volet de ce document, nous avons étudié le cas d'une couche dite rugueuse composée de deux interfaces rugueuses superposées et séparées par des milieux homogènes. En supposant une couche rugueuse monodimensionnelle, une méthode exacte et rapide a été tout d'abord développée. Puis une approche asymptotique basée sur l'approximation de Kirchhoff a été mise en oeuvre en considérant une couche bidimensionnelle.

★ Les équations intégrales pour un tel problème ont été rappelées, puis la méthode des moments a été appliquée conduisant à un système linéaire. A l'aide d'une décomposition sous forme de quatre matrices blocs, nous avons alors montré que la matrice impédance peut s'interpréter physiquement : deux matrices correspondant à chacune des interfaces et deux matrices dites de couplage, caractérisant les interactions entre les deux surfaces. En procédant à une in-

version par blocs, en réduisant la taille du problème ($4N$ à $2N$ où N est le nombre de points sur la surface) et en ne gardant que les inconnues pertinentes, nous avons obtenu une équation qui fait intervenir une matrice caractéristique du système formé par les deux interfaces. L'équation résultante peut se résoudre en développant la solution sous forme d'une série, qui converge vers la solution exacte lorsque la matrice caractéristique satisfait une condition de validité.

Un premier avantage de cette méthode est que la condition de validité est vérifiée pour de très nombreuses configurations. Un deuxième avantage est que la convergence est très souvent rapide. De plus, les termes du développement en série peuvent s'interpréter physiquement : ils correspondent aux différentes réflexions multiples de l'onde diffusée dans la couche dont la contribution est calculée rigoureusement. C'est pour cela que la méthode est nommée PILE (Propagation-Inside-Layer Expansion).

La méthode PILE a été comparée à des résultats de la littérature, ce qui a conduit à une très bonne concordance pour toutes les configurations rencontrées. La représentation du module du champ dans la couche a permis de donner une interprétation claire des mécanismes mis en jeu, tels que la propagation d'ondes guidées. En conclusion, nous pouvons espérer prétendre que la méthode PILE, après avoir subi l'étape de validation avec succès, peut dorénavant servir de méthode de référence pour de nombreuses configurations faisant intervenir deux interfaces rugueuses superposées et séparées par des milieux homogènes.

Enfin, un dernier avantage de PILE, est que les approches dites rapides et valides pour une seule interface rugueuse, peuvent être combinées à la méthode PILE. Ceci ouvre donc des perspectives très intéressantes. En effet, une première étape pénalisante est l'inversion des matrices impédances de chacune des interfaces. Cette complexité, d'ordre $\mathcal{O}(N^3)$, peut être réduite à $\mathcal{O}(N^2)$, $N \log N$ et N en appliquant respectivement les méthodes rapides FB, BMIA/CAG et FB-NSA. En supposant une couche parfaitement conductrice (interface inférieure supposée parfaitement conductrice), ce travail a été mené très récemment sur les trois méthodes précédemment citées, conduisant à l'acceptation des deux articles dans la revue *IEEE Trans. Ant. Prop.* [207], [208].

La seconde étape pénalisante est la multiplication des matrices par un vecteur, qui est de complexité $\mathcal{O}(N^2)$. Ainsi, pour palier à ce problème, les méthodes BMIA/CAG et FB-NSA ont été également étendues à une couche rugueuse dans les deux articles précédemment cités. De plus, pour traiter le cas d'une mer polluée, les méthodes FB et FB-NSA ont été programmées en utilisant l'approximation IBC pour l'interface inférieure. Ceci nous a permis de calculer les coefficients de diffusion incohérents d'une mer propre et polluée, et de proposer alors un modèle semi-empirique asymptotique, basé sur l'approche SSA, applicable pour des épaisseurs de pétrole fines (inférieures au millimètre). Cette étude a conduit à l'acceptation d'un article dans *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.* [209].

Il reste donc à étendre la méthode PILE, combinée à FB-NSA, dans les cas où l'interface inférieure est diélectrique. Le même travail pourrait être conduit avec la méthode BMIA/CAG, mais sa programmation est plus difficile et nécessite des pré réglages pour optimiser la convergence.

En conclusion le laboratoire disposera d'un outil performant permettant de calculer le champ électromagnétique diffracté par une seule interface rugueuse et par une couche rugueuse. Par exemple, cet outil est capable de déterminer le spectre Doppler d'une surface propre et polluée pour des incidences modérées ou très rasantes.

Une autre perspective est d'étendre la méthode PILE au cas d'un objet placé au-dessus ou au dessous d'une surface rugueuse, puisque la forme de la matrice impédance est y très semblable.

★ En deuxième partie de ce volet un modèle asymptotique, basé sur l'approximation de Kirchhoff (AK), a été développé sur une couche rugueuse bidimensionnelle (problème tridimensionnel). Il consiste à appliquer en chaque point de diffraction dans le guide d'onde diélectrique rugueux l'AK. Comme pour le cas simple interface, l'approximation de la phase stationnaire a été appliquée pour simplifier le calcul des différents champs diffractés en réflexion et transmission. Cependant, ceci n'est pas encore suffisant pour obtenir des expressions mathématiques simples à mettre en oeuvre. L'approximation de l'optique géométrique est alors appliquée au modèle, à chaque point de diffraction. De plus, les points de diffraction sont supposés décorrélés entre eux. Limitant l'application du modèle au cas de surfaces fortement rugueuses comparativement à la longueur d'onde, cette approximation permet de simplifier les expressions des coefficients de diffusion incohérents. Le modèle est alors relativement simple à implémenter, permettant des résultats numériques rapides. Les expressions des coefficients de diffusion en réflexion et en transmission peuvent être alors obtenues pour tout ordre de propagation de l'onde dans le guide diélectrique rugueux. Elles ont également été obtenues en réflexion pour tout ordre, dans le cas d'une interface inférieure plane.

Des simulations ont été présentées pour le cas d'une onde diffusée dans le milieu incident, où seules les coefficients de diffusion incohérents des premier et deuxième ordres ont été implémentés. Le modèle a alors été validé pour une couche monodimensionnelle par comparaison à la méthode PILE, pour des milieux diélectriques sans pertes dans un premier temps. En effet, sous l'approximation de l'optique géométrique, le modèle en tant que tel ne peut pas prendre en compte des milieux à pertes. Cependant, des modifications mineures simples ont permis de prendre en compte des milieux diélectriques à pertes, et une comparaison avec la méthode PILE a validé cette démarche. Ceci a permis d'appliquer le modèle à la détection de nappes de pétrole sur la mer, pour laquelle des simulations ont été présentées. Enfin, le modèle a été étendu à un problème tridimensionnel, où des simulations ont été présentées pour le cas d'une interface inférieure plane.

Des comparaisons avec la méthode PILE pour une couche 1D ont montré que lorsque la surface inférieure est plane, l'ordre trois donné par la méthode PILE contribue. Il serait donc intéressant de simuler également l'ordre trois avec le modèle asymptotique. Le coefficient de diffusion incohérent du second ordre d'une couche 2D devrait être également prochainement implémenté pour une interface inférieure rugueuse.

- Autres perspectives

D'une manière générale, la signature électromagnétique d'une surface de mer dépend de la forme des vagues, de la permittivité de la surface, de la fréquence d'émission, des états de polarisation à l'émission et à la réception et des positions angulaires de l'émetteur et du récepteur. En milieu naturel, il est souvent difficile de connaître avec précision l'ensemble de ces paramètres. L'intérêt de l'expérimentation en milieu contrôlé est de pouvoir maîtriser les caractéristiques de la scène observée et notamment la forme des vagues.

Une des perspectives fortes de l'équipe Radar est de confronter les résultats obtenus par simulation avec ceux issus d'un système de mesures. C'est pour cela que depuis un an, l'équipe Radar travaille en collaboration avec le Laboratoire des Mécaniques des Fluides (LMF) de Nantes, afin d'utiliser le bassin de Houle de l'Ecole Centrale de Nantes, pour mettre en oeuvre un diffractomètre microondes permettant de mesurer la réponse électromagnétique d'une houle, dont on connaît parfaitement sa forme. Des premiers résultats expérimentaux ont été obtenus en configuration monostatique, en considérant tout d'abord une surface sinusoïdale invariante selon une direction (problème 2D) puis pour une surface de mer. Une première phase de dépouillements des données est en cours afin de comparer les histogrammes en module et en phase du champ

diffusé par la surface avec des modèles théoriques. La finalité de cette étude est de disposer d'un diffusiomètre microondes bistatique.

Depuis octobre 2005, G. Kubické a débuté une thèse intitulée *Signature polarimétrique d'obstacles composites constitués de leurres structuraux au-dessus d'une mer*. Tout d'abord, en utilisant une méthode asymptotique, il a calculé la signature polarimétrique bistatique d'un trièdre parfaitement conducteur de grandes dimensions devant la longueur d'onde. Le phénomène d'ombrage est alors introduit en utilisant l'approximation de l'optique géométrique (AOG). De plus, les contributions des simples, doubles et triples réflexions sont déterminées à l'aide de l'approximation de Kirchhoff (AK) combinée à l'AOG. Enfin, les simples diffractions d'arêtes sont prises en compte avec la méthode des courants équivalents/théorie incrémentale de la diffraction (MCE/TID). Dans un second temps, à partir de la réponse électromagnétique élémentaire du trièdre, il a calculé celle d'un octaèdre facetté. Le réflecteur octaèdre, composé de huit trièdres, à l'avantage, sur un large secteur angulaire, de fournir une réponse électromagnétique plus élevée que celle d'un trièdre. La signature polarimétrique bistatique de l'octaèdre a été comparée à des mesures en monostatique, et en bistatique avec la méthode de référence MLFMM (Multi-Level Fast Multi pole Method) du logiciel FEKO. Un bon accord est observé en co-polarisations, tandis que pour les polarisations croisées, la concordance est moins bonne. Une explication possible est que la double diffraction par les arêtes n'est pas prise en compte. Ce travail a conduit à la publication d'un article fourni en annexe L. Par rapport à la méthode MLFMM, le gain en temps est considérable (rapport environ de 100 000). Les 18 mois restants seront consacrés en partie à la prise en compte de la surface de mer dans la réponse électromagnétique globale du système "mer plus octaèdre".

Bibliographie

- [1] L. Tsang, J. A. Kong and K. H. Ding, "Scattering of Electromagnetic Waves in *Theories and Applications*," John Wiley and Sons, New York, **2001**.
- [2] L. Tsang and J. A. Kong, "Scattering of Electromagnetic Waves in *Advances Topics*," John Wiley and Sons, New York, **2001**.
- [3] A. G. Voronovich, "Wave scattering from rough surfaces," Springer series on Wave Phenomena (Second edition), Germany, **1999**.
- [4] A. Soubret, "Diffusion des ondes électromagnétiques par des milieux et des surfaces aléatoires : Etude des effets cohérents dans le champ diffusé," thèse de Doctorat, Université de la Méditerranée-Aix Marseille II, **2001**.
- [5] F. T. Ulaby, R. K. Moore and A. K. Fung, "Microwave Remote Sensing Active and Passive, Vol. II Radar Remote Sensing and Surface scattering and Emission Theory," Addison-Wesley Publishing Company, London, **1982**.
- [6] J. A. Ogilvy, "Theory of wave scattering from random rough surfaces," Institute of Physics, Bristol, **1991**.
- [7] F. G. Bass and I. M. Fuks, "Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces," Pergamon press, Paris, **1979**.
- [8] P. Beckmann and A. Spizzichino, "The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces Part I. Theory," Pergamon Press, London, **1963**.
- [9] A. Stogryn, "Electromagnetic scattering from rough finitely conducting surface," *Radio Science*, vol. 2, no. 4, pp. 415-428, **1967**.
- [10] T. Elfouhaily, S. Guignard, R. Awadallah and D. R. Thompson, "Local and non-local curvature approximation : a new asymptotic theory for wave scattering," *Waves in Random Media*, vol. 13, no. 4, pp. 321-337, **2003**.
- [11] A. Voronovich, "Small slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces," *Waves in Random Media*, vol. 4, no. 3, pp 337-367, **1994**.
- [12] B. F. Kur'yanov, "The scattering of sound at a rough surface with two types of irregularity," *Sov. Phys. Acoust.*, vol. 8, pp. 252-257, **1963**.
- [13] W. Wright, "A new model for sea clutter," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 16, no. 2, pp. 217-223, **1968**.
- [14] A. G. Voronovich and V. U. Zavorotny, "Theoretical model for scattering of radar signals in Ku- and C- bands from a rough sea surface with breaking waves," *Waves in Random Media*, vol. 11, no. 2, pp. 247-269, **2001**.
- [15] A. G. Voronovich, "The effect of the modulation Bragg scattering in small-slope approximation," *Waves in Random Media*, vol. 12, no. 3, pp. 341-349, **2002**.

- [16] C. Bourlier, N. Déchamps and G. Berginc, "Comparison of asymptotic backscattering models (SSA, WCA and LCA) from one-dimensional ocean-like surfaces," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 53, No. 5, pp. 1640-1652, **2005**.
- [17] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros and D. Vandemark, "A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves," *J. Geophys. Res.*, vol. 102, no. C7, pp. 781-796, **1997**.
- [18] C. A. Guérin, G. Soriano and T. Elfouhaily, "Weighted curvature approximation : numerical tests for 2D dielectric surfaces," *Waves in Random Media*, vol. 14, pp. 349-363, **2004**.
- [19] T. Elfouhaily and C. A. Guérin, "Critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces," *Waves in Random Media*, vol. 14, no. 4, pp. R1-R40 (Topical review), **2004**.
- [20] A. G. Voronovich, "Non local small-slope approximation for wave scattering from rough surfaces," *Waves in Random Media*, vol. 6, no. 2, pp. 151-167, 1996.
- [21] T. Elfouhaily, C. Bourlier and J. T. Johnson, "Two families of non-local scattering models and the weighted curvature approximation," *Waves in Random Media*, vol. 14, No. 4, pp. 563-580, **2004**.
- [22] A. Ishimaru, C. Le, Y. Kuga, L. A. Sengers and T. K. Chan, "Polarimetric scattering theory for high slope rough surface," Monograph : *Progress In Electromagnetic Research* (Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massahussets), vol. 14, pp. 1-36, **1996**.
- [23] C. Bourlier and G. Berginc, "Multiple scattering in the high-frequency limit with second-order shadowing function from 2D anisotropic rough dielectric surfaces : II. Comparison with numerical results," *Waves in Random Media*, vol. 14, No. 3, pp. 253-276, **2004**.
- [24] C. Bourlier and G. Berginc, "Multiple scattering in the high-frequency limit with second-order shadowing function from 2-D anisotropic rough dielectric surfaces : I. Theoretical study," *Waves in Random Media*, vol. 14, No. 3, pp. 229-252, **2004**.
- [25] E. Bahar and M. El-Shenawee, "Double-scatter cross sections for two-dimensional random rough surfaces that exhibit backscatter enhancement," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 18, no. 1, pp. 108-116, **2001**.
- [26] A .K. Fung, "Microwave Scattering and Emission Models and Their Applications," Artech House, Boston, **1994**.
- [27] G. Y. Hsieh, A. K. Fung, G. Nesti, A. J. Sieber and P. Coppo, "A further study of the IEM surface scattering model," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 35, no. 4, pp. 901-909, **1997**.
- [28] K. S. Chen, T-D Wu, M. K. Tsay and A. K. Fung, "A note on the multiple scattering in an IEM model," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 38, no. 1, pp. 249-256, **2000**.
- [29] J. L. Alavarez-Pérez, "An extension of the IEM/IEMM surface scattering model," *Waves in Random Media*, vol. 11, no. 3, pp. 307-329, **2001**.
- [30] Z. Knittl, "Optics of thin films," Wiley, London, **1976**.
- [31] J. M. Eastman, "Scattering by all-dielectric multilayer band-pass filters and mirrors for lasers," *Physics of Thin Films*, Academic (G. Hass and M. H. Francombe, eds.), New York, vol. 10, pp. 167-226, **1978**.
- [32] Ohlidál and K. Navratíl, "Scattering of light from multilayer with rough boundaries," *Progress in Optics* (E. Wolf, ed.), Elsevier Science, vol. XXXIV, pp. 248-331, **1995**.
- [33] C. Amra, "Light scattering from multilayer optics. I. Tools of investigation," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 11, pp. 197-210, 1994.

- [34] C. Amra, "Light scattering from multilayer optics. II. Application to experiment," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 11, pp. 211-226, 1994.
- [35] I. M. Fuks and A. G. Voronovich, "Wave diffraction by rough interfaces in an arbitrary plane-layered medium," *Waves in Random Media*, vol. 10, no. 2, pp. 253-272, **2000**.
- [36] A. Soubret, G. Berginc, and C. Bourrely, "Application of reduced Rayleigh equations to electromagnetic wave scattering by two-dimensional randomly rough surfaces," *Physical Review B*, vol. 63, **2001**.
- [37] I. M. Fuks, "Modeling of scattering by a rough surface of layered media," *Symposium IGARSS*, vol. 2, pp. 1251-1253, **2002**.
- [38] D. G. Blumberg, V. Freilikher, I. Fuks, Y. Kaganovskii, A. A. Maradudin, and M. Rosenbluh, "Effects of roughness on the retroreflection from dielectric layers," *Waves in Random Media*, vol. 12, no. 3, pp. 279-292, **2002**.
- [39] Z.-H. Gu, I. M. Fuks, and M. Ciftan, "Grazing angle enhanced backscattering from a dielectric film on a reflecting metal substrate," *Optical Engineering*, vol. 43, no. 3, pp. 559-567, **2004**.
- [40] E. Bahar and Y. Zhang, "Diffuse like and cross-polarized fields scattered from irregular layered structures-full-wave analysis," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 47, no. 5, pp. 941-948, **1999**.
- [41] Y. Zhang and E. Bahar, "Mueller matrix elements that characterize scattering from coated random rough surfaces," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 47, no. 5, pp. 949-955, **1999**.
- [42] G. Berginc and C. Bourrely, "The Small-Slope Approximation method applied to a three-dimensional slab with rough boundaries," *Progress In Electromagnetic Research* (Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massachusetts), vol. 73, pp. 131-211, **2007**.
- [43] N. Pinel, "Etude de modèle asymptotiques de la diffusion des ondes électromagnétiques par des interfaces naturelles - Application à une mer recouverte de pétrole", thèse de Doctorat, Université de Nantes en Electronique et Génie Electrique, **2006**.
- [44] N. Pinel, N. Déchamps, C. Bourlier and J. Saillard, "Bistatic scattering from one-dimensional random rough homogeneous layers in the high-frequency limit with shadowing effect", Accepted à paraître dans la revue *Waves in Random and Complex Media* le 28 novembre **2006**.
- [45] F. Harrington, "Field Computation by Moment Methods," IEEE Press, Piscataway, **1993**.
- [46] K. F. Warnick and W. C. Chew, "Numerical simulation methods for rough surface," Topical review, *Waves in Random Media*, vol. 11, pp. R1-R30, **2001**.
- [47] M. Saillard and A. Sentenac, "Rigorous solutions for electromagnetic scattering from rough surfaces," Topical review, *Waves in Random Media*, vol. 11, no. 3, pp. R103-R137, **2001**.
- [48] N. Déchamps, "Diffusion électromagnétique par des surfaces naturelles. Etude de méthodes numériques," thèse de Doctorat, Université de Nantes en Electronique et Génie Electrique, **2004**.
- [49] D. A. Kapp and G. S. Brown, "A new numerical method for rough-surface scattering calculations," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 44, no. 5, pp. 711-722, **1996**.
- [50] R. J. Adams and G. S. Brown, "An iterative solution of one-dimensional rough surface scattering problems based on a factorization of the Helmholtz operator," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 47, no. 4, pp. 765-767, **1999**.
- [51] D. Holliday, L. L. DeRaad Jr. and G. J. St-Cyr, "Forward-Backward : a new method for computing low-grazing angle scattering," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 44, no. 11, pp. 1199-1206, **1995**.

- [52] D. Holliday, L. L. DeRaad Jr. and G. J. St-Cyr, "Forward-Backward method for scattering from imperfect conductors," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 46, no. 1, pp. 101-107, **1998**.
- [53] A. Iodice, "Forward-Backward method for scattering from dielectric rough surfaces," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 50, no. 7, pp. 901-911, **2002**.
- [54] H. T. Chou and J. T. Johnson, "A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from rough surfaces with the forward-backward method," *Radio Science*, vol. 33, 1277-1287, **1998**.
- [55] H. T. Chou and J. T. Johnson, "Formulation of the forward-backward method using novel spectra acceleration for the modeling of scattering from impedance rough surfaces," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 38, no. 1, 605-607, **2000**.
- [56] D. Torrungrueng, H.-T. Chou and J. T. Johnson, "A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from two-dimensional large-scale perfectly conducting random rough surfaces with the forward-backward method," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 38, no. 4, 1656-1668, **2000**.
- [57] D. Torrungrueng and J. T. Johnson, "Numerical studies of backscattering enhancement of electromagnetic waves from two-dimensional random rough surfaces with the forward-backward/novel spectral acceleration method," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol 18, no. 10, 2518-2526, **2001**.
- [58] D. Torrungrueng and J. T. Johnson and H. T. Chou, "Some issues related to the novel spectral acceleration method for the fast computation of radiation/scattering from one-dimensional extremely large scale quasi-planar structures", *Radio Science*, vol. 37, no. 2, 1-20, **2002**.
- [59] L. Tsang, C. H. Chang and H. Sangani, "A banded matrix iterative approach to monte carlo simulations of scattering of waves by large scale random rough surface problems : TM case," *Electron. Letters*, vol. 29, pp. 1666-1667, **1993**.
- [60] L. Tsang, C. H. Chang, H. Sangani, A Ishimaru and P. Phu, "A banded matrix iterative approach to monte carlo simulations of large scale random rough surface scattering : TE case," *J. Electromagn. Waves Applicat.*, vol. 29, no. 9, pp. 1185-1200, **1993**.
- [61] L. Tsang, C. H. Chang, K. Pak and H. Sangani, "Monte-Carlo simulations of large-scale problems of random rough surface scattering and applications to grazing incidence with the BMIA/Canonical Grid Method," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 43, no. 8, pp. 851-859, **1995**.
- [62] J. T. Johnson, "On the canonical grid method for two-dimensional scattering problems," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 46, no. 3, pp. 397-302, **1998**.
- [63] V. Rokhlin, "Rapid Solution on integral equations of scattering theory un two dimensions," *J. Comp. Physics*, vol. 36, pp. 414-439, **1990**.
- [64] N. Engheta, W. D. Murphy, V. Rokhlin and M. S. Vassiliou, "The Fast Multipole Method (FMM) for electromagnetic problems," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 40, no. 6, 634-641, **1992**.
- [65] V. Jandhyala, E. Michielssen, B. Shanker and W. C. Chew, "A combined Steepest Descent-Fast Multipole Algorithm for the fast analysis of three-dimensional scattering by rough surfaces," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 36, no. 3, 738-748, **1998**.
- [66] K. O'Neill, R. F. Lussky and K. D. Paulsen, "Scattering from a metallic object embedded near the randomly rough surface of a lossy dielectric," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 34, no. 2, pp. 367-376, **1996**.

- [67] M. Saillard and G. Toso, "Electromagnetic scattering from bounded of infinite subsurface bodies," *Radio Science*, vol. 32, pp. 1347-1359, **1997**.
- [68] M. Saillard and G. Toso, "Scattering from rough inhomogeneous media : splitting of surface and volume scattering," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 19, no. 4, pp. 727-736, **2002**.
- [69] G. Zhang, L. Tsang and Y. Kuga, "Studies of the angular correlation function of scattering by random rough surfaces with and without a buried object", *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 35, no. 2, pp. 444-453, **1997**.
- [70] G. Zhang and L. Tsang, "Angular correlation function of wave scattering by a random rough surface and discrete scatters and its application in the detection of buried objects", *Waves in Random Media*, vol. 7, pp. 467-479, **1997**.
- [71] G. Zhang, L. Tsang and K. Pak, "Angular correlation function and scattering coefficient electromagnetic waves scattered by a buried objects under two-dimensional rough surface", *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 15, pp. 2995-3002, **1998**.
- [72] X. Wang, C. F. Wang, Y. B. Gan and L. W. Lu, "Electromagnetic scattering from a circular target above or below rough surface", *Progress In Electromagnetic Research* (Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massahussets), vol. 40, pp. 207-227, **2003**.
- [73] M. El-Shenawee, "Polarimetric scattering from two-layered two-dimensional random rough surfaces with and without buried objects", *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 42, no. 1, pp. 67-76, **2004**.
- [74] C. D. Moss, T. M . Grzegorzcyk, H. C. Han and J. A. Kong, "Forward-Backward method with spectral acceleration for scattering from layered rough surfaces," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 54, no. 10, pp. 2917-2929, **2006**.
- [75] C.-H. Kuo and M. Moghaddam, "Scattering from multilayer rough surfaces based on the extended boundary condition method and truncated singular value decomposition," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 54, no. 10, pp. 2917-2929, 2006.
- [76] N. Déchamps, N. De Beaucoudrey, C. Bourlier and S. Toutain, "A fast numerical method for electromagnetic scattering by rough layered interfaces : Propagation-Inside-Layer Expansion (PILE) method", *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 23, No. 2, pp. 359-369, **2006**.
- [77] B. G. Smith, "Lunar surface roughness, shadowing and thermal emission," *J. Geophys. Res.*, vol. 72, no .16, pp. 4059-4067, **1967**.
- [78] B. G. Smith, "Geometrical shadowing of a random rough surface," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 15, no. 5, pp. 668-671, **1967**.
- [79] R. J. Wagner, "Shadowing of randomly rough surfaces," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 41, no. 1, pp. 138-147, **1966**.
- [80] R. A. Brokelman and T. Hagfors, "Note of the effect of shadowing on the backscattering of waves from a random rough surface," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 14, pp. 621-626, **1966**.
- [81] C. Bourlier, "Rayonnement infrarouge d'une surface stochastique - Application au domaine océanique," thèse de Doctorat, Université de Nantes, Spécialité Electronique, **1999**.
- [82] C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, "Effect of correlation between shadowing and shadowed points on the Wagner and Smith monostatic one-dimensional shadowing functions," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 48, no. 3, pp. 437-446, **2000**.
- [83] C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, "One- and two- dimensional shadowing functions for any height and slope stationary uncorrelated surface in the monostatic and bistatic configurations," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 50, No. 3, pp. 312-324, **2002**.

- [84] C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Monostatic and bistatic statistical shadowing functions from a one-dimensional stationary randomly rough surface according to the observation length : I. Single scattering,” *Waves in Random Media*, vol. 12, No. 2, pp. 145-174, **2002**.
- [85] C. Bourlier and G. Berginc, “Shadowing function with single reflection from anisotropic Gaussian rough surface. Application to Gaussian, Lorentzian and sea correlations,” *Waves in Random Media*, vol. 13, No. 1, pp. 27-58, **2003**.
- [86] N. Pinel, C. Bourlier and J. Saillard, “Energy conservation of the scattering from rough surfaces in the high-frequency limit,” *Optics Letters*, Vol. 30, No. 15, pp. 2007-2009, **2005**.
- [87] K. Yoshimori, K. Itoh, and Y. Ichioka, “Thermal radiative and reflective characteristics of a wind-roughened water surface,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 11, no. 6, 1886-1893, **1994**.
- [88] K. Yoshimori, K. Itoh, and Y. Ichioka, “Optical characteristics of a wind-roughened water surface : a two-dimensional theory,” *Applied Optics*, vol. 34, no. 27, 6236-6247, **1995**.
- [89] C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Intrinsic infrared radiation of the sea surface,” Monograph : *Progress In Electromagnetic Research* (Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massahussets), vol. 27, pp. 185-335, **2000**.
- [90] C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Effect of the observation length on the two-dimensional shadowing function of the sea surface : application on infrared 3-13 μm emissivity,” *Applied Optics*, vol. 39, no. 20, pp. 3433-3442, **2000**.
- [91] C. Bourlier, J. Saillard and G. Berginc, “Theoretical study on two-dimensional gaussian rough sea surface emission and reflection in the infrared frequencies with shadowing effect,” *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 39, no. 2, pp. 379-392, **2001**.
- [92] C. Bourlier, “Unpolarized emissivity with shadow and multiple reflections from random rough surfaces with the geometric optics approximation. Application to Gaussian sea surfaces in the infrared band,” *Applied Optics*, vol. 45, no. 24, pp. 6241-6254, **2006**.
- [93] C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Monostatic and bistatic statistical shadowing functions from a one-dimensional stationary randomly rough surface : II. Multiple scattering,” *Waves in Random Media*, vol. 12, No. 2, pp. 175-200, **2002**.
- [94] B. G. Henderson, J. Theiler, and P. Villeneuve, “The polarized emissivity of a wind-roughened sea surface : A Monte Carlo model,” *Remote Sensing Environ.*, vol. 88, pp. 453-457, **2003**.
- [95] C. Cox and W. Munk, “Measurement of the roughness of the sea surface from photographs of the sun’s glitter,” *J. Opt. Soc. Am*, vol. 44, no. 11, 838-850, **1954**.
- [96] C. Bourlier, “Unpolarized infrared emissivity with shadow from anisotropic rough sea surfaces with non-Gaussian statistics,” *Applied Optics*, Vol. 44, No. 20, pp. 4335-4349, **2005**.
- [97] R. Niclòs, E. Valor, V. Caselles, and C. Coll, “Sea surface emissivity angular measurements. Comparison with theoretical models,” *SPIE*, vol. 5233, 348-356, **2003**.
- [98] W. L. Smith, R. O. Knuteson, H. E. Revercomb, W. Feltz, H. B. Howell, W. P. Menzel, N. R. Nalli, O. Brown, J. Brown, P. Minnett, and W. McKeown, “Observations of the infrared radiative properties of the ocean-implications for the measurement of sea surface temperature via satellite remote sensing,” *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, vol. 77, pp. 41-51, **1996**.
- [99] C. Bourlier, “Modélisation théorique d’images radiométriques d’une surface océanique 1D dans le domaine du visible et du proche infrarouge”, 27 pages, Commande 61145/DA/BHUG du 13/07/2005, ONERA Palaiseau, Septembre **2005**.

- [100] C. Bourlier, “Modélisation théorique d’images radiométriques d’une surface océanique *2D anisotrope* dans le domaine du visible et du proche infrarouge - Seconde partie : Cas haute résolution”, 35 pages, Commande 68482/DA/BHUG du 13/07/2005, ONERA Palaiseau¹, juin **2006**.
- [101] C. Bourlier, “Modélisation théorique d’images radiométriques d’une surface océanique *2D anisotrope* dans le domaine du visible et du proche infrarouge - Première partie : Brique élémentaire du modèle”, 29 pages, Commande 68482/DA/BHUG du 13/07/2005, ONERA Palaiseau, mai **2006**.
- [102] C. Bourlier, “Modélisation théorique d’images radiométriques d’une surface océanique 1D dans le domaine du visible et du proche infrarouge : seconde partie”, 21 pages, Commande 61145/DA/BHUG du 13/07/2005, ONERA Palaiseau, décembre **2005**.
- [103] K. Caillault, S. Fauqueux, C. Bourlier, P. Simoneau, L. Labarrea, “Multiresolution optical characteristics of rough sea surface in the infrared”, *Applied Optics*, vol. 46, no. 22, pp. 5471-5481, **2007**.
- [104] K. Caillault, S. Fauqueux, C. Bourlier and P. Simoneau, “Infrared multiscale sea surface modeling”, Proceeding *SPIE*, no. 6360, 636006, **2006**.
- [105] S. Fauqueux, K. Caillault and C. Bourlier, “Multi resolution infrared optical infrared optical properties for Gaussian sea surfaces”, accepté à la conférence IASTED, 30 mai-1 juin **2007**, Canada.
- [106] C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Theoretical study of the Kirchhoff integral from a two-dimensional randomly rough surface with shadowing effect : application on the backscattering coefficient for a perfectly-conducting surface,” *Waves in Random Media*, vol. 11, No. 2, pp. 91-118, **2001**.
- [107] C. Bourlier, G. Berginc and J. Saillard, “Bistatic scattering coefficient from one- and two-dimensional random surfaces using the stationary phase and scalar approximation with shadowing effect -comparisons with experiments and application to the sea surface,” *Waves in Random Media*, vol. 11, no. 2, pp. 119-147, **2001**.
- [108] C. Bourlier and G. Berginc, “Microwave analytical backscattering models from randomly rough anisotropic sea surface - Comparison with experimental data in C and Ku bands”, Monograph : *Progress In Electromagnetic Research* (Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massahussets), vol. 37, pp. 31-78, **2002**.
- [109] C. Bourlier, “Azimuthal harmonic coefficients of the microwave backscattering from a non-Gaussian ocean surface with the first-order SSA model,” *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, 2004, vol. 42, No. 11, pp. 2600-2611, **2004**.
- [110] A. Guissard, “Multispectra in rough surface scattering with applications to the ocean surface,” *J. Electromagn. Waves Applicat.*, vol. 10, no. 10, pp. 1413-1448, **1996**.
- [111] A. K. Fung and K. S. Chen, “Kirchhoff model for a skewed random surface,” *J. Electromagn. Waves Applicat.*, vol. 5, no. 2, pp. 205-216, **1991**.
- [112] K. S. Chen, A. K. Fung and F. Amar, “An empirical bispectrum model for the sea surface scattering,” *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 31, no. 4, pp. 830-835, **1993**.
- [113] A. Mouche, “Apport de la double polarisation pour l’étude expérimentale et théorique de la section efficace radar de la surface océanique,” thèse de Doctorat, Université de Versailles Saint-Quentin-En-Yvelines, **2005**.

¹ONERA/DOTA/MPPO. Correspondants : Pierre Simoneau, Karine Caillault et Sandrine Fauqueux.

- [114] A. A. Mouche, D. Hauser, J.-F. Daloze and C. Guerin, "Dual-polarization measurements at C band over the ocean : Results from airborne radar observations and comparison with EN- VISAT ASAR data," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 43, no. 4, pp. 753-769, **2003**.
- [115] F. J. Wentz, S. Peteherich and L. A. Thomas, "A model function for ocean radar cross section at 14.6 GHz," *J. Geophys. Res.*, vol. 89, pp. 3689-3704, **1984**.
- [116] M. Masuko, K. Okamoto, M. Shimada and S. Niwa, "Measurements of microwave backscattering signatures of the ocean surface using X band and Ka Band airborne scatterometers," *J. Geophys. Res.*, vol. 91, no. C11, pp. 13065-13088, **1986**.
- [117] S. V. Nghiem, Fuk K. Li and G. Neumann, "The dependence of ocean backscatter at Ku-band on oceanic and atmospheric parameters," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 35, pp. 581-600, **1997**.
- [118] Y. Quilfen, B. Chapron, T. Elfouhaily, K. Katsaros and J. Tournadre, "Observation of tropical cyclones by high resolution scatterometry," *J. Geophys. Res.*, vol. 103, pp. 7767-7786, **1998**.
- [119] A. Bentamy, P. Queffeulou, Y. Quilfen and K. Katsaros, "Ocean surface wind fields estimated from satellite active and passive microwave instruments," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 37, pp. 2469-86, **1999**.
- [120] V. Fabbro, C. Bourlier and P. F. Combes, "Forward propagation modeling above Gaussian rough surfaces by the Parabolic Wave Equation : Introduction of the shadowing effect," Monograph : *Progress In Electromagnetic Research* (Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massahussets), vol. 58, pp. 243-269, **2006**.
- [121] W. S. Ament, "Forward a theory of reflection by a rough surface," *IRE Proc.*, vol. 41, pp. 142-146, **1953**.
- [122] R. M. Brown and E. V. Vegh., "New derivation for the roughsurface reflection coefficient and for the distribution of sea-wave elevations," *IEE Proc.*, vol. 131, pp. 114-115, **1984**.
- [123] D. E. Freund, N. E. Woods, Hwar-Ching Ku, and Ra'id S. Awadallah, "Forward Radar Propagation Over a Rough Sea Surface : A Numerical Assessment of the Miller-Brown Approximation Using a Horizontally Polarized 3-GHz Line Source," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 54, no. 4, pp. 1292-1304, **2006**.
- [124] R. Douvenot, V. Fabbro, C. Bourlier and J. Saillard, "Radar coverage prediction over ocean : duct mapping using least squares support vector machines", *EUCAP*, 6-10 November, (Nice, France), **2006**.
- [125] R. Douvenot, V. Fabbro, C. Bourlier, J. Saillard and P. Gerstoft, "Radar coverage prediction over ocean : duct mapping using least squares support vector machines", soumis dans le revue *Radio Science* en février **2007**.
- [126] J. Zenneck, "Propagation of Plane EM Waves Along a Plane Conducting Surface," *Ann. Phys.(Leipzig)*, vol. 23, pp. 846-866, **1907**.
- [127] A. N. Sommerfeld, "Propagation of Waves in Wireless Telegraphy," *Ann. Phys.(Leipzig)*, vol. 28, **1909**, pp. 665-737; vol. 81, pp. 1135-1153, **1936**.
- [128] K. A. Norton, "The Propagation Of Radio Waves Over The Surface of The Earth. Part I," *Proc. of the IRE*, vol. 24, pp. 1367-1387, **1936**.
- [129] K. A. Norton, "The Propagation Of Radio Waves Over The Surface of The Earth. Part II," *Proc. of the IRE*, vol. 25, pp. 1203-1236, **1937**.
- [130] J. R. Wait, "Electromagnetic Waves in Stratified Media," Pergamon Press, **1962**.

- [131] R. E. Colin, "Hertzian Dipole Radiating Over a Lossy Earth or Sea : Some Early and Late 20 th-Century Controversies," *EEE Ant. Prop. Mag.*, vol. 46, No. 2, pp. 64-79, **2004**.
- [132] R. W. P. King, "Electromagnetic Field of A Vertical Electric Dipole over an Imperfectly Conducting Half Space," *Radio Science*, vol. 25, pp. 149-160, **1990**.
- [133] V. I. Tatarskii and M. I. Charnotskii, 'On the Universal Behavior of Scattering from a Rough Surface for Small Grazing Angle," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 46, no. 1, pp. 67-72, **1998**.
- [134] I. Fuks, V. I. Tatarskii and D. E. Barrick, "Behavior of Scattering from a Rough Surface at Small Grazing Angle," *Waves in Random Media*, vol. 9, pp. 295-305, **1999**.
- [135] A. Ishimaru, J. D. Rockway, Y. Kuga and S. W. Lee, "Sommerfeld and Zenneck Wave Propagation for a Finitely Conducting One-Dimensional Rough Surface," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 48, no. 9, pp. 1475-1484, **2000**.
- [136] A. Ishimaru, J.D. Rockway, Y. Kuga and S. W. Lee, "Transverse Electric and Transverse Magnetic Green's Function for Coherent and Incoherent Propagation over a Finitely Conducting Rough Surface," *Radio Science*, vol. 37, no. 3, pp. 1-13, **2002**.
- [137] G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, "A physical optics solution for bistatic RCS of triangularly shaped trihedral corners for any incidence and observation angles ", *EUCAP*, 6-10 November, (Nice, France), **2006**.
- [138] G. Kubické, C. Bourlier and J. Saillard, "Polarimetric bistatic signature of a faceted octahedron in high-frequency domain", *Progress In Electromagnetic Research* (Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massachusetts), vol. 71, pp. 173-209, **2007**.
- [139] A. C. Polycarpou, C. A. Balanis, and C. R. Birtcher, "Radar cross section trihedral corner reflectors using PO and MEC," *Ann. Télécom.*, vol. 50, nos. 5-6, pp 510-516, **1995**.
- [140] P. Corona, G. Ferrara, C. Gennarelli, G. Riccio, "A Physical optics solution for the backscattering by triangular shaped trihedral corners," *Ann. Télécom.*, vol. 50, nos. 5-6, pp 557-562, **1995**.
- [141] B. Chevalier, "Signature de navires en environnement marin," contrat de recherche DRET no. 94-480, Tranche conditionnelle 1, **avril 1997**.
- [142] A. Michaeli, "Equivalent edge currents for arbitrary aspect of observation," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 32, no. 3, pp. 252-258, **1984**.
- [143] A. Michaeli, "Elimination of infinities in equivalent edge currents, Part I : Fringe current components," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 34, no. 7, pp. 912-918, **1986**.
- [144] A. Michaeli, "Elimination of infinities in equivalent edge currents, Part II : Physical optics components," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 34, no. 8, pp. 1034-1037, **1986**.
- [145] I. Simonsen and A. A. Maradudin, "Numerical simulation of electromagnetic wave scattering from planar dielectric films deposited on rough perfectly conducting substrates," *Opt. Commun.*, vol. 162, pp. 99-111, **1999**.
- [146] O. Calvo-Perez, "Diffusion des ondes électromagnétiques par un film rugueux hétérogène," thèse de Doctorat, Ecole Centrale, Paris, **1999**.
- [147] F. G. Bass and I. M. Fuks, "Calculation of shadowing for wave scattering from a statistically rough surface," *Sov. Radiophys*, vol. 7, pp. 101-112, **1964**.
- [148] P. I. Kuznetsov, V. L. Stratonovich and V. I. Tikhonov, "The duration of random function overshoots," *Sov. Phys.-JETP*, vol. 24, **1954**.
- [149] L. M. Ricciardi and S. Sato S, "A note on first passage time problems for Gaussian processes and varying boundaries," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 29, pp. 454-457, **1983**.

- [150] L. M. Ricciardi and S. Sato S, "On the evaluation of first passage time densities for Gaussian processes," *Signal Process.*, vol. 11, pp. 339-357, **1986**.
- [151] M. I. Sancer, "Shadow-corrected electromagnetic scattering from a randomly rough surface," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 17, pp. 577-585, **1969**.
- [152] M. Abramowitz and I. A. Stegun, "Handbook of Mathematical Functions," Dovers Publications, New York, **1970**.
- [153] A. K. Fung and K. K. Lee, "A semi-empirical sea-spectrum model for scattering coefficient estimation," *J. Ocean. Eng.*, vol. 7, pp. 166-176, **1982**.
- [154] P. J. Lynch and R. J. Wagner, "Rough-surface scattering : shadowing, multiple scatter, and energy conservation", *J. Math. Phys.*, vol. 11, no. 10, pp. 3032-3042, **1970**.
- [155] G. Gaussorgues, "La thermographie infrarouge *Principes Technologies Applications*," Editions TEC & DOC, 4ème édition, Paris, **1999**.
- [156] F. Papini et P. Gallet, "Thermographie infrarouge, image et mesure", Masson, Paris, **1994**.
- [157] K. Masuda, T. Takashima, and Y. Takayama, "Emissivity of pure and sea waters for the model sea surface in the infrared window regions," *Remote Sensing Environ.*, vol. 24, pp. 313-329, **1988**.
- [158] P. D. Watts, M. R. Allen, and T. J. Nightingale, "Wind speed effects on sea surface emission and reflection for the along track scanning radiometer," *J. Atm. Oceanic Tech.*, vol. 13, pp. 126-141, **1996**.
- [159] X. Wu and W. L. Smith, "Emissivity of rough sea surface for 8-13 μm : modeling and verification," *Applied Optics*, vol. 36, no. 12, pp. 2609-2619, **1997**.
- [160] J. A. Shaw and C. Marston, "Polarized infrared emissivity for a rough water surface," *CE*, vol. 7, no. 11, pp. 375-380, **2000**.
- [161] P. M. Saunders, "Shadowing on the ocean and the existence of the horizon," *J. Geophys. Res.*, vol. 72, pp. 4643-4649, **1967**.
- [162] G. M. Hale and M. R. Querry, "Optical constants of water in the 200-nm to 200-mm wavelength region," *Applied Optics*, vol. 12, pp. 555-563, **1973**.
- [163] D. Friedman, "Infrared characteristics of ocean water (1.5-15 μ)," *Applied Optics*, vol. 8, pp. 2073-2078, **1969**.
- [164] R. Papa and J. Lennon, "Conditions for the validity of physical optics in rough surface scattering," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 36, no. 5, pp. 647-650, **1988**.
- [165] A. Collaro, G. Franceschetti, M. Migliacio and D. Riccio, "Gaussian rough surfaces and Kirchhoff approximation," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 47, no. 2, pp. 392-398, **1999**.
- [166] C.-A. Guérin and M. Saillard, "On the high-frequency limit of the second-order small-slope approximation", *Waves in Random Media*, vol. 13, no. 2, pp. 78-88, **2003**
- [167] R. Dashen and D. Wursmer, "Approximate representations of the scattering amplitude," *J. Math. Phys.*, vol. 32, no. 4, pp. 986-966, **1991**.
- [168] M. I. Charnotskii and V. I. Tatarskii, "Tilt-invariant theory of scattering by rough surface," *Waves in Random Media*, vol. 5, no. 4, pp. 361-80, **1995**.
- [169] G. Berginc, "Small-slope approximation method : a further study of vector wave scattering from two-dimensional surfaces and comparison with experimental data", Monograph : *Progress In Electromagnetic Research* (Chief Editor J.A. Kong, EMW Publishing Cambridge Massahussets), vol. 37, pp. 251-287, **2002**.

- [170] M. S. Gilbert and J. T. Johnson, "A study of the higher-order small-slope approximation for scattering from A Gaussian rough surface," *Waves in Random Media*, vol. 13, no. 2, pp. 137-149, **2003**.
- [171] S. L. Broschat and E. I. Thorsos, "An investigation of the small slope approximation for scattering from rough surfaces. Part II. Numerical studies," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 101, no. 5, pp. 2615-2625, **1997**.
- [172] S. T. McDaniel, "Small-slope predictions of microwave backscatter from the sea surface," *Waves in Random Media*, vol. 11, pp. 343-360, **2001**.
- [173] G. Soriano, C. A. Guérin and M. Saillard, "Scattering by two-dimensional rough surface : method comparison," *Waves in Random Media*, vol. 12, no. 1, pp. 63-83, **2002**.
- [174] M. S. Longuet-Higgins, "The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves", *J. Fluid Mech.*, vol. 17, pp. 459-480, **1963**.
- [175] K. S. Chen, A. K. Fung and D. E. Weissman, "A backscattering model for ocean surface," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 30, no. 4, pp. 811-817, **1992**.
- [176] T. M. Elfouhaily, "A consistent wind and wave model and its application to microwave remote sensing of the ocean surface", thèse de Doctorat, Université Paris-7 (Denis Diderot), **1997**.
- [177] N. I. Nickolaev, O. I. Yordanov and M. A. Michalev, "Non-Gaussian effects in the two-scale model for rough surface scattering," *J. Geophys. Res.*, vol. 97, no. C10, pp. 15617-15624, **1992**.
- [178] S. T. McDaniel, "Microwave Backscatter From Non-Gaussian Seas," *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.*, vol. 41, no. 1, pp. 811-817, **2003**.
- [179] M. S. Longuet-Higgins, "On the skewness of the sea surface slopes," *J. Phys. Oceanogr.*, vol. 12, pp. 1283-1291, **1982**.
- [180] W. Ellison, A. Balana, G. Delbos, K. Lamkaouchi, L. Eymard, C. Guillou and C. Prigent, "New permittivity measurements of seawater", *Radio Science*, vol. 33, pp. 639-648, **1998**.
- [181] V. N. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal G. and B. Chapron, "A semi-empirical model of the normalized radar cross section of the sea surface : 1. Background model", *J. Geophys. Res.*, vol. 108, no. C3, 8055, doi :10.1029/2001JC001003, **2003**.
- [182] V. N. Kudryavtsev, D. Hauser, G. Caudal G. and B. Chapron, "A semiempirical model of the normalized radar cross section of the sea surface, 2, Radar modulation transfer function," *J. Geophys. Res.*, vol. 108, no. C3, 8055, doi :10.1029/2001JC001004, **2003**.
- [183] C. Bourlier, N. Pinel and V. Fabbro, "Illuminated height PDF of a random rough surface and its impact on the forward propagation above oceans at grazing angles", *Colloque EUCAP*, 6-10 November, (Nice, France), **2006**.
- [184] A. W. Bjerkaas and F. W. Riedel, "Proposed Model for the Elevation Spectrum of a Wind-Roughened Sea Surface," Laurel, MD : JHU/APL, **1979**.
- [185] V. Fabbro, "Diffraction d'une onde électromagnétique par une cible plongée dans un milieu hétérogène. Application à la détection radar basse altitude au-dessus de la mer", thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier Toulouse, **1999**.
- [186] N. Guillet, "Diffusion par une cible complexe d'une onde électromagnétique se propageant en milieu hétérogène au-dessus d'une surface irrégulière", thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier Toulouse en Electronique-Microondes, **2003**.
- [187] L. Tsang, J. A. Kong, K. H. Ding and Chin On Ao, "Scattering of Electromagnetic Waves in *Numerical Simulations*," John Wiley and Sons, New York, **2001**.

- [188] E. I. Thorsos, "The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 86, no. 1, pp. 78-92, **1988**.
- [189] J. V. Toporkov, R. S. Awadallah and G. S. Brown, "Issues related to the use of a Gaussian-like incident field for low-grazing-angle scattering", *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 16, no. 1, pp. 176-187, **1999**.
- [190] J. C. West and J. M. Sturm, "On iterative approaches for electromagnetic rough-surface scattering", *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 47, no. 8, pp. 1281-1288, **1999**.
- [191] M. Levy, "Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation," Institution of Electrical Engineers, United Kingdom, **2000**
- [192] , "Low-Grazing Angle Scattering from Rough Surfaces in a Duct Formed by a Linear-Square Refractive Index Profile", R. S. Awadallah and G. S. Brown, *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 48, no. 9, pp. 1461-1474, **2000**.
- [193] R.A. Paulus, "Evaporation duct effects on sea clutter", *IEEE Trans. Ant. Prop.*, vol. 38, no. 11, pp. 1765-1771, **1990**.
- [194] W. H. Press, S. A Teukolsky, W. T. Vetterling and B. P. Flannery, "Numerical Recipes," Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge, **1992**.
- [195] N. Déchamps and C. Bourlier, "Electromagnetic scattering from a rough layer : Propagation-Inside-Layer Expansion method combined to an updated BMIA/CAG approach", accepté à paraître dans la revue *IEEE Trans. Ant. Prop.* le 14 juin **2007**.
- [196] J. Q. Lu, A. A. Maradudin, and T. Michel, "Enhanced backscattering from a rough dielectric film on a reflecting substrate," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 8, no. 2, pp. 311-318, **1991**.
- [197] V. Freilikher, E. Kanziepera and A.A. Maradudin, "Coherent scattering enhancement in systems bounded by rough surfaces," *Physics Reports*, no. 288, pp. 127-204, **1997**.
- [198] C. S. West and K. A. O'Donnell, "Observations of backscattering enhancement from polaritons on a rough metal surface," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 12, no. 2, pp. 390-397, **1995**.
- [199] O. Calvo-Perez, J. J. Greffet and A. Sentenac, "Scattering by randomly rough dielectric surfaces and rough dielectric films : influence of the height distribution", *Pure Appl. Opt.*, vol. 1, pp. 560-565, **1999**.
- [200] N. Pinel, N. Déchamps, C. Bourlier and J. Saillard, "Bistatic scattering from one-dimensional random rough homogeneous layers in the high-frequency limit with shadowing effect", *Waves in Random and Complex Media* , vol. 17, no. 3, pp. 283-303, **2007**.
- [201] P.-F. Combes, "Micro-ondes - Cours et exercices avec solution. Tome 1 : Lignes, guides et cavités," Dunod, Paris, **1996**.
- [202] K. Lamkaouchi, "L'eau : étalon diélectrique. Etude de lois diélectriques appliquées à l'eau et à des émulsions de pétrole mesurées en micro-ondes," thèse de Doctorat, Université de Bordeaux, **2001, 1992**.
- [203] F. Daout, "Etude de la dépolarisation des ondes centimétriques par une surface rugueuse - Application au domaine maritime -," thèse de Doctorat, Université de Nantes, IRESTE, **1996**.
- [204] P. Lombardini, B. Fiscella, P. Trivero, C. Cappa, and W. Garrett, "Modulation of the spectra of short gravity waves by sea surface films : slick detection and characterization with a microwave probe," *J. Atm. Oceanic Tech.*, vol. 6, pp. 882-890, **1989**.
- [205] A. Jenkins and S. Jacobs, "Wave damping by a thin layer of viscous fluid," *Physics of Fluids*, vol. 9, pp. 1256-64, **1997**.

- [206] C. Bourlier, “Emission and reflection from a thin oil film over a rough sea surface for optical application,” *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, 9-14 July, Albuquerque, USA, 3 pages, **2006**.
- [207] N. Déchamps and C. Bourlier, “Electromagnetic scattering from a rough layer : Propagation-Inside-Layer Expansion method combined to an updated BMIA/CAG approach”, accepté à paraître dans la revue *IEEE Trans. Ant. Prop.* le 14 juin **2007**.
- [208] N. Déchamps and C. Bourlier, “Electromagnetic scattering from a rough layer : Propagation-Inside-Layer Expansion method combined to the Forward-Backward Novel Spectral Acceleration”, accepté à paraître dans la revue *IEEE Trans. Ant. Prop.* le 24 août **2007**.
- [209] N. Pinel, N. Déchamps and C. Bourlier, “Modeling of the bistatic electromagnetic scattering from sea surfaces covered in oil for microwave applications”, accepté à paraître dans la revue *IEEE Trans. Geos. Rem. Sens.* le 11 mai **2007**.